

**NOTIONS SUR LES PROCESSUS DE RAYONNEMENT
ET LES DIAGNOSTICS SPECTROSCOPIQUES
EN ASTROPHYSIQUE***

par Suzy COLLIN-ZAHN

LUTH, Observatoire de Paris, Section de Meudon

*Ce cours a été enseigné de 1986 à 1998 dans les DEA d'Astronomie de Paris 7-11 (Astrophysique et Techniques Spatiales) et Paris 6 (Méthodes instrumentales en Astrophysique), maintenant Master 2. Je l'ai remanié légèrement en 2010. Il est complété par une série de problèmes dont les corrigés seront publiés dans un avenir proche.

TABLE DES MATIERES

I. INTRODUCTION	1
I. Généralités	1
II. Les altérations subies par le rayonnement	5
III. Les astres et leurs principaux mécanismes d'émission	9
II. ELEMENTS DE TRANSFERT DU RAYONNEMENT	13
I. Les grandeurs photométriques	13
II. Equation de transfert dans un milieu non diffusif	16
1: Application à un milieu plan-parallèle	17
2: Approximation d'Eddington	20
III. Equation de transfert dans un milieu diffusif	26
1: Equation de transfert	26
2: Approximation d'Eddington dans le cas diffusif	27
Moyennes de Rosseland et de Planck	28
3: Approche probabiliste de la diffusion	30
III. LES LOIS DE L'EQUILIBRE THERMODYNAMIQUE	33
I. Loi de Planck	33
II. Loi de Maxwell	37
III. Loi de Boltzmann	38
IV. Loi de Saha	39
IV. LES RAIES SPECTRALES, ABSORPTION ET EMISSION, PROFIL	40
I. Absorption et émission	41
1: Probabilités d'Einstein	41
2: Relations avec le coefficient d'absorption et l'émissivité	43
3: Forces d'oscillateur	44
4: L'atome d'hydrogène	45
II. Profils des raies	46
1: Profil Doppler thermique	46
2: Largeur naturelle	48
3: Elargissement par collisions	50
4: Composition des profils	51
III. Application: courbes de croissance	53
V. LES RAIES SPECTRALES, ECARTS A L'ETL, FONCT. SOURCE	61
I. Influence des excitations et désexcitations collisionnelles	61
1. Relation entre C_{mn} et C_{nm}	62
2: Equilibre statistique des niveaux hors ETL	63
II. Probabilité d'échappement; influence de la densité et de l'épaisseur optique sur les écarts à l'ETL	64

VI. EXEMPLES DE RAIES FORMEES EN NON ETL	68
I. La raie 21cm de l'hydrogène	68
II. Les raies dans les nébuleuses ionisées	72
1: les raies permises	74
raies de recombinaison	75
raies collisionnelles	76
utilisation des raies permises	77
2: Les raies interdites	80
raies nébulaires et aurorales	80
raies des ions de configuration p^3	84
raies des ions de configuration p^2 et p^4	85
III. Les raies dans les enveloppes denses et épaisses	87
IV. Les masers interstellaires	88
V. Les raies X des milieux chauds	92
VII. LES PROCESSUS CONTINUS	94
I. Ionisation et recombinaison	94
1: Transitions radiatives	94
2: Transitions collisionnelles	98
3. Equilibre d'ionisation dans les milieux hors ETL	99
II. Rayonnement free-free (bremsstrahlung thermique)	101
1: Démonstration classique simplifiée	102
2: Démonstration quantique	103
3: Distribution spectrale du rayonnement free-free	105
VIII. DIFFUSION COMPTON ET COMPTON INVERSE	108
I. Les paramètres de la diffusion Compton	108
1: Section de collision	109
2: Energie après la diffusion	110
II. Puissance Compton et spectre Compton	111
1: Diffusion simple Compton inverse	112
2: Diffusions multiples Compton directes et inverses	113
Spectre émis par un gaz chaud optiquement épais	114
Effet Sunyev-Zeldovich	118
IX. LE RAYONNEMENT SYNCHROTRON	119
I. Théorie très simplifiée	119
1: Trajectoire	119
2: Spectre cyclotron	120
3: Spectre synchrotron	120
spectre d'une collection d'électrons	124
4: Coefficient d'absorption	124
II.: Application: les radiosources non thermiques	125
1: Spectre	125
2: Contenu énergétique	129
III. Combinaison du synchrotron et du Compton	129
QUELQUES PROBLÈMES	131
QUELQUES OUVRAGES DE REFERENCE	142

PRINCIPES GENERAUX

Ce cours se propose d'être un **intermédiaire entre l'observation d'une part, les objets de l'Astrophysique d'autre part**. Sans aborder l'étude des astres eux-mêmes, il montre comment l'analyse du rayonnement électromagnétique, principale et presque unique source d'information que nous ayons sur eux, permet de déterminer leurs conditions physiques (température, densité, champ de vitesse, champ magnétique...).

Ce cours a un **caractère opératoire**, son but étant avant tout de donner au futur chercheur un outil qui lui permettra d'effectuer des calculs simples concernant des objets très divers, ou bien d'aborder une étude plus détaillée sur un sujet donné. Les processus fondamentaux sont seulement esquissés, les étudiants étant renvoyés aux manuels de base pour les démonstrations; par contre les résultats sont présentés sous une forme permettant de relier directement les observables aux paramètres physiques. L'accent est mis sur les aspects spécifiques à l'Astrophysique, comme les milieux optiquement minces et/ou éloignés de l'Equilibre Thermodynamique Local. Le cours est illustré d'exemples puisés dans les observations actuelles, les objets auxquels elles se rapportent étant brièvement replacés dans leur contexte astrophysique: étoiles de différents types, nébuleuses gazeuses, supernovae, quasars, pulsars... Il tente de montrer comment on parvient à comprendre leur nature en tenant compte des observations effectuées dans tous les domaines de longueur d'onde.

Remerciements:

Je remercie vivement les étudiants du DEA qui, par leur lecture attentive de ce cours, m'ont permis de corriger de nombreuses erreurs.

Avertissement:

Les unités CGS sont utilisées tout au long du cours, sauf cas particulier. Les longueurs d'onde sont souvent en Angström (=10 nanomètres). D'autres unités utilisées couramment en astrophysique sont également employées (eV, keV, MeV, Jansky...)

I. INTRODUCTION

Avertissement: ce chapitre donne une présentation très générale des processus de rayonnement, et fait par conséquent appel à quelques notions qui seront précisées plus tard. Par ailleurs il suppose une certaine connaissance préalable de l'Astrophysique, qui ne sera pas nécessaire dans la suite.

I. Généralités

L'astronomie possède une spécificité par rapport aux autres sciences physiques, celle de ne pouvoir expérimenter. L'*expérience* in situ y est remplacée par l'*observation du rayonnement électromagnétique*, qui nous parvient de tous les corps célestes. Malheureusement, dans la plupart des cas, ce rayonnement provient de la partie la plus superficielle du corps, représentant une proportion infime de sa masse (10^{-14} dans le cas des étoiles!). Et c'est seulement par l'intermédiaire de théories physiques et de modèles que nous pouvons déduire la nature de la « partie immergée de l'iceberg ».

Les corps célestes nous envoient d'autres signaux, de nature non électromagnétique, mais ils sont difficilement détectables ou subissent des altérations trop importantes au cours de leur traversée du cosmos pour donner des indications valables sur leur lieu d'émission. Bien que nous n'ayions pas à y revenir par la suite, il est bon de les mentionner vu l'importance qu'il pourraient prendre dans l'avenir. On peut en effet supposer que lorsque ces signaux seront mesurés avec précision, ils introduiront dans notre connaissance des objets célestes une révolution aussi importante que fut pour le rayonnement électromagnétique l'ouverture des fenêtres radio, infrarouge ou X.

I. 1: Les neutrinos

Ces particules élémentaires apparaissent au cours de certaines réactions nucléaires (la désintégration β) et sont donc liées à l'interaction faible. Les neutrinos peuvent par conséquent apporter des informations sur des phénomènes complètement inaccessibles aux photons, qui sont issus de processus électromagnétiques, comme ceux qui se produisent dans les cœurs des étoiles. Il existe trois « saveurs » de neutrinos (ν_e , ν_μ et ν_τ , ou neutrinos électroniques, muoniques et tauiques). Leur section de choc très faible leur permet de traverser les étoiles et même l'Univers dans son ensemble sans presque interagir, ce qui explique la difficulté qu'on éprouve à les détecter. Pour éviter au maximum la pollution d'autres particules les neutrinos sont détectés dans d'énormes bassins souterrains contenant des substances réagissantes comme le Galium, ou tout simplement de l'eau (voir la figure 1).

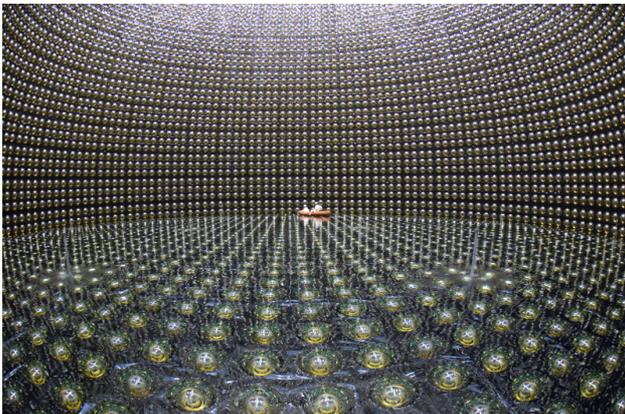


Figure 1 : Le détecteur de neutrinos super-Kamiokande au Japon. Il contient plus de 50000 tonnes d'eau. Son emplacement dans une mine, en dessous d'une montagne, lui fournit une bonne protection au bruit de fond que constituent les rayons cosmiques. On voit sur la photo des techniciens en train de nettoyer les cellules photovoltaïques captant la lumière Cherenkov émise par les particules produites par les neutrinos, après avoir vidé en partie le bassin.

Pour le moment on n'a observé de neutrinos qu'en provenance de deux objets: le Soleil et la supernova 1987A du Grand Nuage de Magellan. La supernova a émis un flux de neutrinos (en fait une douzaine seulement a été observée sur Terre), précédant de quelques heures son apparition dans le ciel austral, et portant témoignage de l'explosion thermonucléaire qui se produisait en son coeur. La détection des neutrinos solaires a posé un problème grave pendant de nombreuses années car le flux observé était environ deux fois plus faible que les prédictions théoriques du « modèle standard » du Soleil, que l'on mettait naturellement en cause. Or c'est la physique des particules qui en était responsable. Le désaccord a été résolu par l'expérience super-Kamiokande en 1998, puis d'autres, qui ont montré que les neutrinos peuvent se transformer d'un saveur dans une autre. Or le coeur du Soleil émet des neutrinos électroniques, qui se transforment ensuite partiellement pendant le trajet Soleil-Terre en neutrinos muoniques ou tauiques que les expériences précédentes ne voyaient pas, ce qui explique le déficit observé. De plus, ce phénomène « d'oscillation » entre les différents types de neutrinos n'est possible que s'ils possèdent une masse, alors que l'on pensait avant qu'ils avaient une masse nulle.

Plusieurs « télescopes à neutrinos » sont actuellement en service ou en cours de construction. Le plus grand est ANTARES (Astronomy with a Neutrino Telescope and Abyss environmental RESearch), déployé à 2500m au fond de la mer Méditerranée à 40km au large de Toulon. Il est complété par les détecteurs AMANDA (Antarctic Muon And Neutrino Detector Array) et son successeur IceCube enfouis dans les glaces du pôle Sud. Notez que chaque observatoire détecte les neutrinos provenant des antipodes et ayant traversé la Terre. On espère entre autres pouvoir observer dans un avenir proche les neutrinos énergétiques en provenance des environnements de trous noirs.

I. 2: Les ondes gravitationnelles

Des ondes similaires aux ondes électromagnétiques, mais associées au champ de gravitation, doivent (dans le cadre de la Relativité Générale) être émises par des corps massifs en mouvement, les variations du champ gravitationnel induisant des courbures périodiques de l'espace-temps. Une première preuve indirecte de leur existence a été fournie par l'observation du ralentissement de deux étoiles à neutrons en orbite serrée (« pulsar binaire»: cette observation a d'ailleurs valu le prix Nobel aux deux découvreurs). Des détecteurs fonctionnent déjà, comme VIRGO, une expérience franco-italienne implantée en Italie, ou LIGO aux Etats-Unis, mais n'ont jusqu'à maintenant donné que des limites supérieures. Ils sont en principe capables de détecter les ondes gravitationnelles d'une supernova explosant dans notre Galaxie. La prochaine expérience sera spatiale. Ce sera LISA (Laser Interferometer Space Antenna) qui devrait être mise en orbite dans les années 2020 (voir la figure 2). Les objectifs astrophysiques de cette expérience sont différents de ceux de VIRGO et LIGO car elle n'opérera pas dans le même domaine de fréquence. On s'attend à pouvoir observer la formation de trous noirs massifs, les collisions de trous noirs, la fusion 2 galaxies tournant l'une autour de l'autre, etc...

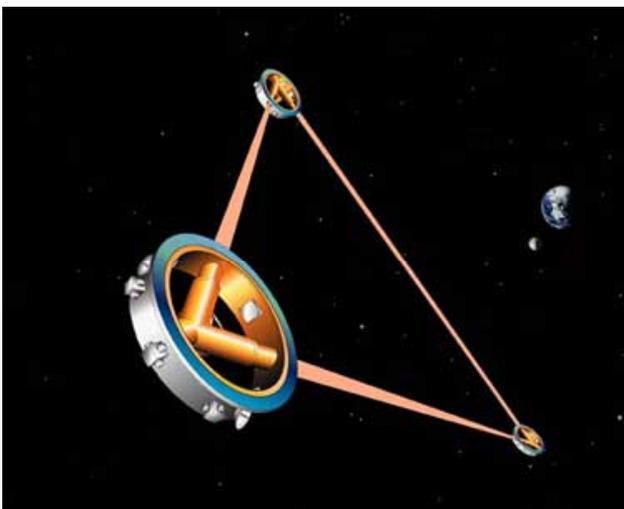


Figure 2 : L'interféromètre spatial LISA pour la détection des ondes gravitationnelles, prévu pour les années 2020. Il consistera en une constellation de 3 stations placées aux sommets d'un triangle équilatéral et séparées par cinq millions de km. Il sera possible de détecter des variations de distance de 10^{-9} cm, grâce à des lasers mesurant les déplacements de masses d'épreuve en chute libre à l'intérieur des stations.

I. 3: Les rayons cosmiques

Ce sont des particules se déplaçant à des vitesses très proches de celle de la lumière: électrons et protons essentiellement, mais également hélium et noyaux lourds en abondance comparable à celles que l'on trouve dans les étoiles, à l'exception de certains éléments du « pic du fer». Etant électriquement chargés, ils sont défléchis par le champ magnétique interstellaire et interplanétaire, et il est difficile de connaître leur origine exacte. Beaucoup sont certainement d'origine extragalactique. On pense qu'ils sont émis essentiellement lors des explosions des supernovae, et qu'ils sont réaccélérés dans le milieu interstellaire où leur composition est également modifiée.

L'astronomie des rayons cosmiques est plus ancienne et beaucoup plus avancée que celle des neutrinos ou des ondes gravitationnelles. Les détecteurs y sont déjà performants. On a détecté récemment des particules de très grande énergie (UHE, ou Ultra High Energy, jusqu'à 10^{21} eV) provenant certainement de régions éloignées de l'Univers. Plusieurs observatoires destinés à ces particules très énergétiques existent actuellement dans le monde, dont le plus grand est l'observatoire Auger (du nom du physicien français Pierre Auger) implanté dans la pampa argentine. Comme ces cosmiques UHE sont extrêmement rares (il en arrive seulement un par kilomètre carré et par an pour les plus énergétiques), on a dû répartir des détecteurs sur une surface de la taille d'un département (voir la figure 3). Les mécanismes de production et d'accélération des cosmiques de très grande énergie sont encore inconnus et constituent l'un des grands problèmes de l'Astrophysique.



Figure 3 : L'un des 1600 « détecteurs de surface » de l'observatoire Pierre Auger disposés dans la pampa argentine et recevant la lumière Cherenkov des cascades de particules créées par les rayons cosmiques de très grande énergie. Auger dispose également de « télescopes de fluorescence » détectant la lumière ultraviolette émise par les molécules de l'air excitées par les particules. Ce type d'observatoire est unique dans le monde par sa dualité fluorescence-Cherenkov.

I. 4: La « matière noire » et « l'énergie noire »

L'étude de la dynamique des galaxies et des amas de galaxies montre qu'il existe de la matière non lumineuse baryonique qu'on commence à détecter par son rayonnement X, car il s'agit de gaz très chaud intergalactique, et de la matière « non baryonique », en quantité 5 fois plus abondante que la matière baryonique, dont on suppose qu'ils pourrait s'agir de particules élémentaires faiblement interactives, les WIMPs. Il existe également une « énergie noire », responsable de l'accélération actuelle de l'Univers. Ces deux ingrédients constituent actuellement l'un des plus grands mystères de l'Univers. La matière noire est activement recherchée mais aucun résultat n'a encore été trouvé probant (en 2010). Quant à l'énergie noire, on ignore totalement sa nature...

Le rayonnement électromagnétique est un instrument d'étude dont la richesse d'information est presque infinie.

La principale propriété du rayonnement électromagnétique des astres est d'être produit dans un *très grand domaine de longueur d'onde*, depuis les ondes décimétriques jusqu'à des rayonnements gamma de longueur d'onde 10^{-8}\AA (10^{12}eV , détectés en provenance de quelques objets comme les noyaux actifs de galaxies). Il n'est pas nécessaire de rappeler que seule la fenêtre visible avait été explorée jusqu'au vingtième siècle, et que les autres fenêtres électromagnétiques n'ont été ouvertes que depuis les années cinquante: d'abord avec la radioastronomie, puis avec les rayons X au début des années soixante, enfin avec tous les autres domaines à partir des années 1970. On sait quelle a été l'importance des découvertes réalisées par la radioastronomie, sous-produit des radars de la deuxième guerre mondiale (découverte des masers interstellaires, des quasars, du corps noir cosmologique, des pulsars...). L'astronomie X a débuté avec l'observation du Soleil, et s'est développée avec l'observation d'une flore d'objets particulièrement « actifs », comme des étoiles binaires dont l'émission est essentiellement concentrée dans le domaine X. Elle a permis également de découvrir l'extrême variabilité des quasars, surprenante pour des objets aussi lumineux. A la fin des années 1970, la fenêtre ultraviolette a commencé à être explorée intensivement par le satellite « International Ultraviolet Explorer », réussite inespérée puisque sa durée de vie devait être d'environ deux ans, et qu'il a fonctionné plus de 20 ans ! Là encore on a fait des découvertes inattendues, comme la présence d'étoiles chaudes dans les galaxies elliptiques, ou celle de rayonnement ultraviolet dans le spectre de certaines étoiles froides, plus tard confirmé par le télescope spatial Hubble. Le lancement du satellite infrarouge IRAS en 1983 a permis de découvrir des galaxies ultralumineuses, enfouies dans un « cocon » de poussières opaques en visible. Les journaux ont largement commenté en 1992 les découvertes remarquables du satellite cosmologique COBE dans le domaine millimétrique, relayé plus tard par WMAP qui ont tous deux donné un nouvel élan à la cosmologie. La fenêtre « submillimétrique » ouverte dans les années 1990 a permis des observations comme celle de la présence de molécules CO dans des galaxies ou des quasars très lointains, un ou deux milliards d'années après le Big Bang. Des dizaines de satellites astronomiques sont actuellement en fonctionnement dans tous les domaines de longueurs d'onde, et il est impossible de détailler toutes les découvertes qu'on leur doit.

La *distribution spectrale* du rayonnement est une remarquable source d'informations. Elle concerne non seulement de grands domaines de longueur d'onde s'étendant sur plusieurs ordres de grandeur, qui permettent de caractériser les processus d'émission, mais également des raies spectrales qui, sur un domaine beaucoup plus restreint, parfois inférieur à 10^{-5} fois la longueur d'onde, permettent d'accéder à des informations sur les champs de vitesses, la température, la densité du milieu émissif ou absorbant.

La *polarisation* du rayonnement fournit des renseignements sur les mécanismes d'émission, par exemple sur l'intensité et la direction du champ magnétique, ou sur la distribution des grains interstellaires. Sa *distribution temporelle* donne des indications sur la structure spatiale et le mouvement des sources.

Bien que ce soit un exercice trivial, il est souvent nécessaire de passer d'une unité à l'autre, et il n'est pas mauvais d'avoir sous les yeux un rappel de chaque domaine exprimé dans différentes unités (voir la figure 4).

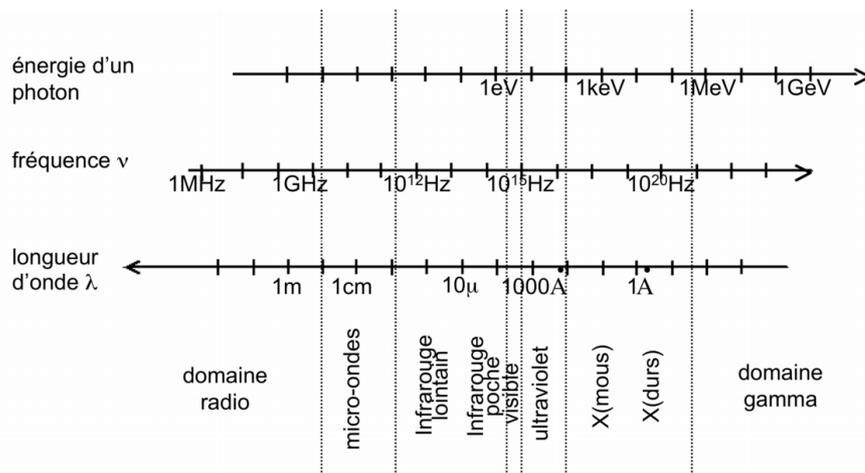


Figure 4

Enfin, si les altérations que le rayonnement subit entre sa source et la Terre constituent effectivement un handicap pour l'étude des corps célestes eux-mêmes, c'est par ailleurs un puissant moyen d'étude des milieux traversés.

II. Les altérations subies par le rayonnement

Les altérations du rayonnement sont dues à l'absorption, à la diffusion, à la réfraction et à la polarisation produites par les électrons libres, les atomes, les molécules et les grains de poussière présents dans l'atmosphère et dans les milieux interplanétaire, interstellaire et intergalactique, auxquels s'ajoute l'effet du champ magnétique.

II. 1: L'atmosphère terrestre

La principale altération est évidemment celle qui est due à l'atmosphère terrestre: elle justifie l'emploi d'avions, de ballons sondes, de fusées et de satellites pour explorer les différentes parties du spectre électromagnétique (voir la figure 5). L'atmosphère ne laisse passer que le rayonnement radio de longueur d'onde supérieure à 1mm et le rayonnement visible entre 3000 et 6000Å. Il existe également quelques fenêtres dans le domaine infrarouge proche. Aux très grandes longueurs d'onde, l'ionosphère réfracte le rayonnement de longueur d'onde supérieure à 30m, et l'empêche de pénétrer dans l'atmosphère.

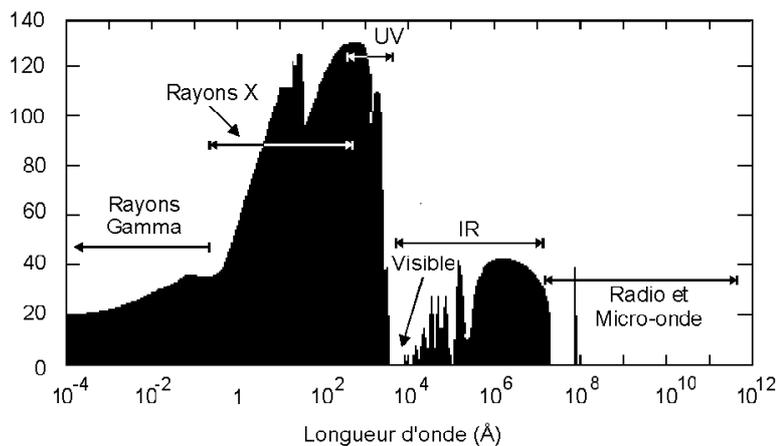


Figure 5 : Elle donne la hauteur en km à laquelle 99% du rayonnement venant de l'espace est absorbé. On voit que les seules « fenêtres » où l'observation est possible du sol sont les domaines visible et radio.

L'absorption

- absorption sélective,

Elle est due aux processus atomiques et moléculaires:

dans les domaines millimétriques et infrarouge: bandes de CO_2 et OH_2

dans l'ultraviolet: bandes de O_3 et de N_3

dans le domaine X: continus dû à l'effet photoélectrique sur les molécules d'azote et d'oxygène.

Ces processus permettent d'étudier la composition et les conditions physiques de l'atmosphère.

- absorption non sélective

Elle est due à la diffusion Rayleigh par les électrons des molécules. Le coefficient d'extinction correspondant (dont on verra plus loin la définition) est proportionnel à λ^{-4} . Le bleu est donc plus absorbé que le rouge, ce qui explique la couleur rouge du Soleil près de l'horizon où l'épaisseur de l'atmosphère est plus grande, et la couleur bleue du ciel due à la diffusion. Il s'y ajoute une diffusion par les gouttes d'eau et les poussières de l'atmosphère (diffusion de Mie).

Même dans le domaine visible, l'atmosphère ne laisse pas passer tout le rayonnement (voir la figure 6), par suite de l'absorption sélective et non sélective.

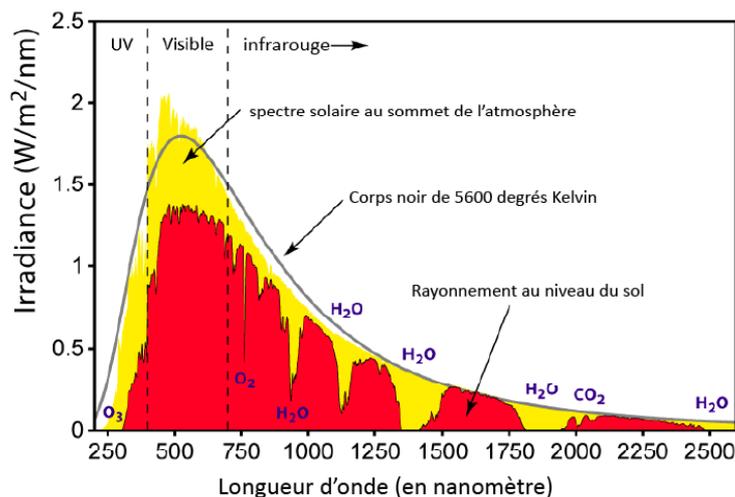


Figure 6 : Elle montre ce qui subsiste de la distribution spectrale du Soleil au niveau de la mer, par suite de l'absorption sélective et non sélective. Les bandes d'absorption de CO_2 et OH_2 sont indiquées.

la réfraction

Dans l'atmosphère, la réfraction est provoquée par les variations de la constante diélectrique du gaz atmosphérique. Dans l'ionosphère, qui est un plasma ionisé, c'est la fréquence de plasma ν_p ($\nu_p^2 = 8 \cdot 10^7 n_e$, où n_e est le nombre d'électrons par cm^3) qui détermine l'indice de réfraction n :

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{\nu_p}{\nu}\right)^2}$$

La réfraction atmosphérique affecte le rayonnement visible, et est donc très gênante tant pour l'astronomie de position que pour la photométrie, car elle modifie les positions des astres différemment suivant la longueur d'onde. Elle entraîne la scintillation des étoiles (à cause de

la turbulence de l'atmosphère). La réfraction ionosphérique affecte les ondes radio, et est utilisée pour la détermination des conditions physiques de l'ionosphère.

II. 2: Le milieu interplanétaire

Le milieu interplanétaire ne contribue en fait que peu aux altérations du rayonnement (il joue un rôle beaucoup plus important pour les rayons cosmiques, qui sont déviés par le champ magnétique). Les ondes radio de grande longueur d'onde γ sont réfractées, en particulier au voisinage de la couronne solaire, dont elles permettent de déterminer les conditions physiques.

II. 3: La matière interstellaire

l'absorption

- *absorption sélective* dans les domaines visible, UV et X par les molécules et les atomes.

L'étude des raies d'absorption dues à la matière interstellaire permet de déterminer sa composition et son état physique.

La photoionisation des atomes d'hydrogène cause l'absorption complète du rayonnement entre $\sim 100\text{\AA}$ et 912\AA , même pour les étoiles les plus proches (voir la figure 7). Il suffit en effet d'une densité de colonne de 10^{18} atomes par cm^2 pour que le rayonnement à 912\AA soit complètement absorbé (soit une densité de 0.3 cm^{-3} sur un parsec d'épaisseur).

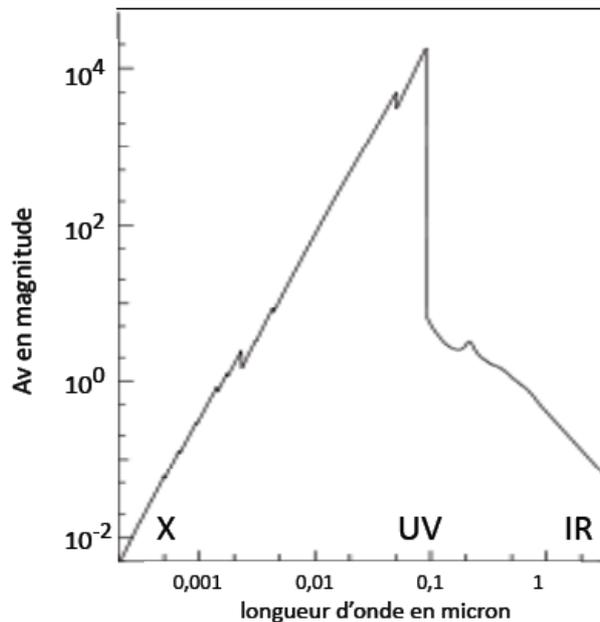


Figure 7 : Absorption interstellaire en fonction de la longueur d'onde pour une abondance cosmique normale (les différentes discontinuités correspondent aux seuils de photoionisation des couches internes des éléments dont est constituée la matière interstellaire).

- *absorption non sélective* par les poussières interstellaires.

Ces poussières sont constituées de petites particules de dimension voisine du micron probablement du graphite et des silicates, qui ont un coefficient d'extinction proportionnel à $1/\lambda$. De même que l'extinction atmosphérique, l'extinction interstellaire affecte donc plus les petites longueurs d'onde que les grandes, et conduit à un « rougissement » du rayonnement. On appelle A_v l'absorption exprimée en magnitude à 5500\AA . Dans le domaine de longueur

d'onde où cette courbe peut être approximée par une droite $1/\lambda$, on peut écrire (approximativement, voir la figure 8):

$$F(\lambda)_{\text{observé}} = F(\lambda)_{\text{émis}} e^{-A_V(5500/\lambda)}$$

On trouve que, dans le plan galactique, A_V est voisin de 2 magnitudes pour 1000pc, ce qui signifie que le centre galactique est complètement inobservable dans le visible et même dans l'infrarouge proche. Un simple nuage interstellaire cause une absorption souvent supérieure à une magnitude. Pour des objets extragalactiques situés dans la direction perpendiculaire au plan galactique, l'absorption n'est que de 0.15 mag en moyenne. On exprime généralement le rougissement par la quantité appelée « excès de couleur » $E_{B-V} = A_B - A_V$, où A_B est l'absorption dans le bleu. On a la relation: $E_{B-V} \sim 0.3 A_V$.

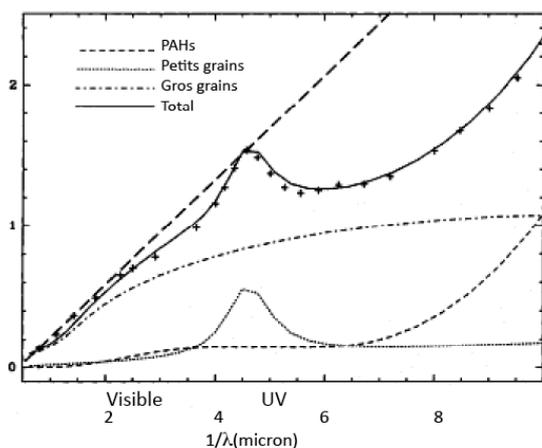


Figure 8 : Elle montre la courbe d'extinction de la matière interstellaire, rapportée à 10^{21} atomes d'hydrogène par cm^2 , en fonction de $1/\lambda$. Elle met en évidence la présence d'une « bande d'absorption » à 2200Å , due probablement à de très petits grains de graphite. La droite est une approximation pour le domaine visible.

la diffusion et la polarisation

Les grains de poussière diffusent la lumière des étoiles, et certaines nébuleuses riches en poussières situées près d'une étoile sont ainsi visibles uniquement grâce à la lumière stellaire qu'elles diffusent. Dans ce cas on peut observer également une polarisation de la lumière, due à l'anisotropie des particules et à leur orientation préférentielle dans une direction donnée, par exemple à cause du champ magnétique.

la réfraction

De même que l'ionosphère, le gaz interstellaire se comporte comme un plasma faiblement ionisé qui réfracte les ondes radio. Cette réfraction se traduit par une « scintillation » tout à fait semblable à la scintillation des étoiles causée par la réfraction atmosphérique dans le domaine visible (présence de petits « globules » interstellaires ayant des mouvements aléatoires). Elle a également des conséquences importantes sur les signaux émis par les pulsars, qui sont « dispersés », le temps qu'ils mettent à nous parvenir étant proportionnel au nombre d'électrons sur la ligne de visée (appelé « mesure de dispersion ») et à λ^2 . En effet, pour la traversée d'une épaisseur L , le décalage est:

$$\Delta t = \int_0^L \frac{dl}{cn\lambda} \sim \int_0^L \left(\frac{v_p}{v}\right)^2 dl \sim \lambda^2 \int_0^L n_e dl$$

La mesure des décalages du temps d'arrivée des pulses à différentes longueurs d'onde permet donc de déterminer la mesure de dispersion du milieu interstellaire traversé.

la rotation Faraday

Dans un milieu magnétisé, l'indice de réfraction dépend de la valeur du champ magnétique par la formule:

$$n = \left\{ 1 - \frac{\nu_p^2}{\nu^2 \left(1 - \frac{\nu_{B//}}{\nu} \right)} \right\}^{1/2}$$

où $\nu_{B//}$ est la fréquence de giration, égale à $eB_{//}/mc$, et $B_{//}$ est la valeur de la projection du champ magnétique sur la ligne de visée. Le milieu interstellaire devient donc biréfringent et induit une rotation du plan de polarisation dépendant de la longueur d'onde et proportionnelle à $n_e B_{//} L$. On détermine ainsi la « mesure de rotation » du milieu interstellaire, proportionnel à $B_{//}$ et au nombre d'électrons sur la ligne de visée. La comparaison des mesures de dispersion et de rotation des pulsars fournit un moyen de déterminer l'intensité et l'orientation du champ magnétique dans les régions de la Galaxie voisines du Soleil.

II. 4: Le milieu intergalactique

Les altérations dues au milieu intergalactique sont comparables à celles qui sont causées par le milieu interstellaire: raies atomiques en absorption (comme la « Forêt Lyman α »), qui permettent d'étudier la composition de l'Univers à grande distance dans un état encore primordial, rotation Faraday, « rougissement ». Ce dernier phénomène semble toutefois très limité, probablement à cause de la faible quantité de poussières présentes dans ce milieu relativement chaud et dilué. Par contre on y observe un autre phénomène, l'effet Sunayev-Zeldovich, qui correspond à la déformation du « corps noir cosmologique » à 2.7K, due aux impulsions données aux photons radio et millimétriques par les électrons du gaz très chaud localisé dans les amas de galaxies (diffusion Compton). Cet effet permet de déterminer la masse de ce gaz chaud et sa température.

Enfin, il ne faut pas oublier un phénomène important, celui de *lentille gravitationnelle*. Toute masse située sur la ligne de visée d'un astre joue le rôle d'une véritable lentille et défléchit la lumière en même temps qu'elle l'amplifie dans certaines directions. Ce phénomène conduit pour les astres lointains (quasars et galaxies) à l'observation d'images démultipliées ou amplifiées, et constitue l'un des meilleurs outils d'étude de la distribution de masse noire non baryonique dans l'Univers.

III. Les astres et leurs principaux mécanismes d'émission

Il est assez fascinant de constater que le ciel montre des aspects totalement différents en fonction de la longueur d'onde: on observe évidemment le Soleil à toutes les longueurs d'onde, étant donnée sa proximité, ainsi que certains objets particulièrement « actifs » et puissants, les quasars. Dans le domaine radio, on peut observer les planètes, les restes de supernovae et les nébuleuses gazeuses, ionisées ou non, les pulsars, certaines étoiles à « éruptions », le centre galactique, les radio galaxies et le milieu intergalactique. Dans le domaine infrarouge, ce sont les planètes et surtout les objets riches en poussières, les étoiles froides, les nuages moléculaires, le centre galactique et les « galaxies infrarouges ». Dans le domaine visible, on voit les étoiles, les nébuleuses ionisées et les galaxies. Le domaine X est restreint à des objets très particuliers où se produisent des phénomènes énergétiques: étoiles

binaires et cataclysmiques, certains pulsars, des restes de supernovae et le milieu intergalactique. Enfin le domaine gamma révèle des sources intermittentes, des étoiles X galactiques, ainsi que les noyaux actifs de galaxies et les quasars.

Les mécanismes d'émission se partagent en deux grands types: les **mécanismes thermiques**, qui concernent la **majeure partie des particules** du milieu, ayant généralement une « distribution thermique », c'est à dire occupant les niveaux d'énergie dans les proportions données par les lois de l'Equilibre Thermodynamique (ET), et les **mécanismes non thermiques**, qui concernent **seulement une petite proportion des particules**, dont la distribution d'énergie n'est pas donnée par les lois de l'Equilibre Thermodynamique. Ces derniers sont généralement produits par des particules de grande énergie, et/ou en présence de champ magnétique.

III. 1: Les mécanismes thermiques

Le plus habituel est évidemment le *rayonnement de Corps Noir*, qui constitue une approximation pour le rayonnement continu des étoiles. On est cependant loin de l'observer à l'état pur, les étoiles étant des objets « ouverts », communiquant avec le milieu extérieur par l'intermédiaire d'une enveloppe diluée (atmosphère), où le rayonnement perd une partie de son caractère de corps noir. En particulier il se forme dans le fond continu du corps noir un spectre de raies en absorption caractéristiques des éléments chimiques présents dans l'atmosphère de l'étoile et de leurs conditions physiques. On peut considérer que c'est l'étude de ce spectre, découvert dans la lumière solaire il y a un siècle et demi par Fraunhofer, qui marqua les débuts de l'Astrophysique.

Le rayonnement de corps noir des étoiles se situe dans des domaines de longueur d'onde relativement étroits pouvant aller de l'infrarouge proche pour les étoiles les plus froides (2000K à 3000K, étoiles M), jusqu'à l'ultraviolet lointain pour les étoiles les plus chaudes (quelques 10^4 K pour les étoiles O, 10^5 K pour les étoiles centrales de nébuleuses planétaires, quelques 10^5 K pour les naines blanches).

Un second mécanisme thermique important, qui s'apparente au rayonnement de corps noir, est *l'émission des poussières*. Celles-ci rayonnent approximativement comme de petits corps noirs dont la température dépend du flux d'énergie qu'elles reçoivent. Cette température s'établit entre 10K et 100K (il peut atteindre 1000K pour les plus chaudes par exemple dans les quasars), et le rayonnement correspondant se trouve donc dans l'infrarouge lointain. Le rayonnement des poussières représente peut-être la proportion la plus importante de l'ensemble du rayonnement cosmique, car les poussières, distribuées à profusion dans l'Univers, sont capables d'absorber pratiquement tous les rayonnements qui leur parviennent pour les réémettre dans l'infrarouge.

Un troisième mécanisme thermique est constitué par le *rayonnement d'un milieu dilué, froid ou chaud*. Ce rayonnement se compose d'un spectre continu dont le maximum d'intensité est situé dans le domaine visible pour les nébuleuses ionisées dont la température est voisine de 10^4 K, dans le domaine X mou pour des gaz chauds comme la couronne solaire (10^6 - 10^7 K), et dans le domaine X dur pour les sources X galactiques et pour le gaz intergalactique des amas de galaxies (10^8 K). Ce rayonnement continu est dû aux interactions entre les particules chargées du gaz. Il est d'autant plus intense que le gaz est plus chaud et plus dense. Sur ce spectre continu se superposent des raies en émission dues aux molécules ou aux atomes présents dans le milieu: bandes moléculaires et raies atomiques (en particulier la raie à 21cm de l'atome d'hydrogène) dans les domaines radio, submillimétrique et infrarouge pour les nuages interstellaires froids et denses, raies atomiques dans les domaines radio, infrarouge, visible et ultraviolet pour les nébuleuses chaudes, enfin raies atomiques de couches internes dans le domaine X pour les gaz très chauds.

Un quatrième mécanisme thermique est naturellement le *Corps Noir Cosmologique*, observable dans les domaines centimétrique et millimétrique. Il est en fait difficile de l'identifier à un mécanisme d'émission puisqu'il est constitué de photons produits un million d'années après le Big-Bang sous forme d'un corps noir de 3000K, et qui n'ont pas interagi depuis avec la matière mais ont seulement perdu leur énergie par suite de l'expansion de l'Univers. Le spectre du rayonnement cosmologique est identifié à un corps noir à 2.725K avec une précision supérieure au cent millième (voir la figure 9).

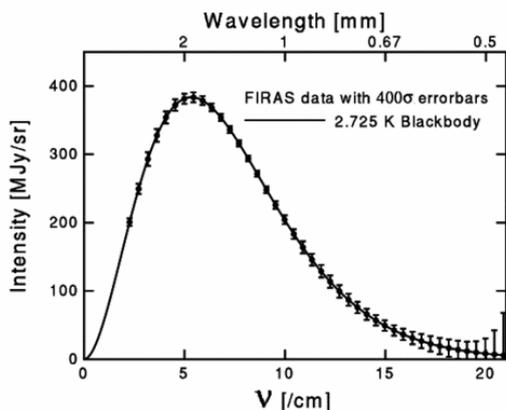


Figure 9 : Le corps noir cosmologique observé par COBE en 1992.

III. 2: Les mécanismes non thermiques

Le principal est dû à *l'effet synchrotron*, produit par des électrons relativistes freinés dans un champ magnétique (ce rayonnement a été observé pour la première fois dans les grands accélérateurs de particules appelés « synchrotrons »). Il est à l'origine de presque tout le rayonnement radio continu du ciel (une petite proportion seulement est due au mécanisme thermique que nous avons décrit précédemment), en particulier celui des radio-galaxies, des pulsars et des restes de supernovae. Lorsque les électrons sont extrêmement énergétiques, on peut observer le rayonnement synchrotron jusque dans le domaine visible et dans le domaine X: c'est le cas pour le rayonnement provenant du centre de certaines radio galaxies et pour les quasars ou certains pulsars. C'est un rayonnement fortement anisotrope et polarisé lorsque le champ magnétique a une direction constante, ce qui n'est en fait pas le cas dans la plupart des sources

Semblable au rayonnement synchrotron, mais produit par une assemblée d'électrons moins énergétiques situés dans un champ magnétique relativement fort, est le *rayonnement cyclotron*, qui est généralement observé dans le domaine visible ou X, par exemple dans certaines sources X galactiques.

Un troisième mécanisme non thermique provient de *l'effet Cherenkov*: C'est un mécanisme d'émission très important pour les rayons cosmiques qui pénètrent dans l'atmosphère terrestre. Il est probablement présent dans certaines sources astrophysiques, mais n'est certainement pas aussi important que les précédents et n'a encore pas été mis en évidence de façon concluante. Il est créé par la violente variation du champ électrique induit par la présence de particules se déplaçant à une vitesse plus grande que celle de la lumière dans le milieu ambiant.

Le *rayonnement de freinage*, ou *Bremsstrahlung*, qui fait partie des mécanismes thermiques (c'est celui qui produit le continu radio des nébuleuses ionisées et le continu X des gaz très chauds), peut également être un mécanisme non thermique lorsque les électrons qui le produisent sont

énergétiques et n'ont pas une distribution maxwellienne: c'est ce mécanisme qui produit le rayonnement X dans les éruptions solaires, et peut-être également celui des quasars et de certaines étoiles éruptives.

Un mécanisme qui ne correspond pas à proprement parler à une émission est dû à la « diffusion Compton ». Il s'agit d'une diffusion de photons très énergétiques sur des électrons au repos, ou de photons peu énergétiques sur des électrons relativistes. Dans ces deux cas la diffusion est non élastique pour les électrons ou les photons, qui récupèrent une partie de l'énergie du couple. Ce mécanisme est très efficace lorsque l'épaisseur optique du milieu est grande (c'est à dire lorsque le nombre de diffusions subies par les photons dans la traversée du milieu est supérieure à l'unité). Il correspond généralement à une émission dans le domaine X, comme c'est le cas dans les quasars et dans les étoiles binaires contenant un objet compact, mais peut également se traduire seulement par une légère modification de la distribution spectrale des photons, comme dans l'effet Sunayev-Zeldovich.

Enfin un ensemble de processus complexes qui sont du ressort de la physique nucléaire se produisent lors de l'interaction ou de la désintégration de particules très énergétiques. Ils sont à l'origine de « raies Gamma nucléaires ». Par exemple lors de la désintégration de paires électrons-positrons, deux photons de 512KeV sont créés. Ces photons ont été observés au cours des éruptions solaires, dans le centre galactique et dans certaines sources « transitoires » de rayonnement Gamma, les GRB.

Le rayonnement électromagnétique du fond du ciel est formé de la combinaison de toutes ces émissions (voir la figure 10).

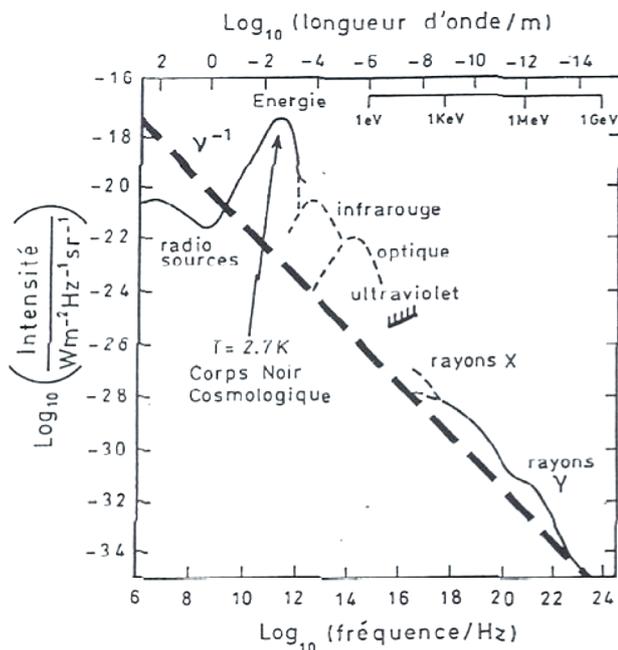


Figure 10 : Dans ce diagramme en ordonnées logarithmiques, une droite de pente -1 correspondrait à une égale distribution de l'énergie dans chaque décade de longueur d'onde. On voit que l'intensité du rayonnement décroît plus rapidement que ν^{-1} avec la fréquence, depuis le domaine centimétrique jusqu'au domaine X dur. Le Corps Noir cosmologique contient à lui seul plus d'énergie que tous les autres domaines.

Question: pensez-vous que cette figure soit la meilleure que l'on puisse tracer pour évaluer par une simple mesure de surface la quantité d'énergie émise dans chaque domaine de longueur d'onde?

II. ELEMENTS DE TRANSFERT DU RAYONNEMENT

Note: Ce chapitre donne des notions **très simplifiées** de l'une des branches les plus complexes de l'Astrophysique. Par exemple, on ne différencie pas les directions de polarisation du rayonnement, et on ne considère pas les phénomènes dépendant du temps. Ces notions sont cependant suffisantes pour l'étude des processus de rayonnement envisagés dans la suite.

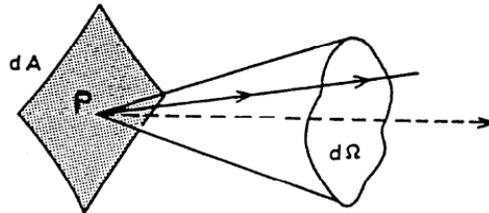
I. Les grandeurs photométriques

On utilise en astrophysique diverses grandeurs recouvrant des notions assez proches, ainsi que des systèmes d'unités spécifiques. Il est bon de les préciser.

=====
 Note: les définitions suivantes concernent des grandeurs monochromatiques, mais elles peuvent être généralisées à des grandeurs intégrées sur les fréquences.
 =====

l'intensité spécifique et la brillance

Considérons un point **P**, une petite surface **dA** autour de ce point, un petit angle solide **dΩ** autour de la direction de la *normale à la surface* en P:



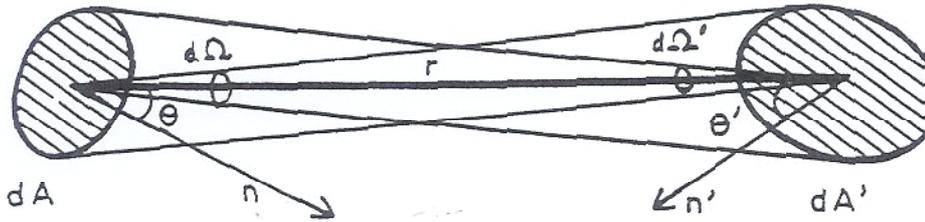
La quantité d'énergie **dE_ν** qui traverse la surface **dA** dans l'angle **dΩ** pendant le temps **dt** dans l'intervalle de fréquence **dν** est égale à:

$$dE_{\nu} = I_{\nu} d\nu d\Omega dt dA \tag{1}$$

I_ν est appelé l'intensité spécifique du rayonnement. En unités CGS, elle s'exprime en **ergs s⁻¹ cm⁻² ster⁻¹ Hz⁻¹**. L'intensité est également souvent exprimée par unité de longueur d'onde et non de fréquence. On a alors la relation $I_{\nu} d\nu = I_{\lambda} d\lambda$, et comme $\lambda\nu = c$, on en déduit $I_{\lambda} = I_{\nu} c/\lambda^2$.

L'intensité spécifique est une grandeur qui n'est pas liée à une source ou à un récepteur, et qui se conserve le long de la direction de propagation, en l'absence d'absorption ou d'émission. En effet, considérons deux surfaces infinitésimales **dA** et **dA'** centrées sur les points **M** et **M'**, la direction **MM'** faisant les angles **θ** et **θ'** avec les normales aux surfaces, dont les angles d'ouverture à partir des points **M** et **M'** sont respectivement **dΩ** et **dΩ'**.

La conservation de l'énergie de **dA** à **dA'** s'exprime par $I_{\nu} dA \cos\theta d\Omega d\nu dt = I'_{\nu} dA' \cos\theta' d\Omega' d\nu dt$, et en vertu de la relation $dA' \cos\theta' / d\Omega' = dA \cos\theta / d\Omega$, on en déduit $I_{\nu} = I'_{\nu}$.



Lorsque I_v est relatif plus spécifiquement à une *source de rayonnement*, on peut lui donner le nom de **brillance**.

l'éclairement

C'est la *puissance reçue par unité de surface par un récepteur*. C'est le produit de la brillance de la surface émettrice par l'angle solide sous lequel le récepteur voit cette surface: $de_v = I_v d\Omega \cos\theta$, θ étant l'angle entre la normale à la surface du récepteur et la ligne de visée. Si ce récepteur est situé à la distance r de la surface émissive dA dont la normale fait l'angle θ' avec la ligne de visée, on a:

$$de_v = I_v \frac{dA \cos\theta \cos\theta'}{r^2} \quad (2)$$

la luminance

Elle est définie comme:

$$L_v = \frac{I_v}{dA \cos\theta} \quad (3)$$

mais c'est une quantité peu utilisée actuellement, en astrophysique du moins.

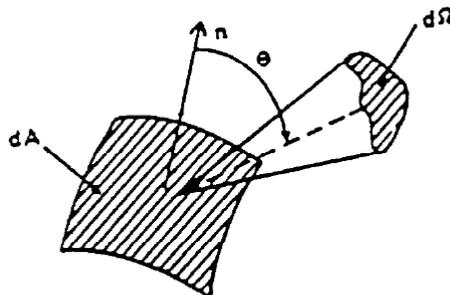
les moments de l'intensité spécifique

Intensité moyenne J_v :

$$J_v = \frac{1}{4\pi} \int I_v d\Omega \quad (4)$$

Flux F_v :

C'est la *puissance qui traverse une surface unité par intervalle unité de fréquence, dans toutes les directions* (noter que si l'intensité est isotrope, le flux est nul; c'est le cas pour un Corps Noir).

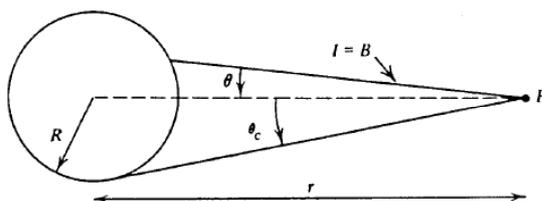


$$F_\nu = \int I_\nu \cos\theta \, d\Omega \quad (5)$$

Pour le démontrer, on peut utiliser la notion de **photon discret**. Soit $N_\nu \, dv \, d\Omega$ le nombre de photons dont la direction de propagation est contenue dans l'angle $d\Omega$, et la fréquence dans l'intervalle dv . Il est clair que le flux s'exprime alors par $F_\nu = \int h\nu N_\nu \, c \cos\theta \, d\Omega$.

Le flux est souvent exprimé, en particulier dans les domaines radio et infrarouge, en **Jansky**: $1 \text{ J} = 10^{-23}$ en CGS, ou 10^{-26} en MKS ($\text{Watts m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$).

Application: calcul du flux en provenance d'une sphère uniforme rayonnant isotropiquement (approximation pour les étoiles):



$$F_\nu = \int I_\nu \cos\theta \, d\Omega = I_\nu \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\theta_c} \sin\theta \cos\theta \, d\theta$$

Comme $\sin\theta_c = R_*/r$, on en déduit: $F_\nu = \pi I_\nu (R_*/r)^2$. En particulier le flux à la surface de la sphère est égal à πI_ν

Densité de radiation U_ν :

C'est la quantité d'énergie contenue dans un volume unité, par intervalle unité de fréquence.

$$U_\nu = \frac{1}{c} \int I_\nu \, d\Omega = \frac{4\pi I_\nu}{c} \quad (6)$$

Si l'on reprend la notion de photon discret, chaque photon transporte avec la vitesse c dans la direction de propagation l'énergie $h\nu$. Donc $U_\nu = h\nu \int N_\nu \, d\Omega$ et $I_\nu = c h\nu N_\nu$, et on obtient la relation (6).

Pression de radiation sur une surface, P_ν :

C'est la quantité de mouvement qui traverse une surface unité par unité de temps et par intervalle unité de fréquence, dans la direction de la normale à la surface:

Toujours en utilisant la notion de photon discret, et en se rappelant que chaque photon transporte la quantité de mouvement $h\nu/c$ dans la direction de sa propagation, on voit que:

$$P_v = \frac{h\nu}{c} \int c N_v \cos^2\theta \, d\Omega = \frac{\int I_v \cos^2\theta \, d\Omega}{c} \quad (7)$$

Noter que dans le cas d'un rayonnement isotrope, $P_v = \frac{U_v}{3}$.

II. Equation de transfert dans un milieu non diffusif

Lorsqu'un rayon lumineux se propage dans la matière, l'intensité spécifique ne demeure pas constante: l'*émission* lui ajoute de l'énergie et l'*absorption* lui en enlève. De même la *diffusion*, si elle ne change pas *globalement* l'énergie lumineuse, peut l'augmenter dans une direction et la diminuer dans une autre. Dans cette section nous examinons le cas d'un milieu sans diffusion.

Définissons l'**émissivité monochromatique** \mathcal{E}_v comme la *puissance émise par unité d'angle solide par intervalle unité de fréquence et par unité de volume*, et le **coefficient d'absorption monochromatique** \mathbf{K}_v en disant que $\mathbf{K}_v I_v$ est égal à la *puissance absorbée par unité d'angle solide et par intervalle unité de fréquence, lors de la traversée d'une couche de longueur unité, perpendiculaire à la direction de propagation*. Notons que \mathbf{K}_v a la dimension de l'inverse d'une longueur.

=====
 Note: dans de nombreux ouvrages, on utilise l'émissivité par unité de masse et non par unité de volume, qui est égale à la précédente divisée par la densité massique, ρ . Par analogie, on définit également un coefficient d'absorption par unité de masse, que l'on nomme généralement *coefficient d'opacité*. Noter qu'ici l'émissivité est définie par steradian, ce qui n'est pas toujours le cas.
 =====

Munis de ces définitions, on peut écrire que la *variation de l'intensité spécifique lors de la traversée d'une longueur dl (le long du rayon lumineux)* est:

$$dI_v = (-\mathbf{K}_v I_v + \mathcal{E}_v) dl \quad (8)$$

C'est l'**équation de transfert** sous sa forme la plus générale. On pose :

$$d\tau_v = -\mathbf{K}_v dl, \text{ et } \tau_v = -\int \mathbf{K}_v dl \quad (9)$$

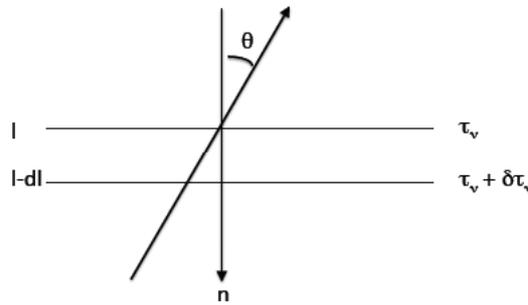
où τ_v est appelé **la profondeur optique**. Notons qu'elle *décroît* vers l'observateur. L'équation de transfert devient alors:

$$\boxed{\frac{dI_{\nu}}{d\tau_{\nu}} = I_{\nu} - S_{\nu}} \quad (10)$$

où $S_{\nu} = \frac{\epsilon_{\nu}}{\kappa_{\nu}}$ est appelé **la fonction source**.

II.1: Application à un milieu plan-parallèle

Une utilisation très fréquente de l'équation de transfert est relative à un milieu de structure stratifiée, c'est à dire lorsque les grandeurs physiques sont constantes le long de surfaces planes dont la normale fait un angle θ avec la direction de propagation des rayons lumineux et qu'elles varient le long de cette normale. C'est le cas des atmosphères stellaires, que l'on peut considérer comme des milieux plan-parallèles. On traite également souvent les nuages interstellaires dans cette approximation. La profondeur optique est alors définie le long de la direction de la normale au plan, et l'équation de transfert devient:



$$\boxed{\cos\theta \frac{dI_{\nu}}{d\tau_{\nu}} = I_{\nu} - S_{\nu}} \quad (11)$$

La solution formelle de cette équation est:

$$\frac{\tau_{\nu 2}}{\tau_{\nu 1}} \left[I_{\nu} \exp\left(-\frac{\tau_{\nu}}{\mu}\right) \right] = - \int_{\tau_{\nu 1}}^{\tau_{\nu 2}} S_{\nu} \exp\left(-\frac{t_{\nu}}{\mu}\right) \frac{dt_{\nu}}{\mu} \quad (12)$$

où l'on a posé $\mu = \cos\theta$.

Pour expliciter cette solution, il faut connaître les conditions aux limites.

II.1.i : Considérons d'abord une **atmosphère stellaire**.

Les conditions aux limites sont:

- il n'y a pas de rayonnement rentrant à la surface, soit $I_{\nu}(\mu < 0, \tau_{\nu} = 0) = 0$.

$$\Rightarrow I_{\nu}(\mu < 0) = \int_0^{\tau_{\nu}} \frac{S_{\nu}}{|\mu|} \exp\left(-\frac{(t-\tau_{\nu})}{\mu}\right) dt \quad (13)$$

- le rayonnement à $\tau_v = \infty$ ne peut être infini:

$$\Rightarrow I_v(\mu > 0) = \int_{\tau_v}^{\infty} \frac{S_v}{|\mu|} \exp\left(-\frac{t-\tau_v}{\mu}\right) dt \quad (14)$$

On en déduit le rayonnement sortant à la surface:

$$\boxed{I_v(\tau = 0) = \int_0^{\infty} S_v \exp\left(-\frac{\tau_v}{\mu}\right) \frac{d\tau_v}{\mu}} \quad (15)$$

Cette équation nous permet de calculer le flux sortant à la surface, en supposant la fonction source isotrope (ce qui est le cas général):

$$F_v(\mu > 0) = 2\pi \int_0^1 \int_0^{\infty} S_v \exp\left(-\frac{\tau_v}{\mu}\right) \frac{d\tau_v}{\mu} \mu d\mu = 2\pi \int_0^{\infty} S_v E_2(\tau_v) d\tau_v \quad (16)$$

$E_n(x)$ est l'intégré-exponentielle d'ordre n: $E_n(x) = \int_1^{\infty} \frac{\exp(-ux)}{u^n} du$.

On voit que le flux et l'intensité sortant sont approximativement égaux à la fonction source dans les couches superficielles de l'étoile, c'est à dire celles où $\tau_v \leq 1$, et que les couches plus internes ne contribuent pas au rayonnement sortant, la fonction source y étant absorbée exponentiellement. Or nous verrons plus loin (mais on peut le prévoir intuitivement) que la fonction source diminue vers la surface. L'équation (15) permet alors de déduire des conclusions intéressantes concernant le rayonnement des étoiles.

Une première conséquence est que, pour le Soleil que nous pouvons observer en différents points du disque, nous « voyons » jusqu'à la profondeur $\tau_v \sim \mu$, donc nous voyons au bord ($\mu=0$) la fonction source dans les couches les plus superficielles, et au centre ($\mu=1$) dans les couches les plus profondes. Puisque la fonction source diminue vers le bord, celui-ci nous apparaîtra moins brillant que le centre. Un peu plus loin nous examinerons de façon quantitative ce problème avec quelques approximations simplificatrices.

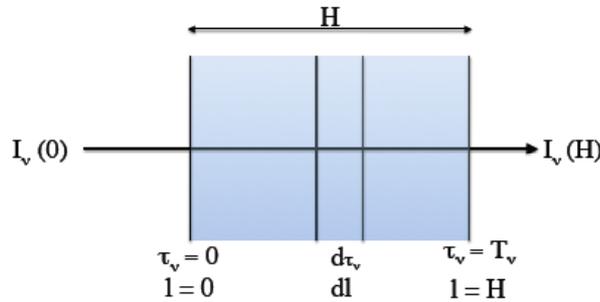
Une deuxième conséquence est l'existence de raies en absorption dans les spectres stellaires. En effet, si dans un domaine de fréquence étroit - raie spectrale - le coefficient d'absorption est beaucoup plus grand que dans les fréquences avoisinantes, on y « verra » les couches les plus superficielles, où la fonction source est plus faible, et dans les fréquences avoisinantes, les couches profondes, où la fonction source est plus grande.

Le calcul de l'intégrale (15) d'apparence assez simple constitue l'une des tâches les plus ardues de l'astrophysique: il s'agit en effet de déterminer à chaque hauteur dans l'atmosphère, d'une part la relation entre la profondeur optique, qui dépend de celle de tous les points situés au dessus, d'autre part la valeur de la fonction source, qui dépend entre autre de la température, elle-même fonction de la façon dont l'intensité du rayonnement varie à travers l'atmosphère. En outre les différentes fréquences sont interdépendantes, et de plus l'intensité

varie très rapidement en fonction de la fréquence dans les raies spectrales! Enfin les différentes directions sont interdépendantes... Depuis plus de cinquante ans, les astrophysiciens travaillent à la solution de cette équation, en utilisant diverses approximations. L'avènement des gros ordinateurs permet maintenant de trouver des solutions numériques presque « exactes ». Nous décrivons plus loin l'une des approximations les plus utilisées.

II. 1. ii : Examinons maintenant la solution de l'équation de transfert dans le cas **d'une couche plan-parallèle homogène et finie**.

On utilise généralement cette approximation dans le cas de milieux dilués, comme des nuages interstellaires ou des nébuleuses ionisées. On définit cette fois une profondeur optique qui *croît* vers l'observateur: $d\tau_v = K_v dl$, et $T_v = \int K_v dl$, l'intégrale étant prise entre 0 et H, épaisseur de la couche. On appelle T_v **l'épaisseur optique** et non la profondeur optique, et on dit que la couche est *optiquement épaisse* si $T_v > 1$ et *optiquement mince* si $T_v < 1$. Puisque la couche est homogène, on peut écrire: $T_v = HK_v$, T_v étant pris dans la direction de la normale à la couche.



Les conditions aux limites sont alors:

- $I_v(\tau_v = 0) = I_{v0}$, I_{v0} étant l'intensité *rentrant* dans la couche à $\tau_v = 0$
- pas de rayonnement entrant pour $\tau_v = T_v$

La solution de l'équation de transfert est alors :

$$\begin{aligned}
 I_v(T_v, \mu) &= I_{v0} \exp\left(-\frac{T_v}{\mu}\right) + \int_0^{T_v} S_v \exp\left(-\frac{t_v}{\mu}\right) \frac{dt_v}{\mu} \\
 &= I_{v0} \exp\left(-\frac{T_v}{\mu}\right) + S_v \left(1 - \exp\left(-\frac{T_v}{\mu}\right)\right)
 \end{aligned} \tag{17}$$

S_v étant la fonction source (constante) dans la couche.

Trois cas sont particulièrement intéressants (on suppose que μ n'est pas $\ll 1$, c'est à dire que la couche n'est pas vue en incidence rasante)

- celui d'une couche finie non émissive:

L'intensité devient:

$$I_v(T_v, \mu) = I_{v0} e^{-T_v/\mu} \tag{17bis}$$

L'intensité est simplement égale à l'intensité entrante, compte tenu de l'absorption qu'elle subit dans la couche. C'est le cas d'un nuage froid devant une source intense.

- celui d'une couche optiquement mince ($\tau_\nu \ll 1$):

L'intensité sortant de la couche s'écrit alors:

$$I_\nu(T_\nu, \mu) = I_{\nu 0} e^{-T_\nu/\mu} + S_\nu(T_\nu/\mu) = I_{\nu 0} e^{-T_\nu/\mu} + H \epsilon_\nu/\mu \quad (17ter)$$

On constate que l'intensité sortante est égale à l'intégrale de l'émissivité, augmentée de l'intensité entrante, compte tenu de son absorption.

- celui d'une couche optiquement épaisse ($\tau_\nu \gg 1$):

L'intensité sortante s'écrit:

$$I_\nu(T_\nu, \mu) = I_{\nu 0} e^{-T_\nu/\mu} + S_\nu \sim S_\nu \quad (17quarto)$$

Cette fois l'intensité sortante est simplement égale à la fonction source.

EXERCICE:

Dans le cas d'une couche finie sans source extérieure, montrer que le flux est égal à $2\pi S_\nu [0.5 - E_3(T_\nu)]$. En déduire que

1. dans le cas mince: $F_\nu = 2\pi S_\nu T_\nu = 2\pi \epsilon_\nu H$, soit:

$$L_\nu = 4\pi \epsilon_\nu \text{ Volume}$$

où L_ν est la luminosité (puissance) de la couche (supposée de surface finie, évidemment)

2. dans le cas d'une couche épaisse: $F_\nu = \pi S_\nu$, et

$$L_\nu = \pi S_\nu \text{ Surface}$$

ce qui peut se résumer ainsi:

dans le cas d'une couche mince, on « voit » toute l'émissivité, et la puissance est proportionnelle au volume, tandis que dans le cas d'une couche épaisse, on « voit » la fonction source, et la puissance est proportionnelle à la surface.

II. 2: Approximation d'Eddington

Ecrivons d'abord les différents moments de I_ν dans le cas plan-parallèle où $\cos\theta = \mu$ et $\sin\theta d\theta = d\mu$:

$$J_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I_\nu d\mu ; \quad F_\nu = 2\pi \int_{-1}^{+1} I_\nu \mu d\mu ; P_\nu = \frac{2\pi}{c} \int_{-1}^{+1} I_\nu \mu^2 d\mu \quad (18)$$

puis les moments de l'équation de transfert.

Le premier moment (\int équation $d\Omega$) de l'équation de transfert donne, *en supposant S_ν isotrope*:

$$\frac{dF_\nu}{d\tau_\nu} = 4\pi (J_\nu - S_\nu) \quad (19)$$

Le deuxième moment (\int équation $\cos\theta d\Omega$) donne:

$$c \frac{dP_\nu}{d\tau_\nu} = F_\nu \quad (20)$$

$$\Rightarrow c \frac{d^2P_\nu}{d\tau_\nu^2} = 4\pi (J_\nu - S_\nu) \quad (20bis)$$

L'approximation d'Eddington consiste à **fermer ce système** en posant:

$$\boxed{P_\nu = \frac{4\pi}{3c} J_\nu} \quad (21)$$

Cette égalité est réalisée lorsque l'intensité est isotrope. Donc l'approximation consiste à supposer que le rayonnement est **presque isotrope**, comme c'est par exemple le cas dans les régions profondes des atmosphères. En dépit de cette restriction, elle est très souvent utilisée, et on verra dans les applications qu'elle donne de bons résultats.

De (20bis) et (21) on déduit pour l'intensité moyenne une équation de transfert, dite « Equation d'Eddington », *qui ne dépend plus de la direction μ* :

$$\boxed{\frac{1}{3} \frac{d^2J_\nu}{d\tau_\nu^2} = (J_\nu - S_\nu)} \quad (22)$$

Notons que cette équation reste très difficile à intégrer dans le cas général où la fonction source S_ν dépend de J_ν , et où il existe un couplage entre les fréquences.

On utilise pour l'intensité deux approximations un peu différentes conduisant toutes deux à la relation (21):

1. ou bien on suppose que *le rayonnement est semi-isotrope, c'est à dire isotrope dans les deux demi-hémisphères $\mu < 0$ et $\mu > 0$* : $I_\nu (\mu < 0) = I_\nu^- = \text{constante}$, et $I_\nu (\mu > 0) = I_\nu^+ = \text{constante}$. On peut alors écrire:

$$J_V = \frac{I_V^+ + I_V^-}{2} ; \quad F_V = \pi (I_V^+ - I_V^-); \quad P_V = \frac{2\pi}{3c} (I_V^+ + I_V^-) = \frac{4\pi}{3c} J_V \quad (23)$$

2. ou bien on suppose que l'intensité est confinée dans 2 directions, dont les cosinus des angles sont respectivement $1/\sqrt{3}$ pour I_V^+ et $-1/\sqrt{3}$ pour I_V^- . On construit alors les moments de I_V :

$$J_V = \frac{I_V^+ + I_V^-}{2} ; \quad F_V = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} (I_V^+ - I_V^-); \quad P_V = \frac{2\pi}{3c} (I_V^+ + I_V^-) = \frac{4\pi}{3c} J_V \quad (23bis)$$

On voit que F_V est légèrement différent dans les deux approximations, ce qui en montre d'ailleurs les limites. Pour la commodité nous appellerons la première « approximation de semi isotropie », et la deuxième à « 2 faisceaux », ou « 2-streams ».

APPLICATIONS:

1. SOLUTION DE L'ÉQUATION D'EDDINGTON DANS LE CAS D'UNE COUCHE SEMI-INFINIE (atmosphère stellaire)

Nous allons supposer que S_V varie linéairement avec τ . La solution générale de l'équation (22) peut alors se mettre sous la forme:

$$J_V - S_V = C_1 \exp(\sqrt{3} \tau_V) + C_2 \exp(-\sqrt{3} \tau_V) \quad (24)$$

Pour déterminer les constantes C_1 et C_2 , il nous faut utiliser les conditions aux limites:

1. pour $\tau_V \Rightarrow \infty$, $J_V - C_V$ doit rester fini, donc $C_1 = 0$
2. pour $\tau_V = 0$ (surface), il n'y a pas d'intensité rentrante, donc $I_V^- = 0$.

Nous choisissons de travailler dans l'approximation des « 2 faisceaux ». On déduit des deux premières équations de (23bis):

$$I_V^+ = J_V + \frac{\sqrt{3}}{4\pi} F_V ; \quad I_V^- = J_V - \frac{\sqrt{3}}{4\pi} F_V \quad (25)$$

En utilisant l'équation (20) qui est valable aussi dans cette approximation, et en remplaçant P_V par sa valeur $\frac{4\pi}{3c} J_V$, on trouve:

$$I_V^+ = J_V + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{dJ_V}{d\tau_V} ; \quad I_V^- = J_V - \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{dJ_V}{d\tau_V} \quad (26)$$

La condition à $\tau_V = 0$ donne alors:

$$J_v(0) = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{dJ_v}{d\tau_v} \Big|_0, \quad (27)$$

et

$$J_v(0) = S_v(0) + C_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{dS_v}{d\tau_v} - \sqrt{3} C_2 \right) \quad (28)$$

ce qui fournit la constante C_2 et finalement la solution:

$$J_v(\tau_v) = S_v(\tau_v) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{dS_v}{d\tau_v} - S_v(0) \right) \exp(-\sqrt{3} \tau_v) \quad (29)$$

qui montre bien que $J_v = S_v$ pour $\tau_v = \infty$.

On peut en déduire également le flux à la surface:

$$F_v(0) = \left(S_v(0) + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{dS_v}{d\tau_v} \right) \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \quad (30)$$

EXERCICES:

1. Faire le même calcul avec l'approximation de semi-isotropie
2. Faire le même calcul dans le cas d'une couche finie d'épaisseur H sans intensité rentrante, en supposant que S_v est constant.

2. VARIATION DE LA TEMPERATURE DANS L'ATMOSPHERE D'UNE ETOILE, ASSOMBRISSEMENT CENTRE-BORD DU SOLEIL

Nous ferons les hypothèses suivantes:

- la première est celle d'un *coefficient d'absorption indépendant de la fréquence*. c'est ce que l'on appelle le « cas gris ». Les équations précédentes peuvent alors être écrites en intégrant sur la fréquence. Cette hypothèse est certainement la moins fondée.

- la seconde est la *conservation du flux radiatif* à travers l'atmosphère solaire, ce qui signifie qu'il n'existe pas d'autre mode de transport de l'énergie que radiatif (par exemple convectif), et aucune source d'énergie. Cette hypothèse est à peu près valable dans la haute photosphère du Soleil. On a donc $\int F_v dv = F = \text{constante}$.

- la troisième est que la fonction source est donnée par le corps noir: c'est l'hypothèse dite de *l'Equilibre Thermodynamique Local*, sur laquelle nous reviendrons par la suite. On a alors $S_v = B_v$, soit $\pi \int S_v dv = \pi \int B_v dv = \sigma T^4$, où σ est appelée la constante de Stefan et est égale à $5,6685 \cdot 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, T étant la température de l'atmosphère à la profondeur optique τ . Cette hypothèse est valable dans les couches profondes de la photosphère.

L'équation (20bis) peut donc s'écrire:

$$\frac{dF}{d\tau} = 4\pi (J-B) = 0 \quad (31)$$

et elle entraîne

$$J = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (32)$$

Ici aussi, on peut utiliser l'une ou l'autre des approximations, et le résultat sera différent. Avec l'approximation de semi-isotropie, on déduit de l'équation (20):

$$\frac{4\pi}{3} \frac{dJ}{d\tau} = F, \quad (33)$$

$$\text{soit} \quad J = \frac{3}{4\pi} \tau F + \text{cte} \quad (34)$$

En identifiant le rayonnement sortant à $\tau = 0$, on obtient:

$$J = \frac{F}{2\pi} \left(\frac{3}{2} \tau + 1 \right) \quad (35)$$

soit:

$$T^4 = T_0^4 \left(\frac{3}{2} \tau + 1 \right) \quad (36)$$

qui correspond à une **augmentation de la température vers l'intérieur de l'étoile.**

On a l'habitude de définir la *température effective* T_{eff} , qui est la température d'un corps noir correspondant au flux sortant de l'étoile. On a alors

$$F(0) = 2\pi \int B \mu d\mu = \pi B = \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (37)$$

La température T_0 à la surface de l'étoile, définie par $2\sigma T_0^4 = F(0)$ est donc reliée à T_{eff} par

$$T_{\text{eff}} = 2^{1/4} T_0 = 1.19 T_0 \quad (38)$$

EXERCICE:

Avec l'approximation « 2 faisceaux », montrer qu'on obtient la relation

$$T^4 = T_0^4 (\sqrt{3} \tau + 1) \quad (39)$$

L'augmentation de la température vers l'intérieur de l'étoile permet de comprendre pourquoi les spectres stellaires présentent des raies et des discontinuités en absorption. En effet l'équation (16) nous a montré que le flux sortant était approximativement égal à la fonction source dans les couches où $\tau_v \leq 1$. Donc, s'il existe une forte opacité dans un domaine limité de longueur d'onde, comme dans une raie spectrale ou dans une discontinuité libre-lié, cela signifie que le rayonnement à ces longueurs d'onde nous parvient de couches plus superficielles de l'étoile, où la température est plus faible. Toujours avec l'hypothèse que la fonction source est donnée par la fonction de Planck, on en déduit que le spectre stellaire doit montrer des zones de plus faible intensité à ces longueurs d'onde, donc *des zones*

d'absorption (on traite en somme le spectre émergent comme une juxtaposition de corps noirs de différentes températures).

L'effet de ces absorptions est de diminuer le flux total sortant, qui ne peut donc plus satisfaire à la condition de constance. Pour compenser cet effet, l'atmosphère de l'étoile s'ajuste en augmentant sa température, et le spectre dans son ensemble se trouve rehaussé. C'est ce que l'on nomme « l'effet de serre » (voir la figure 11).

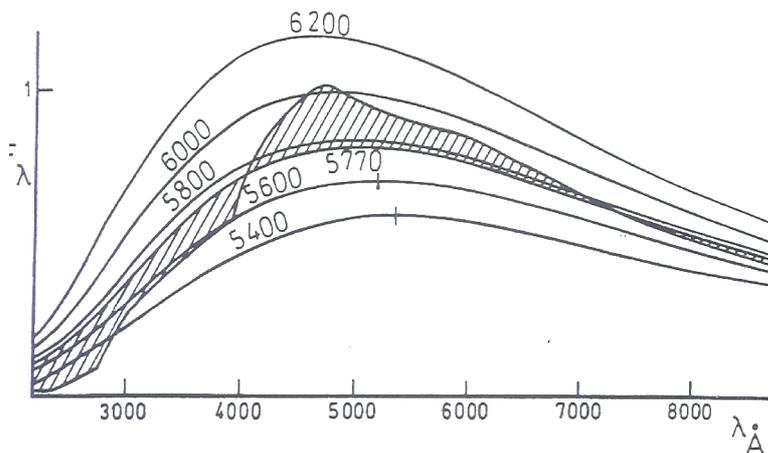


Figure 11 : Cette figure montre le spectre continu solaire (sur lequel se superposent des raies en absorption qui ne sont pas représentées ici), avec la « discontinuité de Balmer », due à la photoionisation des atomes d'hydrogène dans le premier état excité, qui creuse ce spectre dans le domaine $\lambda < 4000 \text{ \AA}$, et « oblige » le continu à remonter au dessus du corps noir à 5800K, température effective du Soleil pour $\lambda > 4000 \text{ \AA}$.

Par ailleurs, lorsqu'on observe le disque solaire, on constate qu'il est plus brillant au centre qu'au bord. Comment expliquer cet effet? Il provient du fait que la température augmente vers l'intérieur, et que, par suite de l'inclinaison des rayons lumineux, on « voit » des couches de plus en plus superficielles lorsqu'on se rapproche du bord solaire.

L'intensité sortante dans la direction μ est:

$$I(0;\mu) = \int_0^{\infty} B(T) \exp\left(-\frac{\tau}{\mu}\right) \frac{d\tau}{\mu} = \frac{\sigma T_{\text{eff}}^4}{2\pi} \left(\frac{3}{2}\mu + 1\right) \quad (40)$$

en adoptant la variation de B trouvée avec l'approximation de semi isotropie, ce qui conduit au rapport entre l'intensité dans une direction quelconque μ et l'intensité à $\mu=1$:

$$\frac{I(0;\mu)}{I(0;1)} = (0.4 + 0.6\mu) \quad (41)$$

Cette relation montre bien que l'intensité sortante croit lorsque μ varie de 0 (bord du disque solaire) à 1 (centre du disque). Elle donne des résultats assez proches de l'observation:

μ	$\frac{I(0;\mu)}{I(0;1)}$ Eddington F = cte; S = B coefficient d'abs. indépendant de ν	$\frac{I(0;\mu)}{I(0;1)}$ observé
1	1	1
0.8	0.88	0.90
0.6	0.76	0.79
0.4	0.64	0.67
0.2	0.52	0.52

(En fait l'accord est moins bon qu'il n'y paraît, car « l'effet de serre » dû à l'absorption des raies dans l'atmosphère compense en partie l'approximation faite ici du coefficient d'absorption indépendant de la fréquence.)

III. Equation de transfert dans un milieu diffusif

La plupart des milieux astrophysiques ne se contentent pas d'absorber et d'émettre du rayonnement, mais ils le diffusent également, c'est à dire qu'il absorbe le rayonnement et le réémettent dans toutes les directions. Nous en avons vu déjà plusieurs exemples, avec l'atmosphère terrestre et la diffusion Rayleigh, avec les nuages interstellaires, où les poussières absorbent et diffusent la lumière. Nous rencontrerons d'autres exemples dans ce cours.

III. 1: Equation de transfert

Nous supposons ici la diffusion **cohérente**, c'est à dire se produisant sans changement de fréquence mais seulement avec un changement de direction, et **isotrope**. Par analogie avec le coefficient d'absorption, on définit le **coefficient de diffusion** σ_ν en disant que $\sigma_\nu I_\nu$ est égal à la *puissance diffusée par unité d'angle solide et par intervalle unité de fréquence, lors de la traversée d'une couche de longueur unité, perpendiculaire à la direction de propagation*. Notons qu'ici σ_ν a la dimension de l'inverse d'une longueur comme κ_ν , mais est parfois défini par unité de masse et non de volume.

La puissance réémise par diffusion par unité d'angle solide et par intervalle unité de fréquence dans la direction de propagation du rayonnement est donc:

$$\sigma_\nu \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\Omega = \sigma_\nu J_\nu \quad (42)$$

et l'équation de transfert devient:

$$dI_\nu = (-\kappa_\nu I_\nu + \epsilon_\nu) dl + (-\sigma_\nu I_\nu + \sigma_\nu J_\nu) dl \quad (43)$$

qui s'écrit:

$$dI_\nu = - (I_\nu - S_\nu^{\text{tot}}) (\kappa_\nu + \sigma_\nu) dl \quad (44)$$

en posant:

$$S_\nu^{\text{tot}} = \frac{S_\nu^{\text{abs}} \kappa_\nu + \sigma_\nu J_\nu}{\sigma_\nu + \kappa_\nu} \quad (45)$$

avec $S_{\nu}^{\text{abs}} = \epsilon_{\nu}/K_{\nu}$. L'équation (45) montre l'intervention directe de l'intensité dans la fonction source: c'est donc une équation intégro-différentielle. Par analogie avec le cas purement absorbant et la profondeur optique, on pose alors:

$$d\tau_{\nu}^{\text{tot}} = - (K_{\nu} + \sigma_{\nu}) dl, \quad \text{et} \quad \tau_{\nu} = - \int (K_{\nu} + \sigma_{\nu}) dl \quad (46)$$

où $(K_{\nu} + \sigma_{\nu})$ est appelé le **coefficient d'extinction** (nous l'avons mentionné dans le premier chapitre à propos de la diffusion Rayleigh et des poussières interstellaires). Avec ces notations, l'équation de transfert s'écrit:

$$\mu \frac{dI_{\nu}}{d\tau_{\nu}^{\text{tot}}} = I_{\nu} - S_{\nu}^{\text{tot}} \quad (47)$$

Cette équation a exactement la même forme que dans le cas sans diffusion, donc elle a les mêmes solutions par exemple l'équation (15) pour l'intensité émergents à la surface d'une étoile. On voit toutefois de façon bien plus évidente que dans le cas non diffusif qu'il s'agit **d'une solution formelle**, puisque l'intensité apparaît explicitement dans la fonction source qui constitue le coeur de l'intégrale. Il en est de même pour la solution dans le cas d'une couche finie. C'est pourquoi il est important de trouver des solutions approchées à cette équation

III. 2: Approximation d'Eddington dans le cas d'un milieu diffusif

On procède comme dans le cas non diffusif:

1- Premier moment de l'équation de transfert:

$$\frac{1}{4\pi} \frac{dF_{\nu}}{dz} = - (K_{\nu} + \sigma_{\nu}) J_{\nu} + \epsilon_{\nu} + \sigma_{\nu} J_{\nu} \quad (48)$$

qui se ramène à:

$$\frac{1}{4\pi} \frac{dF_{\nu}}{dz} = \epsilon_{\nu} - K_{\nu} J_{\nu} \quad (48\text{bis})$$

La diffusion ne se traduit donc pas par une variation du flux

Enfin, l'équation précédente peut s'écrire:

$$\frac{1}{4\pi} \frac{dF_{\nu}}{d\tau_{\nu}^{\text{abs}}} = J_{\nu} - S_{\nu}^{\text{abs}} \quad (48\text{ter})$$

2- deuxième moment de l'équation de transfert:

$$c \frac{dP_{\nu}}{dz} = - (K_{\nu} + \sigma_{\nu}) F_{\nu} \quad (49)$$

L'approximation d'Eddington permet d'écrire cette équation:

$$\frac{4\pi}{3} \frac{dJ_\nu}{d\tau_{\nu\text{tot}}} = F_\nu \quad (50)$$

L'équation d'Eddington devient finalement:

$$\frac{1}{3} \frac{d^2J_\nu}{d\tau_{\nu\text{eff}}^2} = J_\nu - S_\nu^{\text{abs}} \quad (51)$$

Cette équation est **identique à celle du milieu non diffusif, mais la profondeur optique y est remplacée par la profondeur optique effective**, donc les solutions que nous avons trouvées dans le cas sans diffusion sont très facilement applicables au cas diffusif.

Il est important de remarquer les 3 profondeurs optiques qui interviennent dans ces équations: d'absorption, d'extinction, et effective. Nous les retrouverons lorsque nous chercherons à définir un coefficient d'absorption moyen.

Notons qu'on peut aussi écrire l'équation d'Eddington:

$$\frac{1}{3} \frac{d^2J_\nu}{d\tau_{\nu\text{abs}}^2} = J_\nu - S_\nu^{\text{tot}} \quad (51\text{bis})$$

EXERCICES:

Calculer, dans le cas diffusif, l'intensité moyenne et le flux sortant d'une couche homogène semi-infinie et dans le cas d'une couche homogène finie sans intensité rentrante et comparer aux résultats précédents dans le cas non diffusif.

MOYENNES DE ROSSELAND ET DE PLANCK

Nous avons vu que pour déterminer la variation de la fonction source avec la profondeur dans l'atmosphère d'une étoile il était nécessaire de définir une profondeur optique moyenne, que l'on peut relier à la profondeur géométrique. La définition d'une telle profondeur moyenne est indispensable également pour les calculs de structure interne des étoiles, où l'on doit en particulier connaître le flux radiatif intégré sur la fréquence en fonction de la profondeur géométrique.

Comment définir cette moyenne? Il faut en fait la calculer en fonction de l'usage que l'on veut en faire.

1. Moyenne de Rosseland

Dans les couches profondes des étoiles, l'intensité devient isotrope et l'intensité moyenne devient égale à la fonction source, c'est à dire à B_ν car l'Equilibre Thermodynamique Local est réalisé. L'équation (48) permet alors d'écrire:

$$F = \int F_{\nu} dv = \int \frac{4\pi}{3} \frac{dJ_{\nu}}{d\tau_{\nu}^{\text{tot}}} dv = \int \frac{4\pi}{3} \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}^{\text{tot}}} dv$$

$$= \int \frac{4\pi}{3} \frac{dB_{\nu}}{dT} \frac{dT}{dr} \frac{1}{\sigma_{\nu} + \kappa_{\nu}} dv = \frac{4\pi}{3} \frac{dT}{dr} \frac{1}{\kappa_R} \int \frac{dB_{\nu}}{dT} dv \quad (52)$$

où l'on a posé:

$$\frac{1}{\kappa_R} = \frac{\int \frac{1}{\sigma_{\nu} + \kappa_{\nu}} \frac{dB_{\nu}}{dT} dv}{\int \frac{dB_{\nu}}{dT} dv} \quad (53)$$

ou encore:

$$\kappa_R = \frac{4\sigma T^3}{\pi} \frac{1}{\int \frac{1}{\sigma_{\nu} + \kappa_{\nu}} \frac{dB_{\nu}}{dT} dv} \quad (53\text{bis})$$

Cette moyenne harmonique du coefficient d'absorption s'appelle la « moyenne de Rosseland ». Elle permet de **calculer le flux intégré dans les couches profondes** de l'atmosphère, comme si l'on était dans le « cas gris ». Elle est déterminée par les parties du spectre où la profondeur optique est la plus faible, ce qui est naturel puisque le flux s'échappe des couches profondes essentiellement dans ces domaines de fréquence. Il faut noter que **le coefficient de diffusion intervient dans cette moyenne**.

On peut encore écrire l'équation (59):

$$F = \frac{4}{3} \frac{d(\sigma T^4)}{d\tau_R} \quad (54)$$

Cette équation est souvent appelée « approximation de diffusion », par analogie avec les équations de diffusion. Elle n'est pas valable dans les couches superficielles des étoiles ou dans un milieu optiquement mince.

2. Moyenne de Planck

Si nous voulons calculer l'intensité émergente due à l'émission pure d'une couche optiquement mince nous écrirons - cf. l'équation (17ter) :

$$\int I_{\nu} dv = \frac{H}{\mu} \int \kappa_{\nu} S_{\nu} dv \quad (55)$$

Si de surcroît l'on suppose l'Equilibre Thermodynamique Local ($S_{\nu} = B_{\nu}$) on peut écrire

$$\int I_{\nu} d\nu = \frac{H}{\mu} \kappa_p \sigma T^4 \quad (55\text{bis})$$

où l'on a posé:

$$\kappa_p = \frac{\int \kappa_{\nu} B_{\nu} d\nu}{\int B_{\nu} d\nu} \quad (56)$$

On note que l'absorption seule intervient dans cette moyenne, appelée « moyenne de Planck » et beaucoup moins utilisée que la précédente. Contrairement à la moyenne de Rosseland, elle est pondérée par les parties optiquement minces du spectre. On peut montrer qu'elle est une bonne approximation pour les couches extérieures des étoiles, si celles-ci satisfont à l'équilibre radiatif (constance du flux radiatif).

On définit d'autres moyennes, comme la moyenne sur le flux, utilisée pour calculer la force radiative dans les atmosphères d'étoiles chaudes.

III. 2: Approche probabiliste de la diffusion

La diffusion s'apparentant à une **marche au hasard**, il est intéressant d'en faire l'étude en terme probabiliste, pour comprendre de façon plus intuitive des résultats que nous avons trouvés par le calcul.

Nous définirons d'abord le **libre parcours moyen** r_{ν} d'un photon: c'est la *distance moyenne parcourue entre deux processus successifs*, d'absorption ou de diffusion, dans un milieu supposé homogène.

Si on considère l'absorption seule, on peut voir d'après l'équation simplifiée 17bis que la probabilité pour un photon de traverser une profondeur optique τ_{ν} sans être absorbé est $\exp(-\tau_{\nu}/\mu)$, ou encore que $\tau_{\nu} = \mu$ est la profondeur optique moyenne traversée par un photon avant d'être absorbé, soit $\langle \tau_{\nu} \rangle = 1$ en moyennant sur les directions. De la même façon, dans un milieu absorbant *et* diffusif, ce sera la profondeur optique moyenne traversée par un photon avant d'être absorbé *ou* diffusé. Donc r_{ν} est tel que $\langle \tau_{\nu} \rangle = 1$, soit:

$$r_{\nu} = \frac{1}{(\kappa_{\nu} + \sigma_{\nu})} \quad (57)$$

Notons que la quantité $1 - A_{\nu} = \sigma_{\nu}/(\kappa_{\nu} + \sigma_{\nu})$, qui est appelée l'**albedo de diffusion simple**, représente la probabilité que la marche au hasard se termine par une diffusion, et A_{ν} qu'elle se termine par une absorption. Le nombre N de diffusions subies par le photon avant son absorption est donc $1/A_{\nu}$.

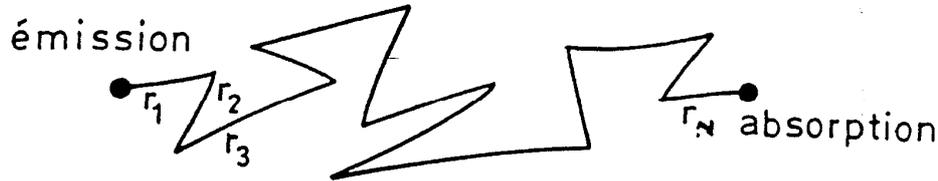
Considérons maintenant un photon émis dans une couche homogène et infinie. Au cours de sa marche au hasard, il va parcourir des vecteurs $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \dots \mathbf{r}_n$ entre des diffusions successives, avant d'être finalement absorbé après N diffusions, ayant parcouru un vecteur $\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \dots + \mathbf{r}_n$ dont la norme R_{ν} est donnée par:

$$R_{\nu} = \sqrt{\mathbf{R}^2} = \sqrt{\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2 + \dots + \mathbf{r}_n^2} = \sqrt{N r_{\nu}^2} = \sqrt{N} r_{\nu} \quad (58)$$

car les termes croisés sont nuls en moyenne.

Finalement la distance parcourue par le photon avant d'être absorbé est:

$$R_v = \frac{r_v}{\sqrt{A}} = \frac{1}{\sqrt{K_v (K_v + \sigma_v)}} \quad (59)$$



On appelle cette quantité **la longueur de diffusion** ou **le parcours moyen effectif**.

APPLICATION AUX COUCHES FINIES

Si le milieu est une couche finie d'épaisseur L , on définit comme dans le cas purement absorbant une **épaisseur optique** τ_v :

$$\tau_v = L(K_v + \sigma_v) = \tau_{vdif} + \tau_{vabs} \quad (60)$$

en posant $\tau_{vdif} = L \sigma_v$ et $\tau_{vabs} = L K_v$.

Deux cas peuvent se présenter:

1. $\frac{L}{R_v} \gg 1$

Les photons sont absorbés et réémis un grand nombre de fois avant de sortir du milieu, et ils ont le temps de se mettre en équilibre thermique avec la matière. On dit donc que le milieu est **effectivement épais**, et R_v est également appelé **la longueur de thermalisation**.

On peut estimer de façon approchée l'intensité spécifique émise par une telle couche: elle est voisine de celle qui serait émise par une couche *non diffusante* d'épaisseur R_v puisque tous les photons émis par cette portion de la couche en sortent effectivement:

$$I_v = \mathcal{E}_v R_v = S_v^{abs} K_v R_v = S_v^{abs} \sqrt{A_v} \quad (61)$$

l'intensité émergente est atténuée par $\sqrt{A_v}$ par rapport à une couche purement absorbante optiquement épaisse

2. $\frac{L}{R_v} \ll 1$

Le milieu est **effectivement mince** ou **translucide**. Tous les photons émis dans la couche en sortent finalement.

l'intensité émergente est la même que dans le cas sans diffusion

$\frac{L}{R_v}$ est appelé **l'épaisseur optique effective**. Elle est égale à:

$$\tau_{veff} = \sqrt{A_v} \tau_v \sqrt{\tau_{vabs} (\tau_{vdiff} + \tau_{vabs})} \quad (62)$$

On voit donc que, si le coefficient d'absorption est plus grand que le coefficient de diffusion, $\tau_{veff} \sim \tau_{vabs}$, et la diffusion ne joue aucun rôle, tandis que si le coefficient de diffusion l'emporte, $\tau_{veff} = \sqrt{\tau_{vdif} \tau_{vabs}}$, et l'épaisseur optique est plus grande qu'en l'absence de diffusion.

III. LES LOIS DE L'EQUILIBRE THERMODYNAMIQUE

Note: ces lois sont fondamentales aussi bien pour les milieux à l'Equilibre Thermodynamique que pour ceux qui ne le sont pas, comme nous le verrons dans la suite du cours. Leurs démonstrations peuvent être trouvées dans les manuels de mécanique statistique ou même d'astrophysique, les photons étant régis par la statistique de Bose-Einstein où plusieurs d'entre eux peuvent occuper le même volume élémentaire dans l'espace des phases, et les particules par la statistique de Fermi qui obéit au principe d'exclusion de Pauli. Nous supposons qu'elles sont familières aux étudiants, et nous ne les effectuerons pas ici, nous limitant à donner les formules couramment utilisées en astrophysique.

L'équilibre thermodynamique (ET) est l'état d'un ensemble de particules et de photons soumis à leurs interactions mutuelles dans une enceinte fermée (ou, ce qui revient au même, ayant une épaisseur optique infinie à toutes les longueurs d'onde). Dans cet état, les particules et les photons ont la distribution d'énergie la plus probable. Cette distribution, stationnaire au cours du temps, correspond à **la microréversibilité des processus**, c'est à dire que chaque processus est compensé par un processus inverse. Par exemple il y a autant de transitions par seconde entre deux états discrets B et A d'un atome, induites par des collisions avec des électrons, que de transitions de A à B également induites par collision avec des électrons; et autant de transitions par seconde entre les deux états discrets B et A, induites par le rayonnement, que de transitions de A à B également induites par le rayonnement. Cette microréversibilité aura une importance considérable dans la suite.

I. Loi de Planck

C'est la distribution d'énergie du **Corps Noir**, dont l'intensité spécifique est donnée par:

$$I_\nu = B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1} \quad (1)$$

où ν est la fréquence des photons, h la constante de Planck ($6.6262 \cdot 10^{-27}$ erg s en CGS), k est la constante de Boltzmann ($1.3806 \cdot 10^{-16}$ erg K⁻¹ en CGS) et T est la température du milieu.

Cette fonction est parfois exprimée par unité d'intervalle de longueur d'onde et non de fréquence (voir la figure 12). Elle devient alors:

$$B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda kT}) - 1} \quad (1bis)$$

Son intégration sur les fréquences donne:

$$B = \int B_\nu d\nu = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (2)$$

où σ est la constante de Stefan ($5.6696 \cdot 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{K}^{-4}$ en CGS), à ne pas confondre avec la notation du coefficient de diffusion!

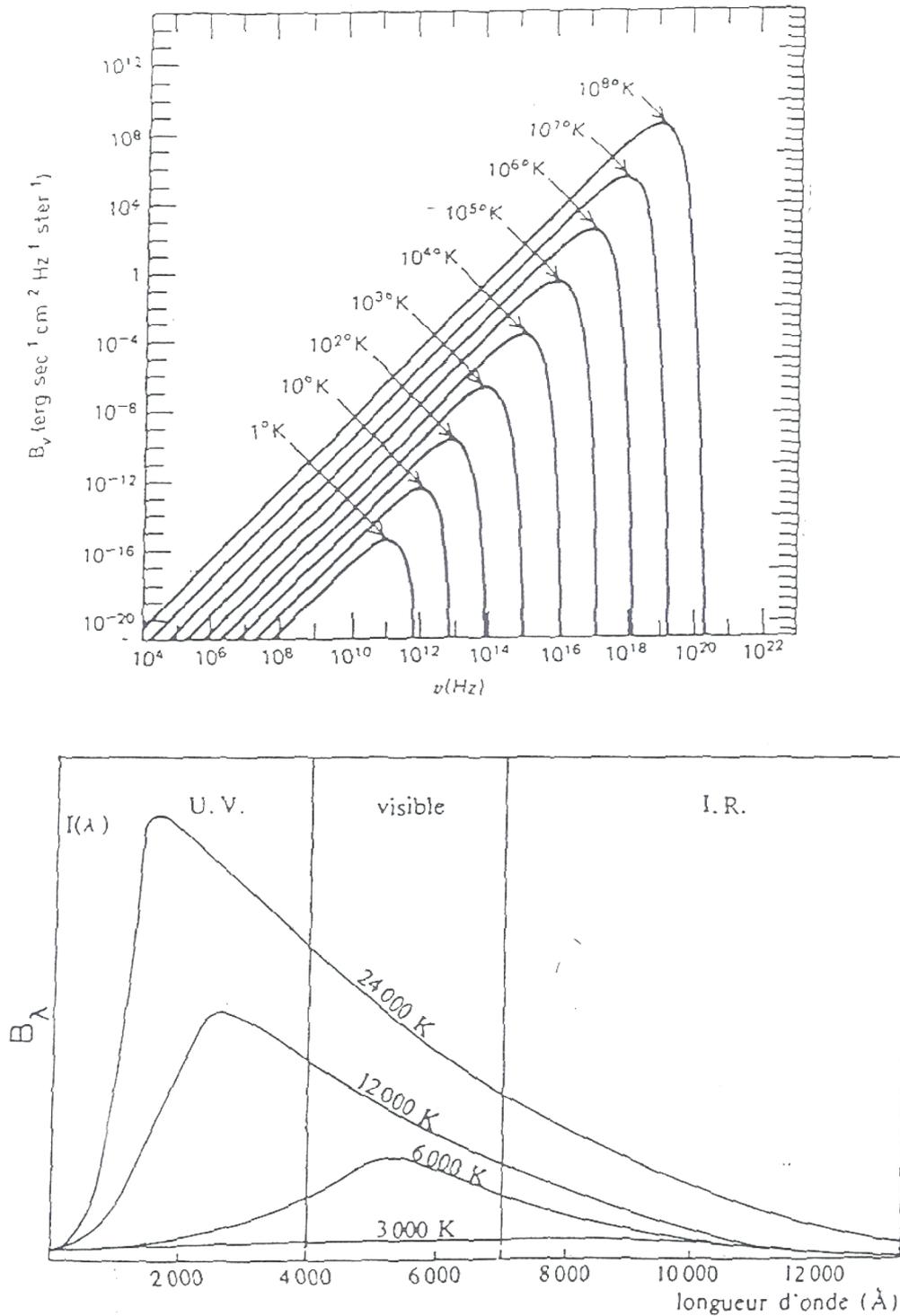


Figure 12 : Ces figures représentent la distribution spectrale du rayonnement de Planck, donnée par les formules 1 et 1bis, pour différentes températures.

Ces deux formules correspondent à des maxima d'intensité un peu différents, que l'on peut calculer:

-maximum de l'intensité par intervalle de fréquence:

$$\frac{dB_\nu}{d\nu} = 0 \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{0.51}{T} \text{ cm K} \quad (3)$$

-maximum de l'intensité par intervalle de longueur d'onde:

$$\frac{dB_\lambda}{d\lambda} = 0 \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{0.29}{T} \text{ cm K} \quad (3\text{bis})$$

La fonction de Planck peut être approximée aux petites et aux grandes énergies:

- pour $h\nu \ll kT$, elle devient:

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{kT}{h\nu} = \frac{2kT}{\lambda^2} \quad (4)$$

C'est la loi de **Rayleigh-Jeans**, utilisée en radioastronomie.

- pour $h\nu \gg kT$; elle devient:

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \quad (5)$$

C'est la loi de **Wien**, utilisée généralement dans le domaine X.

A partir de la fonction de Planck, on définit plusieurs « températures » caractérisant la distribution d'énergie des particules et des photons, lorsque le milieu n'est pas à l'Equilibre Thermodynamique.

Ainsi, lorsque l'intensité du rayonnement n'est pas donnée par la fonction de Planck, on définit la **température de brillance** T_b comme la température qu'aurait un corps noir de même intensité à la fréquence ν :

$$I_\nu = B_\nu(T_b) \quad (6)$$

Cette température dépend évidemment de la fréquence. Elle est très utilisée en radioastronomie, où la loi de Rayleigh-Jeans est applicable:

$$T_b = \frac{\lambda^2}{2k} I_\nu \quad (7)$$

et la solution de l'équation de transfert devient, dans le cas d'une couche finie homogène:

$$T_b = T_b(0) e^{-\tau\nu/\mu} + \frac{\lambda^2}{2k} S_\nu (1 - e^{-\tau\nu/\mu}) \quad (8)$$

Cette équation s'écrit encore:

$$T_b = T_b(0) e^{-\tau\nu/\mu} + T_{exc}(1 - e^{-\tau\nu/\mu}) \quad (8bis)$$

où T_{exc} , que l'on nomme la **température d'excitation** (on en verra plus loin la raison), est définie par:

$$S_\nu = B_\nu(T_{exc}) \quad (9)$$

Elle dépend naturellement de la fréquence à laquelle on calcule la fonction source.

On définit également la **température de couleur** T_c comme la température du corps noir présentant la même variation d'intensité avec la fréquence que l'intensité sortant du milieu:

$$\frac{dI_\nu}{d\nu} = \frac{dB_\nu(T_c)}{d\nu} \quad (10)$$

Par exemple, le ciel bleu a une température de couleur voisine de 25000K dans le visible, tandis que le rayonnement solaire qui l'illumine a une température de couleur voisine de 5000K, et que la température d'excitation correspondant aux différentes raies d'absorption des molécules de l'atmosphère, qui est voisine de leur température d'agitation thermique, est de 300K.

Enfin, comme nous l'avons déjà vu dans le chapitre précédent, on définit la **température effective** T_{eff} , qui est la température du corps noir correspondant au flux sortant du milieu, intégré sur la fréquence:

$$F = \int F_\nu d\nu = \pi B(T_{eff}) = \sigma T_{eff}^4 \quad (11)$$

Dans un milieu à l'Equilibre Thermodynamique, toutes ces températures sont égales à la température d'agitation thermique des particules, appelée la température T du milieu.

LOI DE KIRCHOFF ET EQUILIBRE THERMODYNAMIQUE LOCAL

Pour que l'Equilibre Thermodynamique soit réalisé, il faut que l'épaisseur optique du milieu soit infinie, donc:

$$I_\nu(\tau_\nu \Rightarrow \infty) = B_\nu(T) = \lim. \text{ pour } \tau_\nu \Rightarrow \infty [I_{\nu 0} e^{-\tau\nu} + S_\nu (1 - e^{-\tau\nu})] \quad (12)$$

ce qui entraîne:

$$S_\nu = B_\nu(T) \quad (13)$$

ou encore:

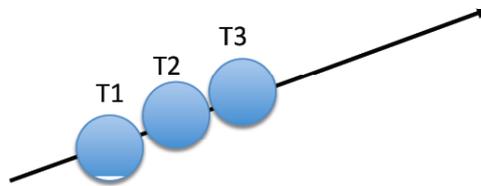
$$\mathcal{E}_\nu = K_\nu B_\nu(T) \quad (13bis)$$

Cette loi est appelée **loi de Kirchoff**, et nous allons l'utiliser dans la suite du cours pour calculer l'émissivité associée aux différents processus de rayonnement.

L'équation de transfert devient, *dans le cas de L'Equilibre Thermodynamique*,

$$\boxed{\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - B_\nu(T)} \quad (14)$$

où T est la température du milieu. Comme T est constante, I_ν l'est également, et il n'y a pas de transfert du rayonnement. Par contre, si la température varie d'un point à un autre dans le milieu, mais qu'en chaque point on a $S_\nu = B_\nu(T_{\text{local}})$, il y a bien transfert du rayonnement. On nomme cet état **L'Equilibre Thermodynamique Local (ETL)**



La différence entre l'ETL et l'ET est que dans le premier cas **seule la fonction source S_ν , mais non l'intensité I_ν , est donnée par la loi de Planck**. Par contre les lois de l'ET régissant la distribution des particules sur les niveaux d'énergie (libres ou liés) sont satisfaites à l'ETL. Comme l'ET, **l'ETL présente la propriété de microréversibilité**. Nous montrerons plus loin qu'une condition suffisante pour que l'ETL soit réalisé est que la densité du milieu soit grande, et que par conséquent les distributions des particules sur les niveaux d'énergie soient gouvernées uniquement par les collisions. L'ETL est réalisé dans les couches profondes des atmosphères stellaires où la densité est élevée. Donc la majeure partie des spectres stellaires, à l'exception de quelques raies spectrales provenant des couches les plus superficielles de l'atmosphère, sont formées à l'ETL. Par contre les milieux dilués comme les nébuleuses et les nuages interstellaires sont très loin de l'ETL.

II. Loi de Maxwell

Cette loi régit la distribution des **particules libres** sur les niveaux d'énergie non quantifiés.

Le nombre de particules par unité de volume dont la *projection de la vitesse sur un axe z* est comprise entre v_z et v_z+dv_z est donnée par la distribution de Maxwell:

$$\boxed{dN_z = N \left(\frac{M}{2\pi kT}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{Mv_z^2}{2kT}\right) dv_z} \quad (15)$$

où N est le nombre de particules par unité de volume (appelé « densité numérique») et M est la masse des particules.

Cette expression nous servira à déterminer la forme des raies élargies par effet Doppler.

En supposant la distribution des vitesses **isotrope**, on en déduit que le nombre de particules par unité de volume dont la *valeur absolue de la vitesse* est comprise entre $v = (v_x^2+v_y^2+v_z^2)^{1/2}$ et $v + dv$ est:

$$dN = N \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{M(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}\right) dv_x dv_y dv_z \quad (16)$$

ou encore:

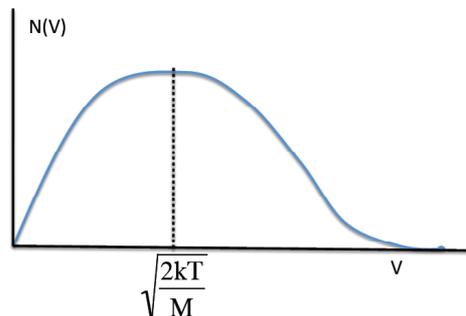
$$dN = N \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^2 dv \quad (17)$$

soit, pour le nombre de particules par unité de volume dont l'énergie est comprise entre $E = Mv^2/2$ et $E+dE$:

$$dN = N \left(\frac{1}{\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) 2\pi E^{1/2} dE \quad (18)$$

Notons que les formules (17) et (18) sont normalisées, c'est à dire que $\int_0^{\infty} dN = N$

FORME DE LA DISTRIBUTION MAXWELLIENNE



Dans le domaine relativiste cette loi a une forme différente sur laquelle nous reviendrons plus loin.

III. Loi de Boltzmann

Elle régit la distribution des particules sur des **niveaux d'énergie quantifiés**.

Soit 2 niveaux d'énergie E_m et E_n ($E_m > E_n$), tels que $E_m - E_n = \chi_{mn}$. Les « populations » de ces niveaux (ou nombre de particules par unité de volume) sont liées par la relation de Boltzmann:

$$\frac{N_m}{N_n} = \frac{g_m}{g_n} \exp\left(-\frac{\chi_{mn}}{kT}\right) \quad (19)$$

où g_m et g_n sont les *poinds statistiques* des niveaux m et n . Ces poinds statistiques sont donnés par les tables spectroscopiques.

=====
 Note: on utilise souvent la notation $\frac{N_m}{N_n} = \frac{g_m}{g_n} 10^{-X_{mn} \theta}$ où X_{mn} est exprimé en eV et $\theta = \frac{5040}{T}$
 =====

IV. Loi de Saha

Elle régit la distribution des **particules d'une même espèce dans différents états d'ionisation**:

$$\boxed{\frac{N_{i+1}^1 N_e}{N_i^1} = \frac{2g_{i+1}^1}{g_i^1} \left(\frac{2\pi m k T}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\chi_i}{kT}\right)} \quad (20)$$

où N_{i+1}^1 et N_i^1 sont les densités numériques des ions sur le niveau fondamental de l'état $i+1$ et i fois ionisé, et N_e est la densité électronique, g_{i+1}^1 et g_i^1 sont les poids statistiques du niveau fondamental de l'ion dans l'état $i+1$ et i fois ionisé, χ_i est le potentiel d'ionisation de l'ion dans l'état i fois ionisé (c'est à dire l'énergie nécessaire pour arracher un électron à l'ion i dans l'état fondamental) et m est la masse de l'électron ($9.1096 \cdot 10^{-28}$ g).

En utilisant la loi de Boltzmann, on trouve:

$$\frac{N_{i+1} N_e}{N_i} = \frac{2U_{i+1}}{U_i} \left(\frac{2\pi m k T}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\chi_i}{kT}\right) \quad (21)$$

où N_i et N_{i+1} sont les densités numériques des ions dans les états i et $i+1$ fois ionisés, et U_i et U_{i+1} sont appelés les **fonctions de partition** de ces états et sont égales à:

$$U_i(T) = \sum g_m \exp\left(-\frac{\chi_m}{kT}\right) \quad (22)$$

A faible température le facteur exponentiel est très petit, et la fonction de partition se réduit au poids statistique du niveau fondamental. Aux températures élevées, ce n'est plus le cas, et il est nécessaire de faire la somme sur un grand nombre de niveaux. Le calcul de ces fonctions pour chaque ion en fonction de la température est un travail difficile mais indispensable, en particulier pour les modèles de structure interne des étoiles.

Numériquement, la loi de Saha s'écrit sous la forme:

$$\log \frac{N_{i+1} N_e}{N_i} = -X_{i;i+1} \theta - 1.5 \log \theta + 20.9366 + \log \frac{2U_{i+1}}{U_i} \quad (23)$$

$X_{i;i+1}$ étant le potentiel d'ionisation exprimé en eV.

EXERCICE:

Montrer en vous servant des équations de Saha et de Boltzmann, que le nombre relatif d'atomes d'hydrogène sur le niveau de Balmer (niveau 2) passe par un maximum pour une température voisine de 10000K, dans un milieu à l'équilibre thermodynamique (pour les données relatives à l'atome d'hydrogène, voir le chapitre suivant).

IV. LES RAIES SPECTRALES

ABSORPTION ET EMISSION, PROFIL

Note: ce chapitre, ainsi que le suivant, suppose la connaissance préalable de notions de spectroscopie (nombres quantiques, règles de sélection, poids statistiques...).

Le spectre des étoiles ou des nébuleuses ionisées présente dans le domaine visible et ultraviolet des « raies spectrales » sombres (en absorption) ou brillantes (en émission) superposées sur un « fond continu ». Des raies en absorption ou en émission sont observées également dans le domaine radio en provenance des nuages interstellaires, et dans le domaine X en provenance de régions très chaudes comme la couronne solaire ou les amas de galaxies.

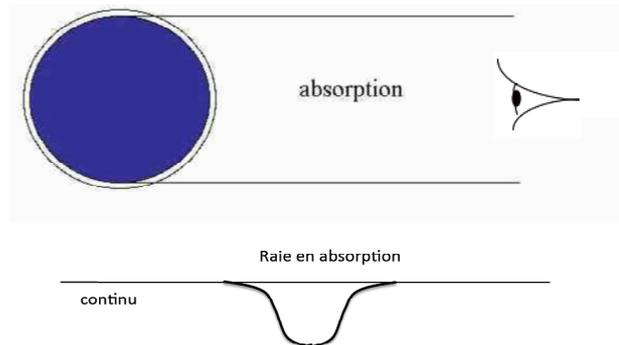
Ces raies correspondent aux transitions entre les niveaux d'énergie quantifiés des atomes ou des molécules (transition lié-lié). Le rayonnement continu sur lequel elles se superposent correspond à des transitions, soit entre un niveau d'énergie quantifié et un niveau non quantifié (transition lié-libre), soit entre deux niveaux non quantifiés (transitions libre-libre ou free-free). Elles peuvent également être superposées à un continu « non thermique », comme dans le cas des quasars.

Ces raies spectrales n'ont pas une largeur infiniment petite, mais présentent une distribution d'intensité autour d'une longueur d'onde centrale, qu'on appelle le « profil » de la raie. Notre but dans ce chapitre est d'étudier les raies spectrales, de déterminer leur fonction source et leur profil, et de montrer quel genre d'informations elles peuvent fournir sur les milieux où elles se forment.

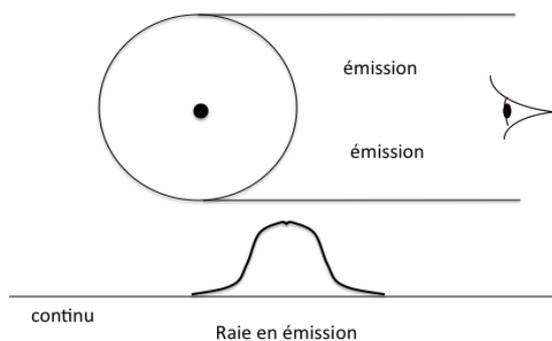
Cependant, avant d'aborder les questions de l'intensité et du profil des raies, nous allons nous demander dans quels cas une raie apparaît en absorption et dans quels cas elle est en émission.

Une raie en absorption se forme lorsqu'un atome ayant un niveau quantifié inférieur E_n est excité sur un niveau E_m d'énergie supérieure en absorbant un photon d'énergie $E_m - E_n$. Si les atomes sont irradiés par un spectre continu sous-jacent, ils seront nombreux à subir ce genre de transition et imprimeront une « raie en absorption » dans le spectre continu.

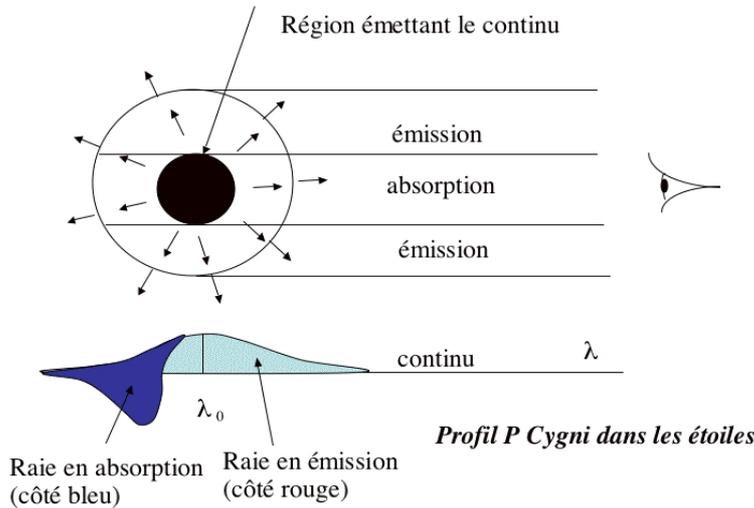
Les choses se passent alors comme sur la figure suivante (atmosphère stellaire) :



Elles peuvent également se passer ainsi, si la région qui crée les raies est beaucoup plus étendue que celle qui émet le continu (atmosphère étendue ou nébuleuse) :



Mais le problème peut être également compliqué par le fait que la région en émission (atmosphère étendue) est en expansion par rapport à la région émettant le continu. On voit alors ceci :



On connaît de telles raies dans le spectre de certaines étoiles. On les appelle « P Cygni », du nom de la première étoile où elles ont été observées. Elles sont formées au sein d'une atmosphère en expansion. Celle-ci produit des raies d'émission centrées sur leurs longueurs d'onde au repos mais comme elle absorbe une partie du rayonnement continu provenant de la surface de l'étoile et comme elle se rapproche de l'observateur, elle produit également des raies d'absorption du côté des courtes longueurs d'onde des raies (le côté « bleu »).

Enfin, il existe une façon d'obtenir des raies en émission : c'est lorsque le continu sous-jacent est négligeable. C'est ce qui se passe par exemple dans l'ultraviolet solaire : il est très faible, et par conséquent les raies émises dans cette longueur d'onde (comme la raie Lyman α , qui est émise dans la chromosphère), apparaissent en émission, tandis que les raies du visible, où le continu photosphérique est intense, sont en absorption.

I. Absorption et émission

I.1: Probabilités d'Einstein

Considérons 2 niveaux d'énergie quantifiés d'un atome, n et m , d'énergie E_m et E_n , avec $E_{nm} = E_m - E_n > 0$, le nombre d'atomes par unité de volume dans les niveaux m et n étant N_m et N_n . On définit les probabilités d'Einstein A_{mn} , B_{mn} et B_{nm} ainsi:

- le nombre de transition radiatives **spontanées** par unité de volume et par seconde entre le niveau n et le niveau m , correspondant à l'**émission** d'un photon d'énergie E_{nm} , est $N_m A_{mn}$.
- le nombre de transition radiatives par unité de volume et par seconde entre le niveau n et le niveau m , **induites** par un photon d'énergie E_{nm} , correspondant à l'**absorption** de ce photon, est $N_n J_{nm} B_{nm}$.

- le nombre de transition radiatives par unité de volume et par seconde entre le niveau m et le niveau n, **induites** par un photon d'énergie E_{nm} , correspondant à l'**émission** d'un deuxième photon de même énergie, est $N_m J_{nm} B_{mn}$. C'est Einstein qui a découvert l'existence de ce processus, appelé »l'émission induite«.

Ici J_{nm} est l'intensité moyenne du rayonnement à la fréquence $\nu = E_{mn}/h$.

On détermine les relations entre ces probabilités en supposant l'ET réalisé. On peut alors utiliser la microréversibilité des réactions, qui est vérifiée à l'ET, soit: le nombre de transitions radiatives faisant passer l'atome du niveau n au niveau m par seconde est égal au nombre de transitions radiatives le faisant passer du niveau m au niveau n:

$$N_m (A_{mn} + B_{mn} J_{nm}) = N_n B_{nm} J_{nm} \quad (1)$$

avec (Boltzmann):

$$\frac{N_m}{N_n} = \frac{g_m}{g_n} \exp\left(-\frac{E_{nm}}{kT}\right) \quad (2)$$

et (Plank):

$$J_{nm} = B_{\nu} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{E_{nm}}{kT}\right) - 1} \quad (3)$$

L'équation (1) donne:

$$J_{nm} = \frac{\frac{A_{mn}}{B_{mn}}}{\frac{N_n B_{nm}}{N_m B_{mn}} - 1} \quad (4)$$

L'équation (2) donne:

$$J_{nm} = \frac{\frac{A_{mn}}{B_{mn}}}{\frac{g_n B_{nm}}{g_m B_{mn}} \exp\left(\frac{E_{nm}}{kT}\right) - 1} \quad (5)$$

Et l'équation (3) donne, par identification des termes dépendant et ne dépendant pas de T (**puisque ces relations doivent être vérifiées quelque soit la température**):

$$\boxed{g_n B_{nm} = g_m B_{mn} \text{ et } \frac{A_{mn}}{B_{mn}} = \frac{2h\nu^3}{c^2}} \quad (6)$$

Des tables spectroscopiques donnent les valeurs de A_{mn} pour les transitions permises et interdites des différents ions, ainsi que les poids statistiques et les énergies des niveaux. On en déduit les valeurs de B_{mn} et de B_{nm} si nécessaire. Les valeurs des probabilités A_{mn} pour des raies permises sont voisines de 10^8 s^{-1} , tandis que celles des raies interdites sont beaucoup plus petites. Nous verrons par exemple que la transition interdite à 21cm de l'hydrogène correspond à une probabilité $A_{mn} = 3 \cdot 10^{-15} \text{ s}^{-1}$.

=====
 Note: dans certains ouvrages on utilise des probabilités différentes, obtenues en remplaçant J_{nm} par la densité de rayonnement U_{nm} dans l'équation de la microréversibilité. Il s'ensuit des relations différentes entre les coefficients.
 =====

I.2 : Relations avec le coefficient d'absorption et l'émissivité

Les raies spectrales ne sont pas infiniment fines, mais sont élargies par divers processus qui leur confèrent un «profil» d'absorption $\phi(\nu)$ normalisé, tel que $\int \phi(\nu) d\nu = 1$ et un profil d'émission $\psi(\nu)$, également normalisé. On a alors:

$$B_{nm} J_{nm} = B_{nm} \int J_{\nu} \phi(\nu) d\nu \quad (7)$$

et:
$$A_{mn} = A_{mn} \int \psi(\nu) d\nu \quad (7bis)$$

On peut relier l'émissivité à la probabilité d'Einstein, en remarquant que l'énergie émise par seconde et par unité de volume est $N_m A_{mn} h\nu$, donc que l'émissivité est:

$$\mathcal{E}_{\nu} = \frac{h\nu}{4\pi} N_m A_{mn} \psi(\nu) \quad \text{ergs cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ ster}^{-1} \quad (8)$$

et le coefficient d'absorption:

$$\mathcal{K}_{\nu} = \frac{h\nu}{4\pi} N_n B_{nm} \phi(\nu) \left(1 - \frac{N_m B_{mn}}{N_n B_{nm}}\right) \quad \text{cm}^{-1} \quad (9)$$

=====
 Note: l'hypothèse que les profils d'absorption et d'émission sont identiques est valable seulement si, entre les deux processus, il ne se produit pas de changement de fréquence du photon (diffusion cohérente) ou si au contraire il y a « redistribution complète » du rayonnement. Dans de nombreux cas, il y a une « redistribution partielle », qui correspond à des profils d'absorption et d'émission différents.
 =====

Si l'on suppose que les profils en émission $\psi(\nu)$ et en absorption $\phi(\nu)$ sont identiques (ce qui est loin d'être toujours le cas), la fonction source dans la raie devient:

$$S_{\nu} = \frac{\mathcal{E}_{\nu}}{\mathcal{K}_{\nu}} = \frac{N_m A_{mn}}{N_n B_{nm}} \frac{1}{1 - \frac{N_m B_{mn}}{N_n B_{nm}}} \quad (10)$$

La fonction source est donc constante sur le profil de la raie, par suite de l'hypothèse sur l'identité des coefficients d'absorption et d'émission. Par ailleurs, comme $S_{\nu} = B_{\nu} (T_{exc})$, le coefficient d'absorption peut s'écrire, en utilisant les relations (6):

$$K_{\nu} = \frac{h\nu}{4\pi} N_n B_{nm} \phi(\nu) [1 - \exp(-\frac{h\nu}{kT_{exc}})] \text{ cm}^{-1} \quad (11)$$

Le coefficient d'absorption contient donc **un terme négatif d'émission induite, dont la prise en compte est très importante dans le domaine radio**, en particulier, où $\exp(-h\nu/kT_{exc})$ est de l'ordre de l'unité. Par contre, dans le domaine optique ou ultraviolet, si T_{exc} est de l'ordre de 10^4K (atmosphères stellaires), $\exp(-h\nu/kT_{exc})$ est $\ll 1$, et les émissions induites peuvent être négligées.

Enfin si le terme d'émission induite est plus grand que l'unité, le coefficient d'absorption devient négatif, et le milieu se comporte comme un amplificateur exponentiel. Dans le domaine radio, c'est ce que l'on nomme l'effet **»MASER»** (de **»Microwave Amplification...»**), par analogie avec les lasers optiques. Cet effet est fréquent en astrophysique, car il suffit pour qu'il se produise, que $N_m/N_n > g_m/g_n$. Cette **»inversion de population»** est réalisable si des processus, radiatifs ou non, peuvent peupler le niveau supérieur de la transition. Nous reviendrons plus loin sur cet effet.

I.3 : Forces d'oscillateur

En théorie **classique** du rayonnement, on montre que le coefficient d'absorption d'un oscillateur harmonique est égal à $\pi e^2/mc$ où m est la masse de l'électron et e sa charge. Cette quantité importante est égale à $0,0265 \text{ cm}^2$. La traduction en termes **quantiques** consiste à multiplier ce paramètre par une quantité appelée **force d'oscillateur**, f_{nm} , qui est plus petite que l'unité, et représente le nombre d'oscillateurs classiques auxquels est identique la transition.

Le coefficient d'absorption s'écrit donc:

$$K_{\nu} = N_n \frac{\pi e^2}{mc} f_{nm} \psi(\nu) [1 - \exp(-\frac{h\nu}{kT_{exc}})] \quad (12)$$

et les probabilités d'Einstein:

$$B_{nm} = \frac{\pi e^2}{mc} f_{nm} \frac{4\pi}{h\nu} \quad (13)$$

$$A_{mn} = \frac{8\pi^2 e^2 \nu^2}{m c^3} \frac{g_n}{g_m} f_{nm} = 3\gamma \frac{g_n}{g_m} f_{nm} \quad (14)$$

où l'on a introduit la **»constante d'amortissement classique»** γ , sur laquelle nous reviendrons plus loin. Cette expression s'écrit numériquement:

$$A_{mn} = 0.6670 \cdot 10^8 \frac{g_n f_{nm}}{g_m \lambda^2} \quad (14\text{bis})$$

où λ est exprimé en micron.

I.4 : L'atome d'hydrogène

Avant d'aller plus loin, il est bon de faire quelques rappels relatifs à l'atome d'hydrogène, constituant le plus abondant de l'univers, dont les raies sont observées dans les domaines ultraviolet, visible, infrarouge et radio.

Les niveaux excités de l'atome d'hydrogène ont la particularité d'avoir une énergie beaucoup plus élevée que celle du niveau fondamental, ce qui signifie qu'ils sont difficilement peuplés à faible température, et qu'en tout état de cause on peut généralement négliger les niveaux excités dans le calcul du nombre total d'atomes d'hydrogène.

L'énergie du niveau fondamental est:

$$E_1 = -\chi_{\text{ion}} = -13.6 \text{ eV} = hcR = -\frac{2\pi^2 \mu e^4}{h^2} ; \text{ avec } \mu = \frac{mM}{m+M} \quad (15)$$

où R est la constante de Rydberg; m la masse de l'électron et M celle du proton. On a par ailleurs:

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} ; \text{ ce qui conduit à } E_{nm} = E_m - E_n = -E_1 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (16)$$

Enfin $g_n = 2n^2$; et la force d'oscillateur est égale à:

$$f_{nm} = \frac{2^6}{3\sqrt{3}\pi} \frac{1}{g_n} \frac{1}{\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)^3} \frac{1}{m^3} \frac{1}{n^3} \text{ g} \quad (17)$$

où g est appelé le facteur de Gaunt et est de l'ordre de l'unité. Nous retrouverons cette expression pour les transitions libre-lié et pour les transitions libre-libre. On a par exemple: $f(H\alpha) = 0.641$ et $f(H\beta) = 0.119$, les forces d'oscillateurs décroissant quand le nombre quantique du niveau supérieur augmente (voir la figure 13).

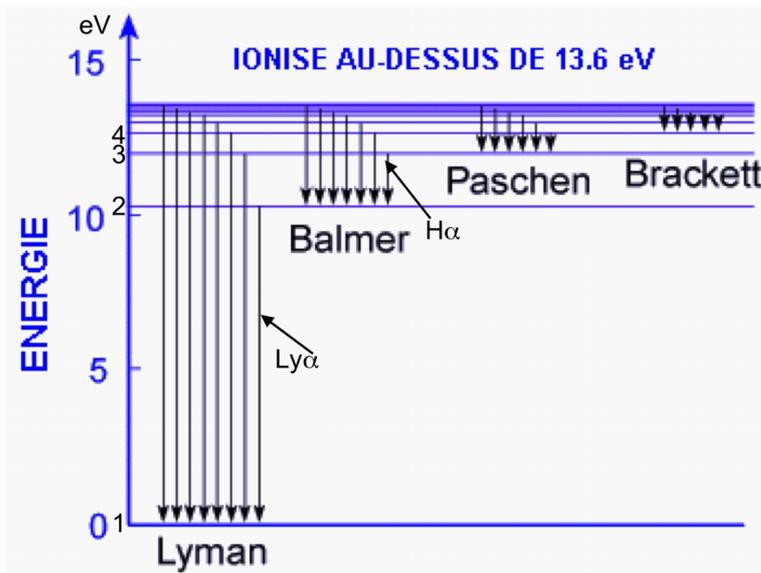


Figure 13 : Diagramme d'énergie de l'atome d'hydrogène

Chacun des niveaux de nombre quantique principal n est en fait constitué de plusieurs niveaux dégénérés (c'est à dire ayant la même énergie): ainsi le niveau 2 est constitué d'un niveau 2s et d'un niveau 2p. Les «séries» correspondent aux transitions entre 2 niveaux de même niveau inférieur. La série de Lyman par exemple correspond aux transitions entre le

niveau fondamental et les autres niveaux (L α : transition 1s-2p, L β : transition 1s-3p etc...). La longueur d'onde de la raie L α est 1215Å, et celles des autres raies sont plus courtes. Il s'agit donc d'une série dans l'ultraviolet.

=====
 Note: Comme les niveaux 2s et 2p ont généralement des populations régies par l'Equilibre Thermodynamique, c'est à dire proportionnelles à leurs poids statistiques respectifs (2x3 pour le niveau 2p et 2 pour le niveau 2s), on a l'habitude de confondre ces deux niveaux en un seul, de poids statistique 8. Cependant, dans certains cas, les niveaux 2s et 2p ne sont pas peuplés conformément à l'ET, et cette approximation est fautive. Par ailleurs, la transition 2s-1s, qui est interdite, correspond à l'émission de 2 photons dont la somme des énergies est égale à celle de L α , et c'est un processus important dans les nébuleuses diffuses.
 =====

Les transitions entre le deuxième niveau et les niveaux supérieurs constituent la série de Balmer. La longueur d'onde de la raie 2-3, H α , est 6563Å. H α est souvent la raie la plus intense du spectre dans le domaine visible (étoiles de type B et A, nébuleuses ionisées). On appelle les séries suivantes: série de Paschen, de Brackett, de Pfund, etc... Ces raies sont observées dans le domaine infrarouge. Les transitions entre les niveaux élevés ($n \sim 100$) correspondent à des raies dans le domaine radio, appelées raies de recombinaison radio, par suite de leur mode de formation (par recombinaison des protons). Enfin, la raie de structure hyperfine du niveau fondamental, de longueur d'onde 21cm, a une grande importance en astrophysique.

Les formules précédentes, ainsi que la nomenclature des raies, sont étendues à tous les ions hydrogénoïdes, (c'est à dire aux ions qui ont perdus tous leurs électrons sauf un), en écrivant $E_1(Z) = E_1(H) \times Z^2$, où Z est le numéro atomique de l'élément.

II. Profils des raies

II. 1: Profil Doppler thermique

Lorsqu'une assemblée d'atomes animés de vitesses dues à l'agitation thermique, absorbe ou émet des photons correspondant à une transition d'énergie $h\nu_0 = E_{nm}$, la fréquence des photons est décalée d'une quantité $\nu - \nu_0 = \delta\nu = \nu_0 V_z/c$, où V_z est la composante des vitesses des atomes sur la ligne de visée (comptée positivement vers l'observateur), et c est la vitesse de la lumière. Si la distribution des particules est maxwellienne (et il n'y a peu d'exemple où ceci ne soit pas réalisé dans les milieux astrophysiques, par suite du temps très court d'équipartition de l'énergie entre des particules identiques), le nombre de particules capables d'absorber ou d'émettre à la fréquence ν , par intervalle de fréquence, est:

$$\frac{dN_z}{dV_z} \frac{dV_z}{d\nu} = \frac{c}{\nu_0} N_n \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{Mv_z^2}{2kT}\right) \quad (18)$$

donc le coefficient d'absorption à la fréquence ν s'écrit:

$$K_\nu = N_n \frac{\pi e^2}{mc} f_{nm} \left(1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_{exc}}\right) \right) \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_D} \exp\left(-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2\right) \quad (19)$$

où l'on a posé:

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \left(\frac{2kT}{M} \right)^{1/2} \quad (20)$$

Δv_D est appelé la «largeur Doppler» de la raie.

Le profil de la raie est donc:

$$\phi(\nu) = \frac{1}{\pi^{1/2} \Delta v_D} \exp\left(-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta v_D}\right)^2\right) \quad (21)$$

et le coefficient d'absorption au centre de la raie est:

$$K_{\nu_0} = N_n \frac{\pi e^2}{mc} f_{nm} (1 - \exp(-kT_{exc})) \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta v_D} \quad (22)$$

Il est important de noter que K_{ν_0} dépend de Δv_D (qui a une valeur très grande, de l'ordre 10^{10} s^{-1} pour les raies dans le domaine visible et un gaz à 10^4 K , par exemple). L'épaisseur optique au centre d'une raie est un paramètre qui peut être déduit des observations assez simplement, et qui sert à mesurer le nombre d'atomes absorbants sur la ligne de visée, comme nous le verrons plus loin.

Influence de la turbulence

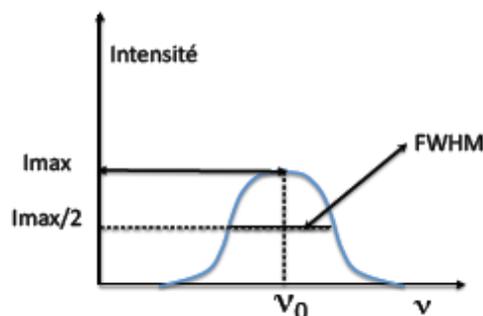
Dans la plupart des milieux astrophysiques, les particules sont soumises non seulement à l'agitation thermique, mais également à un phénomène dont l'origine est encore mal comprise, la **turbulence**. A la vitesse d'agitation thermique de chaque espèce de particule s'ajoute une « **vitesse de turbulence** », V_{turb} , **qui est la même pour toutes les particules, quelque soit leur masse** (rappelons-nous que la vitesse d'agitation thermique est inversement proportionnelle à $\sqrt{M_i}$, donc que les particules de grande masse ont une vitesse d'agitation thermique faible). Δv_D s'écrit donc, en fait:

$$\Delta v_D = \frac{v_0}{c} \left(\frac{2kT}{M_i} + V_{\text{turb}}^2 \right)^{1/2} \quad (23)$$

Par exemple, dans les nuages interstellaires, V_{turb} est de l'ordre de plusieurs km s^{-1} , et domine complètement la largeur Doppler, pour les éléments lourds tout au moins ($T \sim 10\text{-}100\text{K}$). On voit donc qu'en mesurant Δv_D pour 2 éléments de masse assez différente (l'hydrogène et un élément comme le calcium), on obtiendra 2 équations à 2 inconnues, et on en déduira à la fois T et V_{turb} .

FORME DU PROFIL DOPPLER

Le profil Doppler est un **profil Gaussien**, et a donc une largeur relativement bien définie. Dans le cas d'une raie en émission ayant un profil Doppler, on peut par exemple adopter comme largeur celle de la raie à mi-intensité (« Full Width at half Maximum » ou FWHM, en Anglais):



$$\exp\left(-\left(\frac{\Delta v}{\Delta v_D}\right)^2\right) = 0.5; \text{ donc } \text{FWHM} = 2 \Delta v_D (\ln 2)^{1/2} \quad (24)$$

ce qui s'exprime numériquement par:

$$\text{FWHM}(\text{\AA}) = 7.16 \cdot 10^{-7} \lambda_A \left(\frac{T}{\mu}\right)^{1/2} \quad (24\text{bis})$$

où μ est le poids atomique de l'élément.

Exemples: pour $T=10^4\text{K}$, et en l'absence de turbulence, on trouve:

$$\text{FWHM}(\text{H}\beta) = 0.35\text{\AA}$$

$\text{FWHM}([\text{OIII}] 5007\text{\AA}) = 0.087\text{\AA}$ (la raie à 5007 \AA est une raie interdite de l'oxygène 2 fois ionisé, très intense dans les nébuleuses planétaires)

II. 2: Largeur naturelle

Par suite du principe d'incertitude, les niveaux d'énergie ont une largeur finie dE_m , qui est donnée par:

$$dE_m \cdot t_m = \frac{h}{2\pi} \quad (25)$$

où dE_m est l'élargissement du niveau m et t_m sa durée de vie. Celle-ci est liée aux probabilités d'Einstein:

1. en l'absence de rayonnement, on a:

$$\frac{dN_m}{dt} = -N_m \sum_n A_{mn};$$

donc

$$N_m(t) = N_m(t=0) \exp\left(-\frac{t}{t_m}\right) \quad (26)$$

$$\text{avec } t_m = \frac{1}{\sum_n A_{mn}}$$

2. En présence de rayonnement; t_m devient:

$$t_m = \frac{1}{\sum_n A_{mn} + \sum_n B_{mn} J_\nu} < \frac{1}{\sum_n A_{mn}} \quad (27)$$

Comme A_{mn} est très grand pour les raies permises, les niveaux d'énergie qui sont les niveaux supérieurs de transitions permises ont une durée de vie très courte et une largeur naturelle grande (raies de résonance, par exemple, dont le niveau inférieur est le niveau fondamental). Par contre les niveaux « métastables » qui sont les niveaux supérieurs de transitions interdites seulement, ont une durée de vie élevée, ainsi que le niveau fondamental lui-même, qui ne peut être dépeuplé que par l'absorption de rayonnement.

FORME DU PROFIL NATUREL D'AMORTISSEMENT

En théorie classique du rayonnement, on calcule le coefficient d'absorption de l'oscillateur harmonique:

$$\mathbf{K}_\nu = N \frac{\pi e^2}{mc} \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{4\pi} \frac{1}{\left(\frac{\gamma}{4\pi}\right)^2 + (\nu - \nu_0)^2} \quad (28)$$

où γ est la constante d'amortissement classique définie précédemment (**dans tout ce paragraphe, les émissions induites sont négligées par commodité**).

En Mécanique Quantique, cette équation est généralisée par la loi de Wigner et Weisskopf qui donne la distribution de probabilité autour de l'énergie E_m , due à la largeur naturelle d'un niveau:

$$W(E - E_m) = \frac{\delta_m}{\delta_m^2 + \left(\frac{E - E_m}{h}\right)^2} \quad \text{avec} \quad \delta_m = \frac{1}{4\pi t_m} \quad (29)$$

Le coefficient d'absorption de la transition entre les 2 niveaux n et m est obtenu en faisant le produit de convolution $W(E - E_m) * W(E - E_n)$:

$$\mathbf{K}_\nu \propto \frac{\delta_m}{\delta_m^2 + \left(\frac{E - E_m}{h}\right)^2} * \frac{\delta_n}{\delta_n^2 + \left(\frac{E - E_n}{h}\right)^2} \quad (30)$$

soit

$$\mathbf{K}_\nu \propto \frac{\delta}{\delta^2 + (\nu - \nu_0)^2} \quad (31)$$

où $\delta = \delta_m + \delta_n$ et $\nu_0 = (E_m - E_n)/h$.

Le profil d'amortissement est donc:

$$\phi(\nu) = \frac{1}{\pi} \frac{\delta}{\delta^2 + (\nu - \nu_0)^2} \quad (32)$$

et le coefficient d'absorption au centre de la raie:

$$\mathbf{K}_{\nu_0} = N \frac{\pi e^2}{mc} \frac{1}{\pi \delta} f_{nm} \quad (33)$$

Par analogie avec le profil classique d'amortissement, on appelle $\Gamma = 4\pi\delta$ la constante d'amortissement.

Il s'agit donc ici d'un **profil lorentzien**, très différent du profil Doppler: rapidement décroissant au centre, il devient proportionnel à $(v-v_0)^2$ dans les ailes et décroît lentement. Sa FWHM est 2δ ou $\Gamma/2\pi$.

II.3: Elargissement par collisions

Les niveaux d'énergie de l'atome rayonnant sont également élargis par les interactions ou collisions avec d'autres particules, qui créent un potentiel dans l'environnement de l'atome. Nous ne ferons ici que mentionner très succinctement les méthodes de calculs de ces élargissements, qui constituent un chapitre important de la physique atomique et moléculaire.

Grossièrement, on peut traiter les collisions de 2 façons différentes:

- ou considérer les collisions individuelles, c'est à dire un atome rayonnant non perturbé entre deux collisions, entre lesquelles il s'écoule un temps beaucoup plus long que celui que l'atome passe dans la collision
- ou considérer que l'atome est en permanence soumis au potentiel, fluctuant autour d'une valeur moyenne, de l'ensemble des particules perturbatrices.

Suivant le type d'interaction et les conditions physiques, on est plus proche de l'un ou de l'autre cas. Les deux cas conduisent au même profil d'élargissement lorentzien donné par l'équation (32).

On peut faire une estimation grossière de la constante d'amortissement en écrivant que $\Gamma_{\text{coll}} = 2/T_0$, où T_0 est le temps moyen entre deux collisions. En effet, si on assimile les interactions à des collisions binaires entre l'atome rayonnant et les particules perturbatrices, de densité $N_{\text{pert}} \text{ cm}^{-3}$, le nombre de collisions que subit un atome rayonnant par seconde est :

$$\frac{1}{T_0} = \pi r_0^2 N_{\text{pert}} V \quad \text{s}^{-1} \quad (34)$$

où V la vitesse relative de l'atome et du perturbateur, égale à:

$$V = \left(\frac{8kT}{\pi M_p} \left(\frac{1}{A_a} + \frac{1}{A_{\text{pert}}} \right) \right)^{1/2} \quad (35)$$

où A_a et A_{pert} sont les poids atomiques de l'atome rayonnant et du perturbateur; r_0 est le rayon d'interaction, qui correspond au type de potentiel en jeu. Les potentiels sont essentiellement de deux sortes:

- potentiel de Van der Waals, où les particules perturbatrices sont des atomes d'hydrogène neutre, et créent donc un potentiel dipolaire,
- potentiel Stark, où les particules perturbatrices sont des ions ou des électrons chargés, créant un potentiel coulombien.

Il est important de remarquer que *la constante d'amortissement par collisions*, contrairement à celle d'amortissement radiatif, *dépend de la densité du milieu, de sa température et de son degré d'ionisation*. Cette constante pourra donc nous fournir des informations sur les conditions physiques du milieu émissif ou absorbant.

Exemple: les raies H et K du calcium ionisé, à 3933Å, très intenses dans le spectre des étoiles F, G et K:

Ces raies se forment en présence d'hydrogène neutre, et sont donc élargies par un potentiel de Van der Waals. On trouve $r_0 \sim 5 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ (proche du rayon de l'atome). En

adoptant comme température dans la région de formation $T = 5700\text{K}$ (température à la surface du Soleil), on trouve $V = 10^6 \text{ cm s}^{-1}$ (les atomes de calcium ayant une masse 40 fois plus grande que celle des atomes d'hydrogène, leur vitesse est négligeable). Pour une densité d'atomes d'hydrogène de 10^{17} cm^{-3} dans la région où se forment ces raies (c'est à dire pour $\tau = 1$ au centre de la raie, ce qui se produit assez profondément dans la photosphère), on déduit $\Gamma \sim 10^9$, valeur comparable à la constante d'amortissement radiative.

II. 4: Composition des profils

La composition de l'élargissement naturel et de l'élargissement par collision s'obtient en convoluant les deux profils lorentziens, ce qui donne encore un profil lorentzien, de largeur $\delta = \delta_{\text{coll}} + \delta_{\text{rad}}$.

Mais les atomes étant toujours animés de vitesses thermiques ou turbulentes, le profil des raies est dû à la composition des profils Doppler et Lorentzien.

Un atome de vitesse V_z (composante sur la ligne de visée) émet ou absorbe un rayonnement centré, non pas à la fréquence $\nu_0 = E_{nm}/h$, mais à la fréquence $\nu_0' = \nu_0 + \nu_0 V_z/c$. Comme il y a dN_z atomes par unité de volume ayant cette vitesse - cf chapitre précédent - le coefficient d'absorption, intégré sur les vitesses des atomes, devient:

$$\mathbf{K}_V = N \frac{\pi e^2 f_{nm}}{mc} \frac{1}{\pi} \delta \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left(\frac{M}{2\pi kT}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{Mv_z^2}{2kT}\right)}{\delta^2 + \left(\nu - \nu_0 - \nu_0 \frac{V_z}{c}\right)^2} dV_z \quad (36)$$

On obtient; en posant:

$$y = \frac{V_z}{c} \frac{\nu_0}{\Delta\nu_D} ; u = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D} ; a = \frac{\delta}{\Delta\nu_D}$$

$$\mathbf{K}_V = \mathbf{K}_{V_0} \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2)}{a^2 + (u - y)^2} dy = \mathbf{K}_{V_0} H(a, u) \quad (37)$$

Dans cette dernière expression \mathbf{K}_{V_0} est le coefficient d'absorption au centre de la raie, **en l'absence d'amortissement**. Comme a est petit, on a l'habitude de développer la fonction $H(a, u)$ en:

$$H(a, u) = H_0(u) + a H_1(u) + a^2 H_2(u) + \dots \quad (38)$$

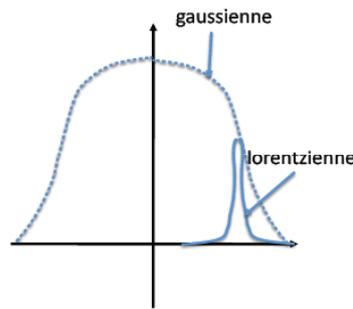
On a:

$$H_0(u) = \exp(-u^2) \quad (\text{coeur Doppler}) \quad (39)$$

et:

$$H_1(u) = -\frac{2a}{\sqrt{\pi}} \left(1 - 2u \exp(-u^2) \int_0^u \exp(z^2) dz\right) \quad (39\text{bis})$$

Il est facile de comprendre pourquoi le centre de la raie est dominé par le coeur Doppler, et les ailes par la lorentzienne, en représentant le produit de convolution de la gaussienne avec la lorentzienne.



1. $u = (v-v_0)/\Delta v_D \ll 1$:

Dans l'intégrale (37), la lorentzienne est « piquée » à $y = u$, donc $H(a,u)$ se réduit à:

$$H(a,u) \sim \frac{a}{\pi} \exp(-u^2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a^2+(u-y)^2} dy = \exp(-u^2) \quad (40)$$

et le profil est Doppler.

2. $u = (v-v_0)/\Delta v_D \gg 1$:

Dans l'intégrale (37), la gaussienne est très petite sauf pour $y < u$, donc:

$$H(a,u) \sim \frac{a}{\pi u^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-y^2) dy = \frac{a}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{u^2} \quad (41)$$

et le profil est lorentzien.

(Il ne s'agit ici de rien d'autre que d'approximations des équations (38) et (39)).

Le profil $H(a,u)$ s'appelle le **profil de Voigt**. Les fonctions H sont tabulées dans la littérature, ce qui permet de calculer ce profil lorsque l'on connaît a :

u	H_0	H_1
0	1	-1.128
0.4	0.852	-0.803
1	0.368	0.0859
2	0.0183	0.232
3	0.00012	0.0786
5	0	0.0240

La valeur de a est très différente pour les raies interdites et pour les raies permises:

pour les raies interdites,

a est toujours $\lll 1$. En effet, d'une part la largeur naturelle est très faible, d'autre part ces raies se forment dans des milieux très dilués, comme nous le verrons plus loin, donc la constante d'amortissement par collisions est également très faible. *Le profil Doppler domine donc sur toute la raie.*

pour les raies permises,

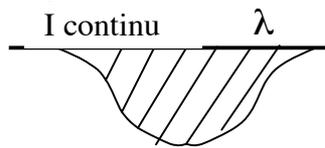
a est de l'ordre de 10^{-3} , et le profil Doppler domine dans le coeur de la raie (jusqu'à environ 3 largeurs Doppler), mais les ailes ont un profil d'amortissement

III. Application: courbes de croissance

L'un des diagnostics spectroscopiques les plus puissants est celui qui consiste à déduire de l'intensité et du profil d'une raie en absorption le nombre d'atomes absorbants sur la ligne de visée, ainsi que des informations concernant les conditions physiques du milieu absorbant. Cette méthode est appliquée à la fois aux atmosphères stellaires et aux nuages interstellaires. Nous allons en faire une description très simplifiée, dans le cadre de ce que l'on nomme « la couche renversante », c'est à dire celui d'une couche purement absorbante interceptant la lumière d'une source continue. Ce modèle ultra schématique a été utilisé dans le passé pour les atmosphères stellaires, mais on a développé depuis des calculs bien plus sophistiqués fondés sur les modèles d'atmosphères et permettant d'atteindre de grandes précisions. Par contre pratiquement le même modèle est utilisé depuis 50 ans pour les nuages interstellaires et intergalactiques.

Largeur équivalente d'une raie

Soit une raie en absorption:



On définit sa « largeur équivalente » comme la surface, rapportée à l'intensité du continu et exprimée en Angströms:

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I_c - I_v}{I_c} d(\lambda - \lambda_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I_c - I_v}{I_c} d(\lambda) \quad (42)$$

En supposant le milieu **purement absorbant** situé devant une source de rayonnement continu, on peut écrire:

$$\frac{I_v}{I_c} = \exp(-\tau_v) \quad (43)$$

donc:

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} (1 - \exp(-\tau_v)) d\lambda \quad (44)$$

W est donc la surface de la raie rapportée au continu sous-jacent. On peut encore écrire, en supposant cette fois le milieu **homogène et sans absorption continue**:

$$\boxed{\frac{W}{\Delta\lambda_D} = \int_{-\infty}^{+\infty} (1 - e^{-\tau_0 H(a,u)}) du} \quad (45)$$

où $\Delta\lambda_D = \lambda_0 \frac{\Delta\nu_D}{\nu_0} = \frac{\lambda_0^2}{c} \Delta\nu_D$, et τ_0 est l'épaisseur optique au centre de la raie:

$$\begin{aligned} \tau_0 &= K_{\nu_0} \Delta H (1 - \exp(-\frac{h\nu}{kT_{exc}})) \\ &= N_n \Delta H \frac{\sqrt{\pi} e^2}{mc^2} \lambda_0^2 f_{nm} \frac{1}{\Delta\lambda_D} (1 - \exp(-\frac{h\nu}{kT_{exc}})) \end{aligned} \quad (46)$$

(ΔH étant l'épaisseur de la couche absorbante).

Numériquement cette expression est souvent écrite sous la forme:

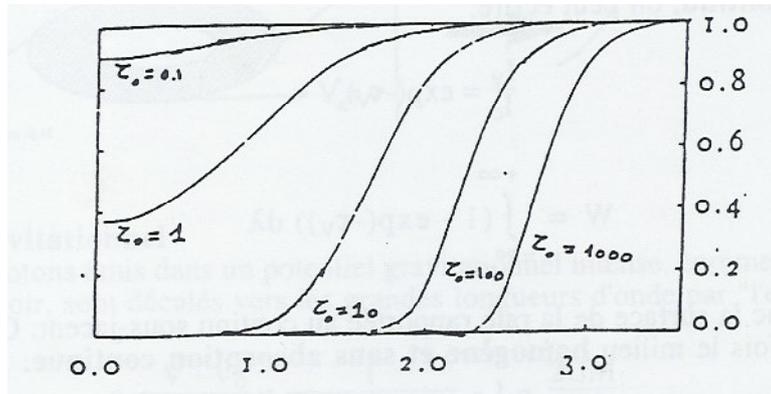
$$\tau_0 = 1.498 \cdot 10^{-15} \frac{N_n f_{nm} \lambda_0}{\Delta\nu_D} (1 - \exp(-\frac{h\nu}{kT_{exc}})) \quad (46bis)$$

où N_n est la « densité de colonne » $N_n \Delta H$ en cm^{-2} , λ_0 la longueur d'onde en Angström, et $\Delta\nu_D$ la largeur Doppler en km s^{-1} .

EXERCICE :

Donner l'expression de W remplaçant l'équation (42) dans un cas plus réaliste, bien que très simplifié encore, celui d'une atmosphère à l'ETL, présentant une absorption continue proportionnelle à l'absorption dans la raie (c.à.d. $K_{\nu}(\text{raie})/K_{\nu}(\text{continu}) = \text{constante}$), où la fonction source varie linéairement avec $\tau_{\nu}(\text{continu}) = \tau_c$ (c.à.d. $B_{\nu} = B_0 + B_1 \tau_c$), enfin où $\Delta\nu_D$ et a sont constants dans l'atmosphère. On utilisera aussi le flux émis par l'étoile et non l'intensité.

La figure suivante montre le profil d'une raie spectrale en absorption, lorsqu'on fait varier le nombre d'atomes absorbants, c'est à dire τ_0 (on a porté $(\nu - \nu_0) / \Delta\nu_D$ en abscisses et I_{ν}/I_c en ordonnées). On voit que le coeur Doppler de la raie domine pour $\tau_0 < 1$, puis le centre de la raie se sature pour τ_0 de l'ordre de quelques unités et ce sont alors les ailes qui dominent.



Pour comprendre la raison de ce comportement, il faut revenir à la fonction $H(a,u)$.

Si nous revenons maintenant à l'équation (45), nous voyons que:

- pour $\tau_0 \ll 1$,

la partie centrale de la raie domine le profil
 $1 - \exp(-\tau_0 H(a,u))$ se réduit à $\tau_0 H(a,u) \sim \tau_0 \exp(-u^2)$

le coeur Doppler domine

$$\frac{W}{\Delta\lambda_D} = \sqrt{\pi} \tau_0 = N_n \Delta H \frac{\pi e^2}{mc^2} \lambda_0^2 f_{nm} \frac{1}{\Delta\lambda_D} \propto N_n \Delta H \quad (47)$$

qu'on a l'habitude d'écrire:

$$\frac{W}{\lambda} = \frac{\pi e^2}{mc^2} (N_n \Delta H f \lambda) \quad (48)$$

Comme on cherche généralement à déterminer la densité de colonne en mesurant la largeur équivalente, cette expression donne numériquement:

$$N_n = 1.13 \cdot 10^{20} \frac{W}{\lambda^2 f} \text{ cm}^{-2} \quad (49)$$

où W et λ sont exprimées en Angström.

L'expression exacte donnée par (45) est en fait:

$$\frac{W}{\Delta\lambda_D} = \sqrt{\pi} \tau_0 \left(1 - \frac{\tau_0}{2!\sqrt{2}} + \frac{\tau_0^2}{3!\sqrt{3}} + \dots \right) \quad (50)$$

- pour $\tau_0 \gg 1/a$,

la raie est saturée jusqu'aux ailes lorentziennes
 $1 - \exp(-\tau_0 H(a,u)) \sim 1$ pour $u^2 < a\tau_0/\sqrt{\pi}$

les ailes lorentziennes dominant et

$$\frac{W}{\Delta\lambda_D} \propto (N_n \Delta H)^{1/2} \quad (51)$$

ou:

$$\frac{W}{\lambda} = \sqrt{\lambda \frac{\pi e^2}{mc^4} \delta} \sqrt{N_n \Delta H f \lambda} \quad (52)$$

La transition entre les deux régimes se produit pour les valeurs de τ_0 telles que $\tau_0 H$ (Doppler) $\sim \tau_0 H$ (Lorentzien) ~ 1

- pour $1 < \tau_0 < 1/a$,

$$1 - \exp(-\tau_0 H(a,u)) \sim 1 \text{ pour } u^2 < \ln \tau_0:$$

le coeur Doppler domine encore, mais se sature

$$\frac{W}{\Delta\lambda_D} \sim 2 \sqrt{\ln \tau_0} \quad (53)$$

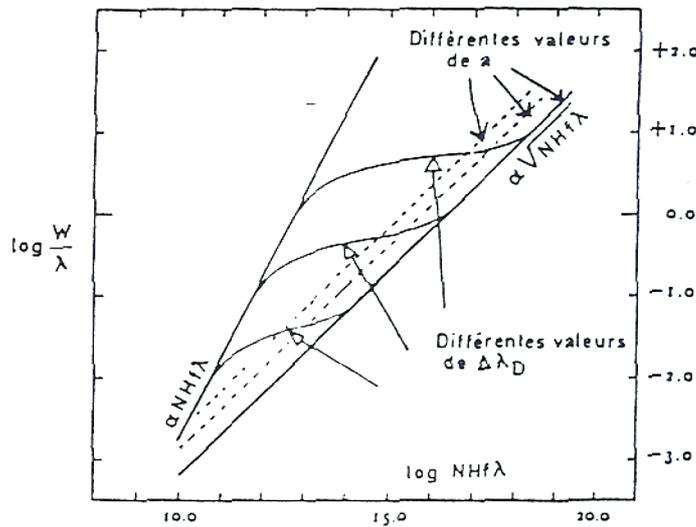
soit, numériquement:

$$N_n \sim 6.6 \cdot 10^{14} \frac{\Delta v_D}{\lambda f} \exp\left(\frac{1.5 \cdot 10^5 W}{\lambda \Delta v_D}\right)^2 \text{ cm}^{-2} \quad (54)$$

L'expression exacte donnée par (45) est:

$$\frac{W}{\Delta\lambda_D} = 2 \left((\ln \tau_0)^{1/2} + \frac{0.2886}{(\ln \tau_0)^{1/2}} - \frac{0.1335}{(\ln \tau_0)^{3/2}} + \dots \right) \quad (55)$$

Pour chaque raie spectrale, il est donc possible de construire ce que l'on nomme une « **courbe de croissance théorique** », représentant la variation de W/λ en fonction de $N_n \Delta H f \lambda$. On obtient des courbes comme celles de la figure suivante.

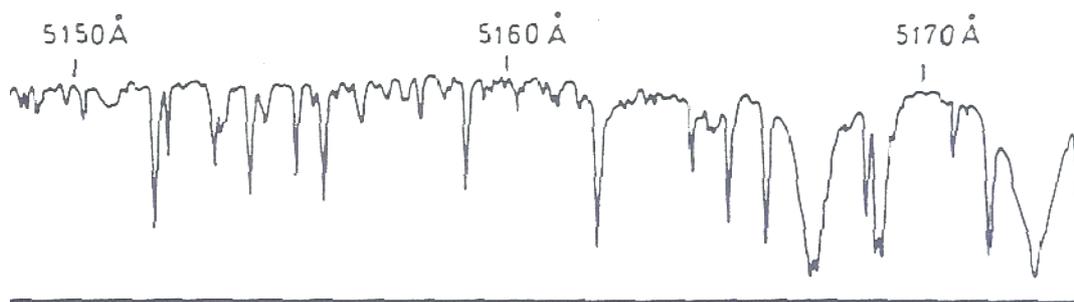


Entre les courbes asymptotiques, données par les équations (48) et (52), s'étend un « palier » dont la position dépend de la valeur de Δv_D . En effet τ_0 est d'autant plus grand que Δv_D est plus petit pour la même valeur de $N_n \Delta H f \lambda$. La position de l'asymptote de droite dépend de la constante d'amortissement, qui elle-même dépend de la densité du gaz lorsque l'amortissement par collisions domine. Donc *pour construire cette courbe, il faut connaître*

Δv_D et la constante d'amortissement. Si c'est le cas, on peut alors placer la raie sur la courbe, en déterminant W , et en déduire $N_n \Delta H$.

APPLICATION AUX ATMOSPHERES STELLAIRES

Les spectres stellaires des étoiles de type solaire ou plus froid présentent une multitude de raies spectrales en absorption, dont beaucoup proviennent du même ion. A titre d'exemple, cette figure représente un enregistrement d'une portion du spectre solaire, montrant des raies intenses, avec un profil Lorentzien, et des raies faibles, dont les ailes ne sont pas développées, et qui ont par conséquent un profil Doppler:



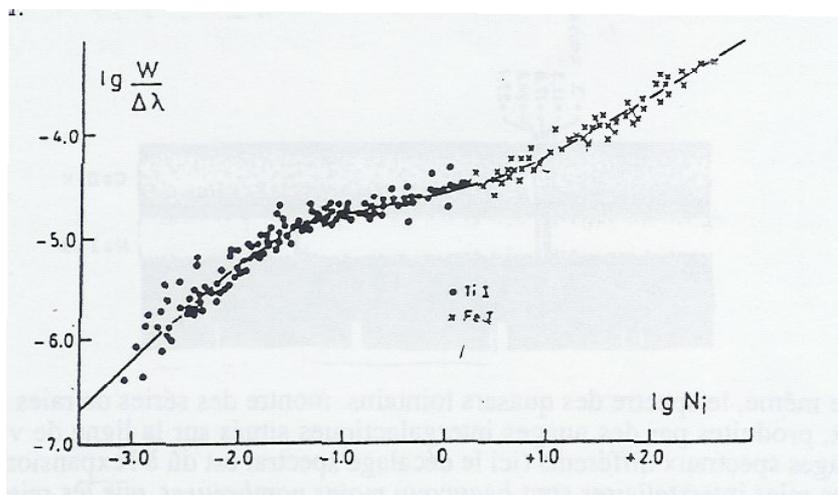
Les intensités des raies changent d'un type spectral à l'autre, par suite de la variation de la température de l'atmosphère. Elles changent également, au moins pour certaines d'entre elles, en fonction de la classe de luminosité des étoiles, c'est à dire essentiellement en fonction de la densité (par exemple le doublet D du NaI est plus intense dans les naines, le triplet infrarouge du CaII est plus intense dans les géantes). On rend compte de ces effets par les lois de Boltzmann et de Saha, car les atmosphères stellaires sont des milieux relativement denses où l'ETL est pratiquement réalisé. La densité exerce également son influence par l'intermédiaire de la constante d'amortissement par collision, très grande dans les naines, ce qui conduit à des raies beaucoup plus larges que dans les géantes. Dans les atmosphères des étoiles naines (classe V) où la densité est élevée et l'élargissement par collision important, les raies sont larges. Dans les atmosphères des étoiles géantes (classe III) et supergéantes (classe I) où la densité est faible, et l'élargissement par collision négligeable, les raies sont étroites. La température des étoiles joue surtout un rôle dans les intensités relatives des raies. Dans les étoiles très chaudes (O,B) dominent les raies d'ions fortement ionisés (dans l'ultraviolet surtout, raies de CIV, NV...) et les raies issues de niveaux élevés, comme la raie HeII 4686. Dans les étoiles de type A ou F, de température voisine de 10^4 K, c'est la série de Balmer de l'hydrogène qui domine. Les raies H et K du CaII et D du NaI sont très intenses dans les étoiles de type solaire. Enfin, dans les étoiles très froides sont surtout présentes les raies d'ions métalliques ayant un faible potentiel d'ionisation, et des bandes moléculaires.

De nombreuses raies proviennent du même niveau inférieur, et leur coefficient d'absorption ne diffère que par la valeur de la force d'oscillateur. En utilisant des raies intenses et des raies faibles en provenance du même niveau inférieur, il est donc possible de construire une « **courbe de croissance empirique** » qui permet d'estimer la vitesse de turbulence par comparaison avec les courbes de croissance théoriques.

Cet exercice peut être répété pour tous les niveaux du même ion. Les courbes de croissance obtenues s'ajustent par une translation horizontale les unes sur les autres, cette translation donnant le rapport des populations des différents niveaux inférieurs des transitions (qui obéissent à la loi de Boltzmann), et permettant par conséquent de déterminer la température du gaz.

Enfin une translation horizontale de la courbe générale obtenue pour un ion permettra de déterminer son abondance, et même l'abondance de l'élément s'il s'agit du degré

d'ionisation dominant. La figure suivante montre la courbe de croissance obtenue à partir des raies de FeI et de TiI dans le Soleil.



On voit que tous les points se distribuent bien sur une seule courbe théorique, correspondant d'ailleurs à une valeur élevée de la turbulence (1.5 km s^{-1} environ) très supérieure à la vitesse thermique de ces ions.

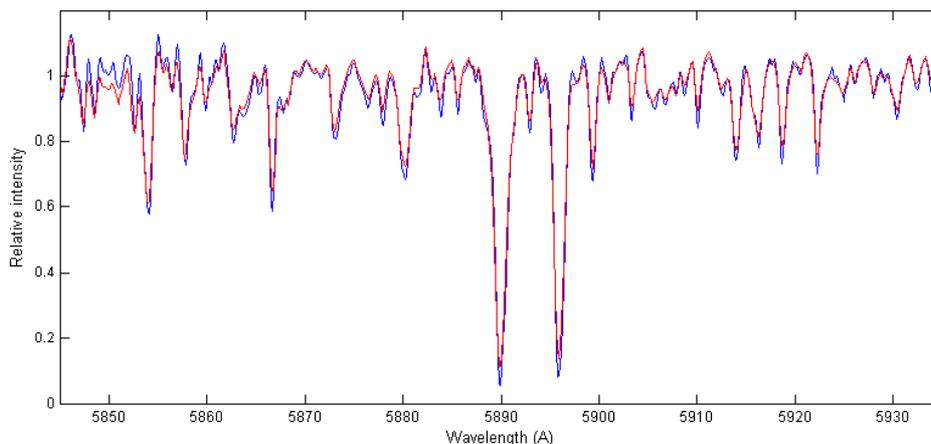
Il est avantageux de construire des courbes de croissance pour les spectres stellaires car on dispose d'un très grand nombre de raies, et par ailleurs les populations de niveaux des atomes sont à l'ETL. Par contre l'inconvénient majeur réside dans l'existence d'une stratification des conditions physiques, car les raies se forment à des hauteurs différentes correspondant à des températures et des densités différentes. En outre le transfert est compliqué par l'émission de l'atmosphère qui est loin d'être la couche purement absorbante que nous avons supposée. Le calcul des courbes de croissance requiert donc l'utilisation de « modèles d'atmosphère » et la prise en compte des processus de formation des raies (diffusion ou absorption) de façon détaillée. Cette branche de l'astrophysique est très élaborée, et a donné lieu à de nombreux développements.

En particulier on a découvert l'existence de grandes différences d'abondances entre les étoiles. Certaines étoiles sont très pauvres en éléments lourds (1% de l'abondance solaire) car elles ont été formées lorsque la Galaxie n'avait pas encore été enrichie par les premières générations de supernovae. Ces étoiles constituent ce que l'on nomme la « Population II », et ont une distribution sphérique dans la galaxie, ce qui témoigne bien de leur formation ancienne (les amas globulaires font partie de cette population; certains ont plus de 17 milliards d'années). Il est possible qu'il existe même une « Population III », formée avant les galaxies elles-mêmes, à laquelle appartiendraient quelques étoiles ayant des abondances inférieures à 10^{-3} . A l'opposé, on constate parfois un enrichissement en certains éléments (le technétium est l'un des cas les plus étranges!). Ces anomalies sont probablement dues à des effets de diffusion ou de pression radiative agissant préférentiellement sur certains éléments qui sont ainsi entraînés depuis les couches profondes de l'étoile jusqu'à la surface. Enfin, dans les étoiles ayant déjà brûlé leur hydrogène (naines blanches, Wolf-Rayet, supernovae...), les éléments lourds comme le carbone ou l'azote peuvent être très surabondants. Il est également important de déterminer dans les atmosphères des étoiles les plus vieilles les abondances des « éléments légers » comme l'hélium et le lithium, car ces éléments ont été synthétisés au moment du Big-Bang, et leur abondance primordiale est un test important pour la cosmologie.

APPLICATION A LA MATIERE INTERSTELLAIRE

On observe dans le spectre des étoiles brillantes lointaines de très fines raies en absorption qui sont formées dans des nuages interstellaires. La figure suivante montre à titre d'exemple le spectre de l'étoile ϵ Orionis dans la région de la raie K du CaII et celle de la raie

D du NaI: les différentes composantes correspondent à des nuages interstellaires situés sur la ligne de visée de l'étoile et ayant des vitesses différentes.



De même, le spectre des quasars lointains montre des séries de raies très fines, en particulier la raie $L\alpha$, produites par des nuages intergalactiques situés sur la ligne de visée du quasar, et ayant des décalages spectraux différents (ici le décalage spectral est dû à l'expansion de l'Univers).

Les raies interstellaires sont *beaucoup moins nombreuses* que les raies stellaires, parce que le milieu interstellaire est froid et que les niveaux excités des atomes ne sont pas peuplés. Ce sont donc seulement des raies de résonance (c.à.d. provenant du niveau fondamental). Par ailleurs, le *milieu est très loin de l'ETL*, et il n'est pas possible d'utiliser l'équation de Saha pour déterminer les rapports entre les ions d'un même élément. Mais par contre les nuages sont plus *homogènes* que les atmosphères stellaires, et *leur émission est négligeable* (au moins en ce qui concerne ces raies).

Ces raies nous apprennent beaucoup sur les abondances des éléments, car leurs largeurs équivalentes se situent souvent sur la *partie Doppler de la courbe de croissance*, où l'abondance ne dépend que du nombre d'atomes absorbants. Par contre, si la largeur équivalente est située sur le palier de saturation, l'abondance qu'on en déduit est très imprécise. Mais on peut estimer la turbulence, ou une limite supérieure à la vitesse thermique. Il est très rare que les largeurs équivalentes se situent dans la partie amortissement, à l'exception des raies de Lyman (et de certaines raies de l'hydrogène moléculaire) pour lesquelles il est possible d'obtenir avec une bonne précision le nombre d'atomes absorbants. Mais dans ce cas, la difficulté vient de ce que les raies stellaires sous-jacentes sont difficiles à différencier des raies interstellaires.

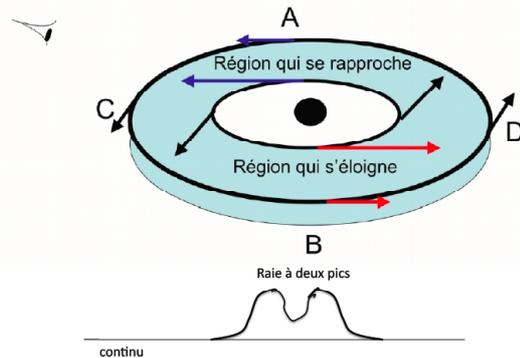
Les résultats de ces études permettent en particulier de mettre en évidence la « déplétion » de certains éléments qui paraît corrélée avec leur capacité à former des composés volatils. Ceci peut s'interpréter en supposant qu'ils ont servi à fabriquer les poussières interstellaires par condensation dans des régions de température élevée (atmosphères de géantes rouges, enveloppes de novae...). On observe des raies ultraviolettes d'éléments très ionisés comme celles de OVI qui prouvent l'existence d'un milieu très chaud interstellaire, probablement produit par le chauffage dû aux supernovae. La comparaison de l'intensité de la raie interstellaire $L\alpha$ de l'hydrogène avec celle du deutérium (qui, elle, est très faible) permet la détermination de l'abondance de deutérium et impose des contraintes importantes sur la nucléosynthèse primordiale des éléments et le Big Bang

=====

Avant de terminer ce chapitre sur les profils des raies, il est utile de mentionner qu'il existe également des causes extrinsèques d'élargissement des raies. En voici quelques exemples :

- les mouvements macroscopiques, induisant des effets Doppler:

Par exemple, les raies peuvent se former dans une atmosphère étendue en expansion. Nous avons déjà parlé de ces profils « P Cygni » au début du chapitre. Mais il en est d'autres, comme les profils à 2 pics, caractéristiques de l'émission d'un disque en rotation képlérienne. De tels profils sont observés dans certains quasars, et surtout dans les étoiles binaires, constituées d'une étoile compacte en fin d'évolution (naine blanche, étoile à neutron ou même trou noir), attirant la matière d'un compagnon proche.



- l'effet gravitationnel

Les photons émis dans un potentiel gravitationnel intense, comme celui d'une étoile à neutron ou d'un trou noir, sont décalés vers les grandes longueurs d'onde par « l'effet Einstein ». Le décalage est donné par:

$$z = \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{Rc^2}}} - 1 \sim \frac{2GM}{Rc^2}$$

où G est la constante de la gravitation, M la masse du corps compact, et R la distance où le photon est émis. Si les photons sont émis à des distances R différentes de l'étoile, il s'ensuit un élargissement des raies. Notons que cet effet est négligeable pour des étoiles comme le Soleil ($z \sim 10^{-6}$).

V. LES RAIES SPECTRALES

ECARTS A L'ETL, FONCTION SOURCE

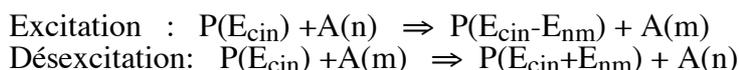
Si le milieu où se forment les raies spectrales est à l'ETL, la fonction source S_ν est simplement égale à $B_\nu(T)$, où T est la température locale du gaz. Si ce n'est pas le cas, il est nécessaire de procéder à une étude détaillée des processus afin de calculer les fonctions sources des raies spectrales. En fait l'ETL est rarement totalement atteint, car il requiert des conditions sévères sur la densité et l'épaisseur optique du milieu.

Le libre parcours des photons dépend de l'efficacité des processus de destruction, comme les collisions inélastiques avec les particules, qui transforment l'énergie des photons en énergie cinétique. Si ces processus sont très fréquents, il vont tendre à répartir l'énergie des particules et du rayonnement très rapidement vers la distribution d'équilibre. De façon générale, un milieu dense dans lequel les collisions sont nombreuses sera facilement à l'ETL, et un milieu dilué sera plus ou moins loin de l'ETL. Par ailleurs, dans les milieux optiquement épais, les photons subissent de nombreuses diffusions avant de s'échapper, et ces processus radiatifs tendent également à les rapprocher de l'ETL.

Si l'ETL n'est pas atteint, la microréversibilité des processus n'est pas réalisée, et le milieu est simplement dans un **état stationnaire** où les populations des niveaux d'énergie sont constantes dans le temps **à condition toutefois qu'il n'existe pas de phénomènes rapides**, comme des ondes de choc, ou des variations de l'intensité du rayonnement dont le temps caractéristique serait plus court que le temps entre deux processus radiatifs ou collisionnels subis par les particules. Dans la suite nous supposons cet équilibre stationnaire réalisé. On est donc amené à considérer pour le calcul des populations des niveaux d'énergie, et en dernier ressort celui de la fonction source, **le bilan global de tous les processus tendant à peupler ou à dépeupler un niveau.**

I. Influence des excitations et désexcitations collisionnelles.

Lorsqu'une particule passe à proximité d'un atome, elle peut perdre une partie de son énergie de mouvement en la cédant à l'atome qui s'excite, ou au contraire gagner de l'énergie de mouvement en récupérant l'énergie potentielle de l'atome qui se désexcite, s'il était déjà dans un état excité avant l'interaction. Le bilan s'établit donc comme suit:



On définit des « **coefficients d'excitation et de désexcitation collisionnelle** » C_{nm} et C_{mn} :

- le nombre d'excitations par seconde par unité de volume est $N_p N_n C_{nm}$
- le nombre de désexcitations par seconde par unité de volume est $N_p N_m C_{mn}$

N_p est le nombre de perturbateurs par unité de volume. En général les perturbateurs sont les électrons, mais il arrive que les collisions avec les atomes dominent, comme dans le cas des nuages interstellaires froids pour la transition à 21cm de l'hydrogène.

Avec cette définition, on peut calculer C_{nm} et C_{mn} :

$$C_{mn} \text{ (respt. } C_{nm}) = \langle \sigma_{mn} v \rangle \text{ (respt. } \langle \sigma_{nm} v \rangle) s^{-1} \text{ cm}^3 \quad (1)$$

où σ_{mn} et σ_{nm} sont les sections de désexcitation et d'excitation par collision, v la vitesse relative des particules, en fait la vitesse des électrons s'il s'agit de collisions avec les électrons,

beaucoup moins massifs, donc plus rapides, que les atomes. La moyenne est prise sur la fonction de distribution des vitesses, c'est à dire généralement sur la fonction maxwellienne, limitée à un « seuil » correspondant à l'énergie d'excitation E_{nm} pour ce qui concerne C_{nm} :

$$C_{mn}(T) = \int_0^{\infty} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \sigma_{mn}(v) \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^3 dv \quad (2)$$

et

$$C_{nm}(T) = \int_{E_{nm}}^{\infty} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \sigma_{nm}(v) \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^3 dv \quad (2bis)$$

m étant la masse des perturbateurs.

Les sections de choc $\sigma_{mn}(v)$ et $\sigma_{nm}(v)$ sont déterminées expérimentalement pour certaines transitions, mais font également l'objet de calculs complexes de mécanique quantique, auxquels se consacrent des équipes de physique atomique. Certaines sections de collision sont encore très mal connues. Noter que la moyenne $\langle \sigma_{nm} v \rangle$ ne fait intervenir que les particules de vitesses supérieures à $(2E_{nm}/m)^{1/2}$ puisque la *réaction ne peut se produire que si l'énergie de la particule incidente est supérieure à l'énergie d'excitation*. Dans le cas d'un gaz à 10^4K et d'une transition dans le domaine visible ou ultraviolet, le facteur exponentiel de la fonction maxwellienne est très petit, et $C_{nm} \ll C_{mn}$.

Les équations 2 et 2bis ne sont pas valables dans certains cas très particuliers, par exemple au cours des éruptions solaires.

I. 1: Relation entre C_{nm} et C_{mn}

De nouveau, on peut utiliser la microréversibilité qui est réalisée à l'ETL: $N_n N_p C_{nm} = N_m N_p C_{mn}$, qui donne, avec la relation de Boltzmann:

$$C_{nm} = \frac{g_m}{g_n} C_{mn} \exp\left(-\frac{E_{nm}}{kT}\right) \quad (3)$$

Cette relation est valable en dehors de l'ETL. Toutefois si la distribution n'est pas maxwellienne les taux ne sont plus donnés par les équations (2) et (2bis), et il faut intégrer σ_{nm} sur la véritable distribution. Comme ce sont souvent ces taux et non les sections qui sont donnés dans la littérature, il faut prendre garde à cette restriction.

Noter que dans la relation (3), la température T est la température d'agitation thermique du gaz, puisque c'est la vitesse des particules qui intervient dans ce processus. Noter également que la *vitesse de turbulence n'intervient pas*, car la turbulence est un mouvement d'ensemble qui ne joue pas de rôle dans les collisions entre particules.

On peut estimer très grossièrement les taux de collision, en assimilant les collisions à des rencontres de boules de billard, et en supposant le rayon de collision voisin du rayon

atomique, 10^{-8} cm. On trouve alors C_{mn} de l'ordre de 10^{-8} pour un gaz à $T = 10^4$ K (à cette température, ce sont les électrons qui dominent les collisions).

EXERCICE:

Donner la relation entre σ_{nm} et σ_{mn} valable même si la distribution des électrons n'est pas maxwellienne.

I. 2: Equilibre statistique des niveaux hors de l'ETL

Atome à deux niveaux:

Pour simplifier la discussion, nous allons d'abord supposer l'atome réduit à deux niveaux d'énergie. Nous verrons d'ailleurs que cette hypothèse est justifiée dans certains cas: raie 21cm, raies interdites dans les nébuleuses, où éventuellement un troisième niveau doit être pris en considération.

La stationnarité s'exprime comme suit:

$$N_m (B_{mn} \int J_\nu \phi_\nu d\nu + A_{mn} + N_p C_{mn}) = N_n (B_{nm} \int J_\nu \phi_\nu d\nu + N_p C_{nm}) \tag{4}$$

(on appelle les équations d'équilibre des niveaux les « équations d'équilibre statistique »)

Par ailleurs, en utilisant l'expression (10) de la fonction source donnée dans le chapitre précédent, on trouve après quelques manipulations algébriques:

$$S(\text{raie}) = \frac{\int J_\nu \phi_\nu d\nu + \eta B_\nu(T)}{1 + \eta} \tag{5}$$

avec

$$\eta = \left(1 - \exp\left(-\frac{E_{nm}}{kT}\right) \right) \frac{N_p C_{nm}}{A_{mn}} \tag{6}$$

L'équation (6) met en évidence la double structure de la fonction source, constituée d'un **terme de diffusion** ($\int J_\nu \phi_\nu d\nu$) et d'un **terme d'absorption** ηB_ν . Le premier terme correspond aux absorptions radiatives du photon E_{nm} , qui sont suivies d'émission par désexcitation spontanée sans changement de fréquence, le second introduit un terme source dû aux collisions. Si η est grand (donc si le milieu est dense), le terme d'absorption domine.

Enfin, il ne faut pas oublier que l'expression (5) n'est valable que si le profil d'émission est identique au profil d'absorption. Dans le cas contraire, la discussion précédente est plus compliquée.

Influence des autres niveaux et du continu

Si plusieurs autres niveaux (y compris un continu) sont couplés avec les deux niveaux m et n, il est nécessaire d'en tenir compte dans l'équation d'équilibre des deux niveaux. On a alors l'habitude de ramener la fonction source à une forme semblable à la précédente:

$$S = \frac{\int J_v \phi_v dv + \eta B_v(T) + \eta'}{1 + \eta + \eta''} \quad (7)$$

dans laquelle η' et η'' contiennent tous les termes relatifs aux autres niveaux, ce qui permet de résoudre le problème par itérations successives.

Dans toute cette discussion, nous n'avons pas considéré le continu qui se superpose aux raies, et dont le coefficient d'absorption joue un rôle dans le transfert. Il faut en tenir compte dans l'équation de transfert et dans la fonction source:

$$S = S_{\text{raie}} + S_{\text{cont}} \quad \text{et} \quad d\tau_v = d\tau_{\text{raie}} + d\tau_{\text{cont}} \quad (8)$$

II. Probabilité d'échappement; influence de la densité et de l'épaisseur optique sur les écarts à l'ETL

Dans ce paragraphe, nous allons montrer de façon simple (et simplifiée à l'extrême!) l'influence de la densité et de la profondeur optique sur les écarts à l'ETL. Nous allons nous placer pour ce faire dans le cas d'un atome à deux niveaux, supposer le profil d'émission de la transition correspondante identique au profil d'absorption, enfin qu'il n'y a pas d'absorption continue à la fréquence de la transition

Considérons la quantité:

$$\rho_{mn} = \frac{N_m (B_{mn} \int J_v \phi_v dv + A_{mn}) - N_n (B_{nm} \int J_v \phi_v dv)}{N_m A_{mn}} \quad (9)$$

On appelle cette quantité, qui mesure le bilan des transitions radiatives [$m \Rightarrow n - n \Rightarrow m$] rapporté aux transitions radiatives spontanées, le « **taux net radiatif** ».

On peut l'écrire, en utilisant la fonction source:

$$\rho_{mn} = 1 - \frac{\int J_v \phi_v dv}{S(\text{raie})} \quad (10)$$

ρ_{mn} est donc toujours inférieur à l'unité, et peut prendre des valeurs négatives. Cette quantité a une grande importance, car on peut la relier au flux émis dans une raie. En remplaçant $\int J_v \phi_v dv$ par sa valeur donnée par l'équation (5), on trouve:

$$\left(\frac{B_v}{S(\text{raie})} - 1 \right) = \frac{\rho_{mn}}{\eta} \quad (11)$$

Cette équation met en évidence l'influence de ρ_{mn} et de η sur l'écart à l'ETL: pour ρ_{mn}/η petit, la fonction source tend vers le corps noir.

Nous allons maintenant montrer l'influence de la profondeur optique dans l'approche vers l'ETL.

Reprenons l'équation de transfert intégrée sur les angles (équation (19) du chapitre 2), appliquée à une raie de profil ϕ_ν :

$$\frac{dF_\nu}{d\tau_o} = -4\pi^{3/2} \Delta\nu_D \phi_\nu (J_\nu - S_\nu) \quad (12)$$

τ_o étant l'épaisseur optique au centre de la raie (le facteur $\pi^{1/2} \Delta\nu_D$ vient de la normalisation du profil).

En intégrant sur les fréquences, on a, puisque S_ν est constant dans la raie (hypothèse de l'identité des profils d'émission et d'absorption),

$$\int \frac{dF_\nu}{d\tau_o} d\nu = -4\pi^{3/2} \Delta\nu_D (\int J_\nu \phi_\nu d\nu - S(\text{raie})) \quad (13)$$

ce qui donne, en utilisant l'équation (5):

$$\int \frac{dF_\nu}{d\tau_o} d\nu = -4\pi^{3/2} \Delta\nu_D \eta (S(\text{raie}) - B_\nu) \quad (14)$$

et, avec l'équation (11):

$$\int \frac{dF_\nu}{d\tau_o} d\nu = 4\pi^{3/2} \Delta\nu_D \rho_{mn} S(\text{raie}) \quad (15)$$

soit:

$$\begin{aligned} F(\text{raie}) &= \int_{\text{raie}} F_\nu d\nu = 4\pi^{3/2} \Delta\nu_D \int \rho_{mn} S(\text{raie}) d\tau_o \\ &= 4\pi \int \rho_{mn} \frac{\mathcal{E}_{\text{raie}}}{\mathbf{K}_{\diamond o}} d\tau_o = 4\pi \int \rho_{mn} \mathcal{E}_{\text{raie}} dl \end{aligned} \quad (16)$$

Cette équation montre que le flux émergent dans la raie est égal à celui qui serait émis par une couche homogène optiquement mince dont l'émissivité serait réduite par le facteur ρ_{nm} . Donc, dans le cas que nous considérons, **ρ_{nm} peut être identifié à la « probabilité d'échappement » des photons à la profondeur optique τ_o .**

Calcul de la probabilité d'échappement

La probabilité d'échappement $P(e)$ peut être calculée de la façon suivante. Pour simplifier, nous admettons que tous les photons de la raie ayant $\tau_\nu < 1$ s'échappent, et nous définissons le point y_1 de la raie ($y_1 = (\nu_1 - \nu_o) / \Delta\nu_D$) tel que $\tau_o \phi_{y_1} = 1$. La probabilité pour qu'un photon soit émis dans la portion optiquement mince de la raie $\tau_\nu < 1$, et par conséquent s'échappe, est:

$$P(e) = 2 \int_{y_1} \phi_y dy \quad (17)$$

On voit que P(e) dépend de la forme du coefficient d'absorption. En adoptant le développement simplifié de ϕ_v :

$$\phi_y = \exp(-y^2) + \frac{a}{\sqrt{\pi} y^2} \quad (18)$$

avec la définition de y_1 et l'équation (17), on peut montrer, dans les cas asymptotiques de l'équation (18) que:

$$P(e) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\tau_o (\ln \tau_o)^{1/2}} \quad \text{dans le cas Doppler} \quad (19)$$

$$P(e) = \frac{2a^{1/2}}{\pi^{3/4} \tau_o^{1/2}} \quad \text{dans le cas Lorentzien} \quad (19\text{bis})$$

Notons qu'on retrouve les termes τ_o et $\tau_o^{1/2}$ que nous avons déjà rencontrés pour le coeur Doppler et les ailes lorentziennes pour les courbes de croissance.

=====
 Note: ce calcul peut également être effectué pour les processus continus, à condition de définir un profil normalisé équivalent à $\phi(v)$.
 =====

L'utilisation de la probabilité d'échappement ou du taux net radiatif représente une simplification considérable pour le calcul des intensités, puisqu'elle évite de résoudre l'équation de transfert dans les différents points de la raie. Malheureusement les simplifications que nous avons effectuées grâce aux hypothèses que nous avons faites conduisent à des relations très approximatives lorsque ces hypothèses ne sont pas valides.

Puisque nous avons identifié ρ_{mn} à P(e), nous voyons avec l'équation (11) que la quantité P(e)/ η gouverne les écarts à l'ETL. En conclusion

Grande densité et/ou grande épaisseur optique sont les deux conditions nécessaires à l'établissement de l'ETL

Donc les couches profondes des atmosphères stellaires pourront être considérées comme à l'ETL, de même que les intérieurs des étoiles, mais *les milieux dilués et les couches superficielles des atmosphères (où se forment les raies fortes) ne seront pas à l'ETL.*

=====
 Note: Par exemple, on peut vérifier que le facteur η est > 1 si $N > 10^{16}$, pour les raies permises; donc S est égal à B pour ces raies au dessus de cette densité, et ceci quelque soit τ_o . En fait, au dessus de cette densité, S est égal à B pour tous les processus, donc l'ETL est réalisé. Pour les raies interdites, la densité nécessaire pour que S=B est beaucoup plus faible, ainsi que nous le verrons par exemple pour la raie 21cm. Il s'agit alors d'une raie qui est en ETL, c'est à dire dont les niveaux obéissent à la loi de Boltzmann, mais est formée dans un milieu qui est, lui, en très fort écart à l'ETL.
 =====

Résumé du destin des photons après leur émission

Considérons les photons $h\nu=E_{nm}$, émis à une profondeur optique τ_o . Ils effectuent une marche au hasard semblable à celle qui a été décrite dans le deuxième chapitre. Soit ils sont réabsorbés et réémis radiativement (diffusion), soit ils disparaissent lors d'une collision avec une probabilité $P(d)$, soit enfin ils réussissent à s'échapper de la couche avec la probabilité $P(e)$. Le nombre total N_s de diffusions subies par le photon avant de s'échapper est donc:

$$N_s [P(e) + \{1 - P(e)\} P(d)] = 1 \quad (20)$$

Notons que la longueur de thermalisation que nous avons introduite dans le deuxième chapitre est celle pour laquelle $P(d) = P(e)$. Appelons τ_{th} la profondeur optique correspondante.

La probabilité d'une disparition est $P(d) = \eta/(1+\eta)$. Si les photons sont créés à une petite profondeur optique $\tau_o < \tau_{th}$, $P(e) \gg P(d)$, et

$$N_s = P(e)^{-1} \quad (21)$$

Si les photons sont créés à une grande profondeur optique $\tau_o > \tau_{th}$, $P(e) \ll P(d)$, et:

$$N_s = P(d)^{-1} = \eta^{-1} \quad (22)$$

VI. EXEMPLES DE RAIES FORMEES DANS DES MILIEUX EN NON ETL

On peut dire que pratiquement toutes les raies spectrales en astrophysique sont formées dans des milieux en non ETL, à l'exception (et encore !) de celles qui proviennent des régions profondes des atmosphères stellaires. Elles sont évidemment beaucoup plus difficiles à analyser que celles qui sont formées à l'ETL, mais elles sont également plus riches d'informations, une fois que l'on dispose de toutes les quantités (données atomiques essentiellement) nécessaires à leur modélisation. Et l'on pourrait écrire des livres entiers sur les problèmes qui ont été résolus grâce aux études de ces raies spectrales dans tous les domaines de longueurs d'onde, depuis la radio jusqu'aux gamma. Nous nous limiterons ici à quelques exemples importants.

I. La raie 21cm de l'hydrogène

Cette raie radio ($\nu = 1420$ MHz) est la transition entre les deux sous-niveaux hyperfins du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène, correspondant aux deux orientations relatives possibles du spin électronique et du spin nucléaire. Bien qu'elle soit très fortement interdite (transition de type quadrupolaire magnétique) et que la durée de vie du niveau supérieur soit extrêmement longue, la raie est intense dans de nombreux sites astrophysiques par suite de la quantité considérable d'hydrogène neutre présente dans l'Univers.

La raie 21cm est observée aussi bien en émission, dans la direction de nuages interstellaires, de galaxies, de quasars, qu'en absorption devant des radiosources intenses (émettrices de rayonnement radio continu). Son profil est en général constitué de la superposition du profil de plusieurs nuages, dont les vitesses projetées sur la ligne de visée sont différentes. Nous allons voir qu'on peut déduire pour chacun de ces nuages la quantité de d'hydrogène neutre qu'il contient, ainsi que les propriétés physiques du gaz (température, densité, turbulence). Le décalage Doppler de la raie permet de surcroît, s'il s'agit d'un nuage interstellaire galactique, de déterminer sa vitesse de rotation et d'en déduire sa position dans la Galaxie. Pour les galaxies extérieures, l'observation de la raie 21cm en différents points permet de reconstituer le champ de vitesse de la galaxie. Enfin, la distance des galaxies lointaines a été souvent déterminée par le décalage Doppler de la raie 21cm (loi de Hubble).

L'observation de la raie 21cm a permis en particulier de déterminer la structure spirale de la Galaxie, et d'étudier la dynamique des autres galaxies spirales par la mesure de la « courbe de rotation » de leur gaz. Elle montre que les régions voisines du centre ont une vitesse de rotation proportionnelle à R, ce qui correspond à la rotation d'un corps solide, tandis que les régions extérieures ont une vitesse de rotation constante, correspondant à une masse qui continue d'augmenter en fonction de R. On a découvert ainsi que la matière visible des galaxies ne représente qu'une faible fraction de leur masse, et que de la « matière invisible » s'étend jusqu'à des distances très grandes du centre. Ce fut le premier d'une série de problèmes concernant la masse cachée dans l'Univers. Enfin la raie 21cm a également permis de déterminer la masse de gaz dans les galaxies en fonction de leur type. Nous ne détaillerons pas ici ces nombreuses études qui font l'objet d'un autre cours, nous contentant d'en donner quelques principes théoriques.

Les paramètres de la transition sont: $A_{21} = 2.84 \cdot 10^{-15} \text{ s}^{-1}$, $g_2 = 3$, $g_1 = 1$.

Sauf si les températures (T_{exc} , T , T_b ...) sont extrêmement faibles, on est dans le régime de Rayleigh-Jeans où $h\nu \ll kT$. On peut donc écrire numériquement le coefficient d'absorption, en utilisant l'équation (11) du chapitre précédent:

$$K_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} N_1 B_{12} \frac{h\nu}{kT_{\text{exc}}} \phi(\nu) \quad (1)$$

ce qui donne, numériquement:

$$K_{\nu} = 10^{-14} \frac{N_1}{T_{\text{exc}}} \phi(\nu) \quad (1\text{bis})$$

où N_1 est le nombre d'atomes neutres d'hydrogène dans l'état 1 par cm^{-3} , $\phi(\nu)$ est le profil, qui est purement Doppler pour les raisons données dans le chapitre précédent (constantes d'amortissement radiatif et collisionnel très faible). L'intensité moyenne s'écrit:

$$\int J_{\nu} \phi_{\nu} d\nu = B_{\nu}(T_r) = \frac{2kT_r}{\lambda^2} \quad (2)$$

et la fonction source:

$$S_{\nu} = \frac{\int J_{\nu} \phi_{\nu} d\nu + \eta B_{\nu}(T)}{1 + \eta} \quad (3)$$

où T est la température d'agitation thermique. On peut écrire:

$$T_{\text{exc}} = T \frac{T_b + T_o}{T + T_o} \quad (4)$$

où on a posé:

$$T_o = \frac{N_p C_{21}}{A_{21}} \frac{h\nu}{k} \quad (5)$$

On voit donc que T_{exc} est compris entre T et T_b : pour les petites valeurs de la densité, T_o est petit, et $T_{\text{exc}} = T_b$. Pour les grandes valeurs de la densité, T_o est grand, et $T_{\text{exc}} = T$.

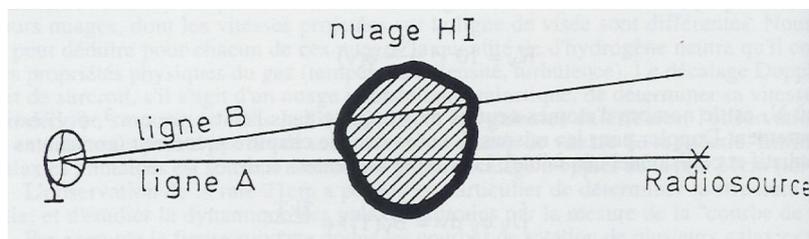
Généralement l'égalité $T_{\text{exc}} = T$ est réalisée dans les nuages interstellaires. Donc la raie 21cm est formée à l'ETL dans un milieu en écart à l'ETL

=====
 Note: En effet les collisions dominantes sont les collisions avec les atomes neutres d'hydrogène eux-mêmes. On trouve $C_{21} \sim 2 \cdot 10^{-10} \sqrt{T}$, ce qui permet de vérifier que $T_o > T$ pour $N_H > \sqrt{T} / 4500$, condition qui est presque toujours réalisée.
 =====

DETERMINATION DE LA TEMPERATURE ET DE LA DENSITE DU GAZ INTERSTELLAIRE.

L'observation de la raie 21cm émise par un ensemble de nuages interstellaires permet de déterminer *le nombre d'atomes d'hydrogène sur la ligne de visée*, c'est à dire, moyennant certaines hypothèses sur la géométrie des nuages, le nombre total d'atomes et donc la masse des nuages. Si de surcroît les nuages se trouvent devant une radiosource, on peut déterminer *la température du gaz*. Enfin, l'observation du profil gaussien des différentes composantes

permet de déterminer la largeur Doppler de chaque nuage. On trouve généralement que celle-ci correspond à une vitesse de l'ordre de 1 à 2 km s⁻¹, qui est supérieure à la vitesse thermique pour une température voisine de 100K, ce qui signifie que *la turbulence domine l'élargissement*. Examinons le cas d'un nuage situé sur la ligne de visée d'une radiosource.



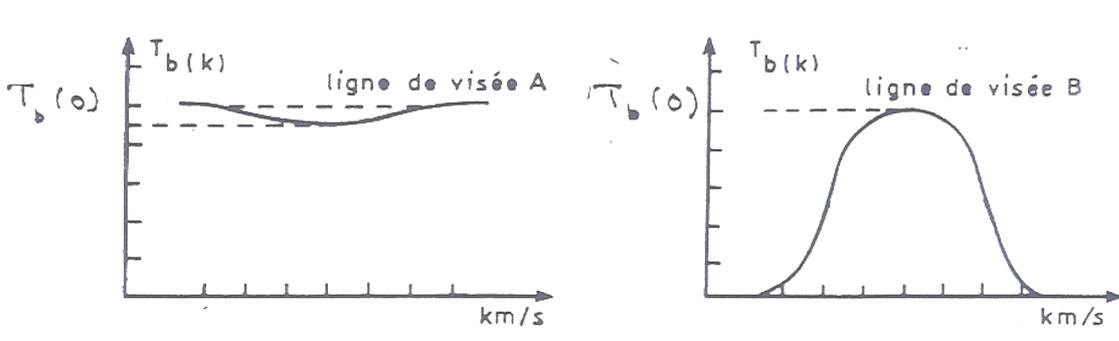
ligne de visée A:

Conformément à l'équation (8b) du troisième chapitre, on peut écrire (pour $\mu=1$):

$$T_{bv}(A) = T_{bv}(0) e^{-\tau\nu} + T_{exc}(1 - e^{-\tau\nu}) \tag{6}$$

où $T_b(0)$ est la température de brillance de la radiosource. Comme le rayonnement de la radiosource est pratiquement constant sur le profil de la raie, on peut mesurer ce profil par rapport à la base constante $T_b(0)$. On constate que *le profil sera en absorption ou en émission* suivant que $\Delta T_\nu = T_{bv} - T_b(0) = \{T_{exc} - T_b(0)\} \{1 - e^{-\tau\nu}\}$ est plus petit ou plus grand que zéro, c'est à dire que T_{exc} est plus grand ou plus petit que $T_b(0)$.

Il s'agit là d'une condition générale, qui définit l'apparition d'une raie en absorption ou en émission



ligne de visée B:

La raie est en émission, et on a:

$$T_{bv}(B) = T_{exc}(1 - e^{-\tau\nu}) \tag{7}$$

En supposant que les propriétés du nuage sont les mêmes en tous les points, on obtient, en faisant la différence entre les deux observations:

$$e^{-\tau\nu} = \frac{T_{bv}(A) - T_{bv}(B)}{T_b(0)} \tag{8}$$

qui donne τ_ν . L'équation (7) permet alors de déterminer T_{exc} , ou T , et l'équation (1) donne alors N_{H} .

Si l'on ne dispose pas d'une radiosource derrière le nuage, on peut malgré tout déterminer le nombre d'atomes sur la ligne de visée N_{H} , à condition que τ_ν soit plus petit que l'unité :

$$T_{\text{bv}} = T_{\text{exc}} \tau_\nu = \frac{(h\nu)^2}{k} \frac{B_{12}}{4\pi} \phi(\nu) N_{\text{H}} \quad (9)$$

Malheureusement les nuages sont souvent inhomogènes, et leur température varie d'un nuage à l'autre. Or elle pondère différemment l'absorption et l'émission. Ceci est illustré par la figure suivante (Crédit NRAO), qui montre un exemple de raie 21cm observée en absorption et en émission devant une radiosource. On distingue une série de composantes étroites en absorption qui correspondent aux nuages de gaz froid, et des composantes larges en émission correspondant à des nuages *chauds* (1000K).

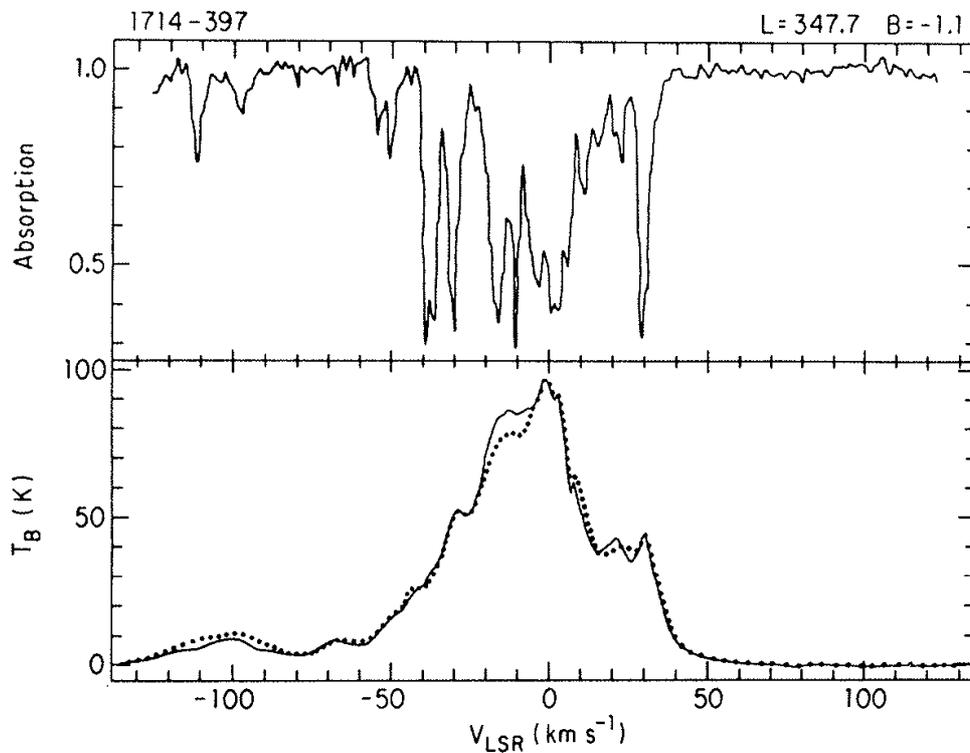


Figure 14 : Exemples de spectres de nébuleuses planétaires, à gauche dans le visible, à droite dans l'infrarouge. On y voit des raies permises, comme celles de l'hydrogène et de l'hélium, et des raies interdites comme celles de [OIII].

En dépit de leur profonde différence générique, ces deux types de nébuleuses émettent des spectres très semblables, en raison de leurs conditions physiques comparables: **densité du milieu extrêmement faible (de 1 à 10^6 atomes par cm^3), et présence d'un rayonnement ultraviolet intense.** Outre les raies de l'hydrogène (les raies de Lyman sont les plus intenses du spectre) on y observe des raies qui ont longtemps constitué un mystère, élucidé seulement en 1928 par Bowen. En effet, ces raies inconnues au laboratoire avaient été primitivement attribuées à un élément qui ne trouvait pas sa place dans la table de Mendeleiev, « le nebulium», avant que Bowen ne comprenne qu'il s'agit de raies interdites d'ions une ou plusieurs fois ionisés (O^+ , O^{++} , N^+ , Ne^{++} , etc...) émises dans un milieu de densité très faible (voir la figure 14).

Note:Le même problème se posa pour la couronne solaire où des raies inconnues avaient été attribuées à un élément appelé « le coronium». Dans ce dernier cas le problème était compliqué par le fait que les ions produisant ces raies sont très fortement ionisés (Fe^{+9} , Fe^{+13} , etc...), par suite de la température élevée de la couronne, et il ne fut résolu qu'une dizaine d'années plus tard.

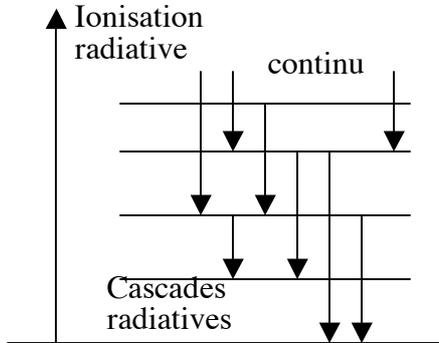
De nombreux objets présentent des spectres semblables à ceux des nébuleuses ionisées. De façon générale ce sont tous les milieux dilués ionisés par un rayonnement ultraviolet: les restes de supernovae, les quasars et les noyaux actifs de galaxies, les étoiles binaires X, les novae, certaines étoiles à enveloppes... C'est pourquoi ce type de spectre en émission à raies permises et raies interdites d'intensité comparable est largement étudié, pratiquement autant que les spectres stellaires à raies en absorption. De plus, tous ces milieux (à l'exception de la couronne solaire qui est chauffée par des ondes acoustiques et/ou magnétiques) ont *des températures voisines de 10^4K* . Elle est expliquée par un effet thermostatique, dû au fait que presque tous les éléments sont capables de rayonner fortement à cette température, qui correspond à une énergie moyenne suffisante pour exciter les transitions électroniques.

Pourquoi les raies interdites deviennent-elles, à basse densité, aussi intenses que les raies permises, c'est la question que nous nous poserons ici. Nous évoquerons également différentes utilisations de ces raies spectrales, pour déterminer les conditions physiques du gaz émissif, sa masse, et en dernier ressort, les abondances des éléments, sujet qui constitue peut-être l'aspect le plus important de leur étude. Nous laisserons de côté le problème de l'ionisation, résolu essentiellement par Strömgren, et faisant appel au processus de photoionisation qui sera abordé dans le chapitre suivant. Il suffit de savoir ici que ces nébuleuses sont constituées essentiellement d'hydrogène ionisé par le rayonnement ultraviolet de l'étoile ou des étoiles centrales: le nombre d'atomes d'hydrogène neutre ne dépasse en général pas une proportion de 10^{-4} , et les autres éléments présentent une stratification de leur ionisation, depuis les plus difficiles à ioniser au centre (He^{++}), jusqu'aux plus faciles à ioniser à la périphérie. Cette stratification se manifeste par l'aspect différent que présentent les nébuleuses planétaires observées en imagerie dans des raies d'ions différents. Il faut noter qu'en aucun cas on ne peut utiliser la loi de Saha pour déterminer les degrés d'ionisation, car il s'agit de milieux très éloignés de l'ETL, dans lesquels ni les lois de Boltzmann et de Saha pour la distribution des particules sur les niveaux d'énergie, ni la loi de Planck pour l'intensité du rayonnement, ne sont applicables, à cause de la trop faible densité et de la trop faible épaisseur optique (cf. chapitre précédent).

II.1: les raies permises

Deux processus gouvernent la formation des raies permises dans les nébuleuses.

II.1.1: la fluorescence



C'est le processus par lequel sont formées les raies **d'ions qui ont une abondance très faible, mais dont l'ion supérieur est dominant**. Les plus importantes sont les **raies de HI, de HeII et de HeIII** (l'ion He^+ domine dans une enveloppe extérieure, et l'ion He^{++} dans les régions internes de la nébuleuse). D'autres ions peuvent produire des raies de fluorescence, mais elles sont faibles. On appelle ce mode de formation le « cycle de Rosseland », il est représenté sur la figure ci-jointe.

L'équilibre statistique des niveaux s'écrit alors:

$$N_m \sum_{n=1}^{n=m-1} A_{mn} = N_x + N_e \alpha_m(T) + \sum_{k=m+1}^{k=\infty} N_k A_{km} \quad (10)$$

Le terme $N_x + N_e \alpha_m(T)$ exprime le nombre de recombinaisons radiatives sur un niveau m . $\alpha_m(T)$ est appelé le « coefficient de recombinaison », et dépend peu de la température. Nous reviendrons sur son calcul dans le chapitre suivant.

=====
 Note: il faudrait en fait séparer dans cette équation les niveaux de L différents, ce qui conduirait entre autre à prendre en compte le processus de désexcitation du niveau $2s$ à 2 photons mentionné à propos de l'atome d'hydrogène, et de façon plus générale, des hydrogénoïdes. Ce processus est important dans les nébuleuses, car il produit un continu ultraviolet observable.
 =====

On peut montrer en effet que tous les autres processus d'excitation et de désexcitation sont négligeables:

1- les excitations et desexcitations radiatives induites sont négligeables

J_ν est très petit. Dans la nébuleuse il est égal à:

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int B_\nu(T^*) d\Omega \quad (11)$$

où l'intégrale est prise sur l'angle solide sous lequel de la nébuleuse on voit l'étoile excitatrice et T^* est la température de surface de cette étoile. Donc:

$$J_\nu = B_\nu(T^*) \frac{1}{4} \left(\frac{R^*}{r_{neb}} \right)^2 \quad (11bis)$$

R^* étant le rayon de l'étoile et r_{neb} la distance entre l'étoile et la nébuleuse. Le facteur $\frac{1}{4} \left(\frac{R^*}{r_{\text{neb}}} \right)^2$ est très petit, en général de l'ordre de 10^{-14} .

=====
 Note: En calculant ainsi le champ de rayonnement induisant les transitions, nous ne tenons compte que du rayonnement en provenance de l'étoile excitatrice, et non de celui qui est créé à l'intérieur de la nébuleuse par les diffusions résonnantes dans les raies (appelé « **rayonnement diffus**»). Or si la nébuleuse est optiquement épaisse pour certaines raies - et c'est le cas généralement des raies de résonance de HI et de HeI et HeII - le rayonnement de l'étoile est fortement absorbé, et c'est le rayonnement diffus qui excite les raies. Lorsqu'un atome est excité sur un niveau élevé, celui-ci se désexcite avec une probabilité importante sur un niveau intermédiaire. Ces diffusions conduisent en fait tous les photons Lyman à être transformés en photons $L\alpha$ et en photons de raies subordonnées ou du continu. On peut donc négliger dans les équations d'équilibre statistique les désexcitations sur le niveau 1 de HI: c'est ce que l'on nomme **le cas B**, qui est très souvent utilisé, bien que la réalité soit évidemment intermédiaire entre les 2 solutions extrêmes.
 =====

2- les excitations et désexcitations collisionnelles sont négligeables

Nous avons vu dans le chapitre précédent que pour les raies permises les termes de désexcitation collisionnelle sont négligeables par rapport aux termes radiatifs spontanés pour $N_e < 10^{16}$. C'est une densité très supérieure à la densité des nébuleuses. En ce qui concerne les excitations collisionnelles, on peut montrer qu'elles sont également négligeables.

=====
 Note 1: Il s'agit de comparer les termes $N_e N_n C_{nm}$ avec les termes $N_e N_i \alpha_m(T)$, où N_i est le nombre d'ions supérieurs, c'est à dire N_{H^+} dans le cas de l'hydrogène.

Note 2: Il faudrait en toute rigueur tenir compte des ionisations radiatives et collisionnelles à partir des différents niveaux excités. On peut montrer qu'elles sont également négligeables. Nous en parlerons dans le chapitre suivant.
 =====

3- les ions sont photoionisés à partir du niveau fondamental par les photons ultraviolets

Il faut en effet remarquer que la population du niveau fondamental N_1 n'intervient pas dans l'équation (10). Elle est calculée par une équation différente, dite d'équilibre d'ionisation, sur lequel nous reviendrons dans le chapitre suivant, et nous verrons comment on peut calculer les rapports entre les différents ions. On trouve que $N_{H^0} / N_{H^+} \ll 1$ dans toute la partie ionisée (« zone de Strömngren») de la nébuleuse. On en déduit que **comme le milieu est neutre électriquement, très ionisé, et constitué essentiellement d'hydrogène, on a**

$$N_{H^+} \sim N_e.$$

En tenant compte de l'abondance de He, on a en fait $N_e = 1.1 N_{H^+}$

=====
 Note: on dit que ces raies sont **formées par recombinaison**, ou encore **par fluorescence**, car l'origine de leur énergie est le *rayonnement ultraviolet de l'étoile*, absorbé dans l'ionisation (de l'hydrogène essentiellement), et *réémise dans le domaine visible par ces cascades radiatives*.
 =====

A condition de connaître $N_x + N_e \alpha_m(T)$, l'équation (10) est en fait un système linéaire avec second membre pour les populations des niveaux $N_{n>1}$. Dans le cas de l'hydrogène, on a $N_x = N_{H^+}$. S'il s'agit des raies de l'hélium, on peut écrire dans la région interne où He^{++}

domine: $N_{x+}=N_{He^{++}} = Ab(He) N_{H^+}$ et dans la région externe où He^+ domine: $N_{x+}=N_{He^+} = Ab(He) N_{H^+}$, $Ab(He)$ étant « l'abondance » de l'hélium par rapport à l'hydrogène.

On peut donc calculer les populations de tous les niveaux de l'atome en résolvant le système d'équations linéaires (10) en inversant la « matrice de cascades », et exprimer l'émissivité des différentes transitions sous la forme:

$$\mathcal{E}_{mn} = \frac{1}{4\pi} N_e N_{H^+} \alpha_m(T, N_e) E_{nm}$$

où α_m est appelé le coefficient « effectif » de recombinaison sur le niveau m . Par exemple, on trouve l'émissivité de la raie $H\beta$:

$$\mathcal{E}(H\beta) = \frac{1}{4\pi} N_e N_{H^+} 1.38710 \cdot 10^{-25} T_4^{-0.983} 10^{-0.0424/T_4} \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ ster}^{-1} \quad (12)$$

avec $T_4 = T/10^4 K$. Ces émissivités dépendent peu de T et de N_e , ainsi le rapport $\mathcal{E}(H\alpha)/\mathcal{E}(H\beta)$ est presque constant:

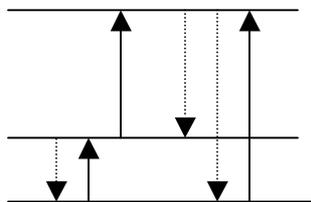
$\mathcal{E}(H\alpha)/\mathcal{E}(H\beta)$		
Ne \ T	5000K	20000K
10^2	3.03	2.74
10^6	2.92	2.72

Des expressions comparables peuvent être écrites pour les raies de l'hélium:

$$\mathcal{E}(HeII4686) = \frac{1}{4\pi} N_e N_{He^{++}} 1.5 \cdot 10^{-24} \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ ster}^{-1} \quad (13)$$

$$\mathcal{E}(HeI5876) = \frac{1}{4\pi} N_e N_{He^+} 1.5 \cdot 10^{-25} / T_4 \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ ster}^{-1} \quad (14)$$

II.1.1: l'excitation par collision



Les autres raies permises intenses ne se forment pas par recombinaison, mais par excitation collisionnelle, car elles correspondent aux degrés d'ionisation dominants dans les nébuleuses. Ce sont d'ailleurs ces raies qui assurent l'effet de thermostat permettant à la température de rester voisine de $10^4 K$. En pointillés, processus radiatifs, en fin, processus collisionnels

L'équilibre statistique des niveaux s'écrit:

$$N_m \sum_{n=1}^{n=m-1} A_{mn} = \sum_{k=1}^{k=m-1} N_k N_e C_{km} \quad (15)$$

On peut en effet montrer que

pour ces ions et dans les conditions de densité et de champ de rayonnement régnant dans les nébuleuses, les termes radiatifs induits et les termes de désexcitation par collision sont négligeables.

Comme dans le cas des raies de fluorescence, il faut ajouter à l'équation (15) une équation d'ionisation permettant de déterminer le nombre d'ions N_i (dans le cas présent, comme on a affaire à l'ion dominant, on a $N_{\text{ion}} \sim Ab(\text{élément})N_H$) et on a $\sum N_n = N_{\text{ion}}$.

Si nous supposons par exemple que nous avons affaire à un atome avec une raie de résonance forte découplée des autres niveaux, l'équilibre statistique s'écrira:

$$N_2 A_{21} = N_1 N_e C_{12} \quad (16)$$

et l'émissivité:

$$\epsilon_{12} = \frac{1}{4\pi} N_1 N_e C_{12} E_{12} \quad (17)$$

EXERCICE

Montrer que puisqu'il s'agit d'une raie de résonance, la population du niveau 2 est négligeable devant celle du fondamental (la température des nébuleuses étant voisine de 10^4 K et la densité N_e inférieur à 10^4 cm^{-3}), donc on a $N_1 = N_{\text{ion}}$

II.1.3: utilisation des raies permises dans les nébuleuses

Le spectre de raies permises des nébuleuses permet de déterminer plusieurs paramètres importants.

Détermination de la masse des nébuleuses:

Les nébuleuses étant optiquement minces, on calcule facilement leur intensité et le flux à la Terre:

$$F_{mn} = 4\pi \epsilon_{mn} H \left(\frac{\pi r_{\text{neb}}}{D} \right)^2 \quad (18)$$

H étant l'épaisseur de la nébuleuse (supposée constante) et D sa distance.

=====
 Note: dans le cas de raies de résonance optiquement épaisses, on montrera dans le paragraphe III que cette expression est applicable, à condition que la densité ne dépasse pas une valeur critique, qui est loin d'être atteinte dans les nébuleuses.
 =====

La masse de la nébuleuse étant $\pi r_{\text{neb}}^2 H N M_H$, on peut la déterminer connaissant D (c'est parfois assez difficile, car on ne dispose pas de très bons indicateurs de distance) et la densité N, connue grâce à l'étude des raies interdites (cf. plus loin). On trouve en utilisant par exemple la raie $H\beta$:

$$M_{\text{neb}} = \frac{12 F(\text{H}\beta) 4\pi D^2}{N} T_4^{0.983} 10^{0.0424/T_4} \text{ grammes} \quad (19)$$

=====
 Note: on pourrait mesurer directement H et r_{neb} et en déduire l'émissivité, donc la densité. Mais la valeur de la densité trouvée ainsi est en général inférieure à la valeur réelle, car les nébuleuses ne remplissent pas complètement leur volume apparent. Cette erreur a conduit dans le passé à surestimer parfois considérablement la masse éjectée par les supernovae ou les étoiles centrales des nébuleuses planétaires.
 =====

Détermination du « rougissement interstellaire »

La constance des rapports des intensités des raies de Balmer permet de les utiliser pour déterminer le « rougissement interstellaire ». La « courbe d'extinction » est en effet assez uniforme dans la galaxie, et dans un large domaine de longueur d'onde, cette courbe peut être approximée par une droite $1/\lambda$. On peut donc écrire:

$$\left(\frac{F(\lambda)}{F(5500\text{\AA})} \right)_{\text{observé}} = \left(\frac{F(\lambda)}{F(5500\text{\AA})} \right)_{\text{émis}} e^{-A_V(1/5500-1/\lambda)} \quad (20)$$

où A_V est appelé « l'absorption interstellaire » exprimé en magnitude que nous avons rencontrée dans le chapitre 1. A_V est déterminé en comparant les rapports théoriques des raies de Balmer à leur rapport observé. Cette mesure a permis de se rendre compte que les nébuleuses, en particulier les régions HII, ont souvent un rougissement très supérieur à celui des régions voisines de la Galaxie, ce qui prouve qu'elles contiennent une grande quantité de poussières. Ces poussières sont liées à la présence des nuages moléculaires dans lesquels se forment les étoiles chaudes excitatrices. La surprise a été de découvrir également de grandes quantités de poussières et des complexes moléculaires autour des nébuleuses planétaires...

=====
 Note: la détermination du rougissement interstellaire gagne à être effectuée avec des raies de longueurs d'onde très différentes. On peut utiliser le rapport $L\alpha/\text{H}\beta$, lorsque la raie $L\alpha$ est observée, ce qui n'est le cas que lorsqu'elle est décalée vers le rouge et ne se superpose pas à la raie géocoronale très intense. Une autre méthode est de comparer les raies de OI - qui sont formées également par recombinaison, car l'oxygène est sous forme ionisée dans les nébuleuses. Ainsi le rapport théorique entre la raie ultraviolette OI1303 et la raie infrarouge OI8446 est constant et peut permettre de déterminer le rougissement dans un très grand domaine de longueur d'onde.
 =====

Détermination de l'abondance de l'hélium

L'hélium est un élément primordial synthétisé au moment du Big Bang. Une très petite proportion seulement de l'hélium observé actuellement provient de l'évolution stellaire. Or la mesure très précise de l'abondance *primordiale* d'hélium permet de contraindre des paramètres de l'Univers aussi importants que sa densité baryonique. Il est donc crucial de mesurer avec précision son abondance, en particulier dans les régions de l'Univers les moins évoluées. De telles régions existent, ce sont des galaxies très riches en gaz, ayant l'apparence de simples régions HII de grande luminosité, dans lesquelles on trouve (cf. plus loin) que les éléments lourds sont très sous-abondants par rapport aux abondances cosmiques normales.

On peut mesurer de façon précise l'abondance de l'hélium en comparant les raies HeI5876 et HeII4686 à H β , et en utilisant les équations (12), (13) et (14), après avoir déterminé par l'étude des raies interdites la température de la nébuleuse. En effet:

$$\frac{I(\text{HeI5876}) + I(\text{HeII4686})}{I(\text{H}\beta)} = \frac{N(\text{He}^+) + N(\text{He}^{++})}{N(\text{H}^+)} f(T) = \frac{N(\text{He})}{N(\text{H})} f(T) \quad (21)$$

à condition que l'hélium soit entièrement sous forme He⁺ et He⁺⁺. En général, on fait une correction pour tenir compte de la présence d'une petite fraction d'hélium neutre, et c'est la principale cause d'incertitude de ce calcul. On trouve que l'hélium primordial a une abondance (en masse) de 24.5% par rapport à l'hydrogène, tandis que l'abondance est voisine de 30% dans les nébuleuses galactiques. Elle atteint 60% dans les restes de supernovae jeunes comme la Nébuleuse du Crabe, qui n'ont pas encore été fortement mélangées à la matière interstellaire environnante.

Détermination de la température et de la luminosité des étoiles excitatrices.

Cette détermination est très importante pour placer ces étoiles sur le diagramme HR et comprendre leur évolution. Généralement les étoiles centrales des nébuleuses planétaires sont tellement chaudes qu'elles rayonnent essentiellement dans l'ultraviolet lointain. Leur température et leur luminosité ne peuvent donc être déterminées directement que de façon très imprécise. Une méthode simple a été élaborée dans les années quarante par Zanstra, mais elle est maintenant remplacée par des méthodes numériques de modélisation de la nébuleuse donnant la distribution spectrale du rayonnement ionisant.

La méthode de Zanstra consiste à calculer le nombre de photons dans le spectre de l'étoile d'énergie supérieure à 13.6 eV, capables d'ioniser l'hydrogène, et d'énergie supérieure à 20 et 54eV, capables d'ioniser l'hélium neutre et une fois ionisé. Chacun de ces nombres est égal (approximativement) au nombre de recombinaisons de H⁺, He⁺ et He⁺⁺, mesuré par les intensités des raies H β , HeI5876 et HeII4686. On fait donc l'hypothèse que *tous les photons ionisants sont absorbés dans la nébuleuse*, ce qui n'est pas toujours le cas si celle-ci n'a pas une masse suffisante. Bien que très grossière, cette méthode est encore utilisée, en particulier pour déterminer le nombre d'étoiles chaudes dans les galaxies. C'est ainsi que dans les galaxies les plus lointaines observées actuellement, ou dans certaines galaxies dites « à bouffée de formation stellaire », on trouve que le nombre d'étoiles chaudes est très supérieur à celui de notre galaxie. Ce problème, qui est relié à celui de la formation des étoiles et de l'évolution des galaxies, est actuellement l'un des plus discutés de l'astronomie extragalactique.

Détermination des abondances des éléments lourds

Une utilisation importante des raies permises formées par excitation collisionnelle est la détermination de l'abondance de certains éléments (ceux qui ne produisent pas de raies interdites), une fois la température connue. En effet, nous avons déjà dit que le nombre d'ions dans l'état fondamental est très supérieur au nombre d'ions dans les états excités, donc on a $N_1 = N(\text{ion X})$. On peut écrire alors:

$$\frac{N(\text{Xi})}{N(\text{H})} = A 10^{d/T_4} (1.38710 \cdot 10^{-25} T_4^{-0.983} 10^{-0.0424/T_4}) (T_4)^{1/2} \left(\frac{F(\lambda)}{F(\text{H}\beta)} \right)_{\text{obs}} \quad (22)$$

Par exemple, on peut déterminer l'abondance des 3 principaux ions du carbone à l'aide de 3 raies ultraviolettes intenses, une fois que l'on connaît la température (mais nous allons voir plus loin qu'on peut la déterminer):

	λ	A	d
CII	2329	$2.57 \cdot 10^{-7}$	2.69
CIII]*	1906.9	$1.11 \cdot 10^{-7}$	3.28
CIV	1548.5	$2.04 \cdot 10^{-8}$	4.03

*Il s'agit en fait d'une raie semi-interdite

II. 2: Les raies interdites

Le processus de formation de ces raies est le même que celui des raies permises formées par excitation collisionnelle. Comme pour les raies permises, les termes radiatifs induits sont négligeables, mais non nécessairement les termes de désexcitation par collision, car maintenant les termes de désexcitation radiative spontanée sont très petits.

Nous pouvons nous contenter d'une analyse avec 2 niveaux dans un premier temps. L'équilibre du niveau 2 s'écrit donc, comme pour les raies permises:

$$N_2 (N_e C_{21} + A_{21}) = N_1 N_e C_{12} \quad (23)$$

ce qui donne l'émissivité:

$$\epsilon_{12} = \frac{1}{4\pi} N_1 \frac{N_e C_{12}}{N_e C_{21} + A_{21}} E_{12} A_{21} \quad (24)$$

On constate que, au dessous d'une certaine densité N_{crit} , appelée densité critique de la transition, et égale à A_{21}/C_{21} , les désexcitations par collisions sont négligeables, et l'émissivité est donnée par l'équation (17).

La densité critique est typiquement de 10^{5-6} cm^{-3} pour les raies optiques les plus intenses du spectre des nébuleuses. On peut maintenant comprendre pourquoi les raies interdites deviennent aussi intenses que les raies permises à des densités faibles. En effet, si l'on compare l'émissivité d'une raie interdite à celle d'une raie permise également formée par excitation collisionnelle, on trouve:

$$\frac{\text{émissivité raie interdite}}{\text{émissivité raie permise}} = \frac{(C_{12}E_{12})_{interdite}}{(C_{12}E_{12})_{permise}} \sim 1 \quad (25)$$

Si la raie permise est formée par recombinaison, comme $H\beta$, on trouve:

$$\frac{\epsilon_{raie interdite}}{\epsilon(H\beta)} = \frac{N_1 C_{12} E_{12}}{N_{H^+} (1.38710^{-25} T_4^{-0.983} 10^{-0.0424/T_4})} \quad (26)$$

rapport qui est également de l'ordre de l'unité pour des ions ayant une abondance de l'ordre de $10^{-4}N(H)$.

=====
 Note: dans le cas des raies interdites la population du niveau 2 n'est pas nécessairement négligeable, et on a en posant $N_{ion}=N_1+N_2$:

$$N_I = N_{ion} \left(1 + \frac{N_e C_{12}}{N_e C_{21} + A_{21}} \right)$$

Les raies interdites sont utilisées aussi bien pour déterminer les conditions physiques du gaz émissif que les abondances des éléments. On distingue plusieurs sortes de raies interdites.

RAIES NEBULAIRES ET AURORALES DES IONS DE CONFIGURATION ELECTRONIQUE P², P³, P⁴:

C'est le cas entre autres des ions Ne⁺⁺, Ne⁺⁺⁺, Ne⁺⁴, O⁺, O⁺⁺, N⁺, S⁺. Les niveaux fondamentaux de ces ions sont constitués de 3 sous-niveaux 1, 2 et 3 (voir la figure 15). Un ion très important est l'oxygène deux fois ionisé, dont les raies interdites sont intenses dans l'infrarouge lointain et dans le visible (voir la figure 16) par suite de la grande abondance de l'oxygène - troisième élément le plus abondant après l'hydrogène et l'hélium. Ce sont elles qui assurent en général le refroidissement du gaz nébulaire.

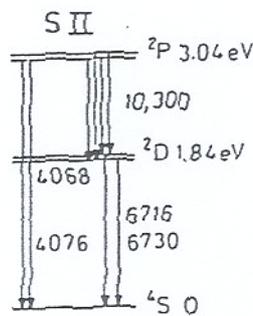
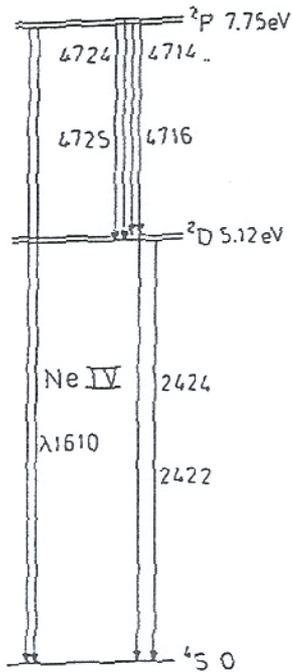
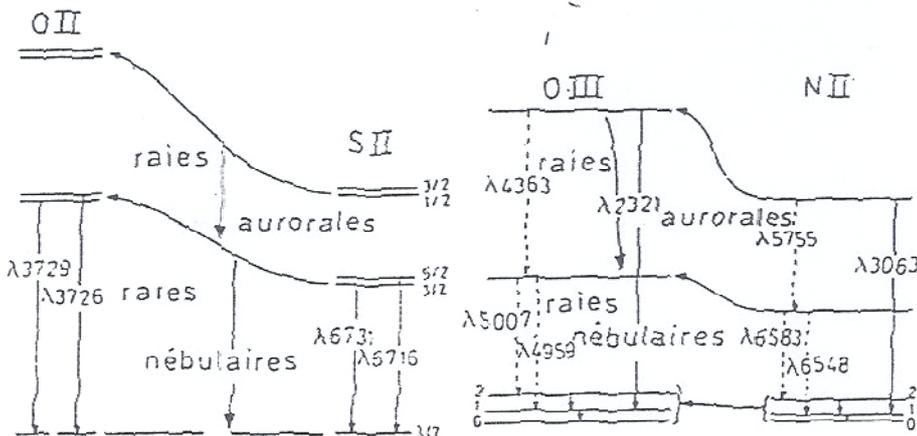


Figure 15 : Quelques exemples de configurations fondamentales donnant lieu à des raies interdites (désolée pour la qualité des images, mais elles permettent tout de même de se faire une idée...)



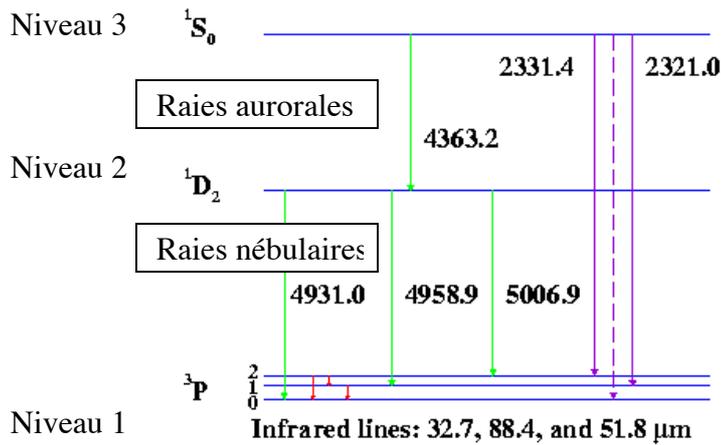


Figure 16 : Les sous-niveaux du fondamental de l'ion d'oxygène deux fois ionisé. Toutes les transitions indiquées ici sont interdites. Certaines (longueurs d'onde en Angström) sont dans le visible, les autres (en microns) sont dans l'infrarouge lointain. La raie la plus intense est celle à 5007Å.

La transition la plus intense est la transition 2-1, qu'on nomme transition nébulaire; la transition 3-2 est appelée transition aurorale (parce que ces raies sont observées dans les aurores boréales), et la transition 3-1 est dite trans-aurorale.

Le niveau 2 n'est pas influencé par le niveau 3, qui est beaucoup moins peuplé. L'équilibre des niveaux 2 et 3 est donc:

$$N_2 = N_1 N_e \frac{C_{12}}{A_{21} + N_e C_{21}}$$

$$N_3 = N_1 N_e \frac{C_{13}A_{21} + N_e C_{21}C_{13} + N_e C_{12}C_{23}}{(A_{31} + A_{32} + N_e C_{31} + N_e C_{32})(A_{21} + N_e C_{21})} \quad (27)$$

ce qui conduit aux rapport d'émissivités (et donc d'intensités dans un milieu optiquement mince):

$$\frac{\mathcal{E}_{31}}{\mathcal{E}_{21}} = \frac{E_{13}}{E_{12}} \frac{C_{31}}{C_{32}} \frac{C_{13}A_{21} + N_e C_{21}C_{13} + N_e C_{12}C_{23}}{C_{12}(A_{31} + A_{32} + N_e C_{31} + N_e C_{32})} \quad (28)$$

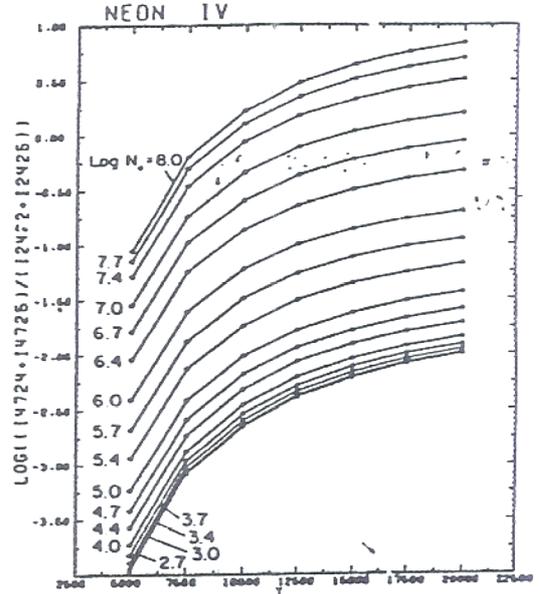
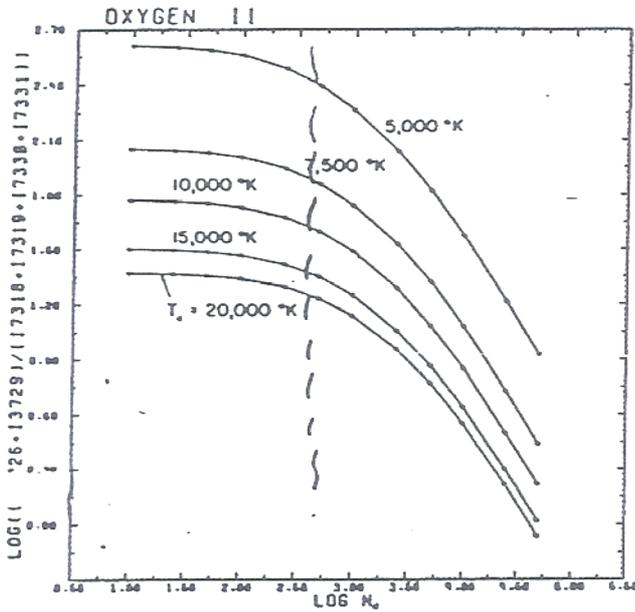
Une expression identique est trouvée pour le rapport $\mathcal{E}_{32}/\mathcal{E}_{21}$. Ces rapports sont des fonctions rapidement variables de la température (termes en C_{12} , C_{23} et C_{13}), qui sont indépendantes de la densité **au dessous** d'une valeur critique. On peut alors exprimer le rapport des raies sous la forme:

$$\frac{\mathcal{E}_{31}}{\mathcal{E}_{21}} = \frac{1}{C_T} \frac{1 + a_2 X}{1 + a_1 X} 10^{-d/T_4} \quad (29)$$

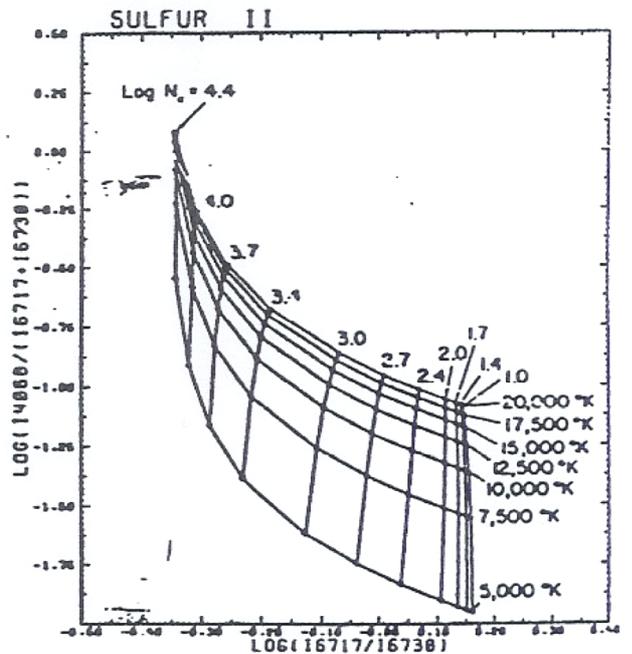
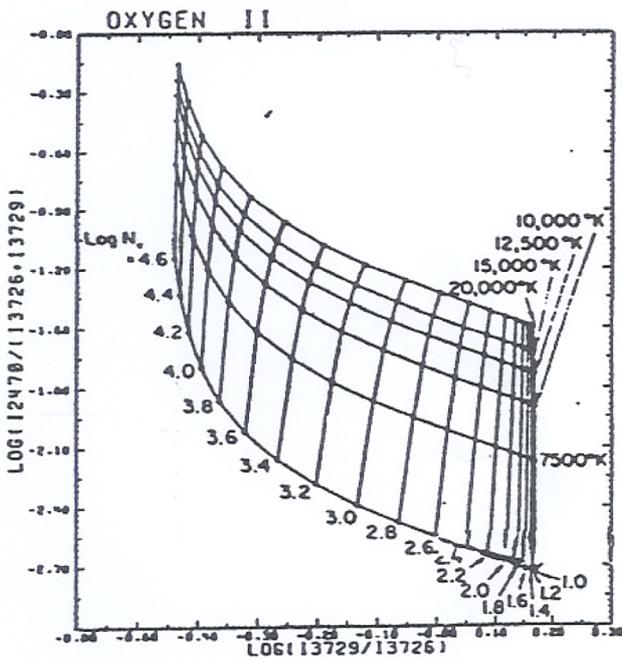
où C_T , a_1 , a_2 et d sont donnés pour quelques ions dans la table suivante, et $X = N_e T_4^{1/2}$. Comme la dépendance en température est forte, on peut déterminer celle-ci avec une bonne précision pour les différents ions si la raie aurorale est mesurable.

ion	λ 3-1	λ 2-1	C_T	a_1	a_2	d
N ⁺	5755Å	6548+6584Å	5.2	$5.3 \cdot 10^{-4}$	0.26	1.086
O ⁺⁺	4363Å	4959+5007Å	7.7	$4.0 \cdot 10^{-4}$	$4.4 \cdot 10^{-2}$	1.432
Ne ⁺⁺	3342Å	3969.3869Å	10.4	$7.0 \cdot 10^{-5}$	$2.6 \cdot 10^{-3}$	1.87

Ce comportement est illustré par les figures suivantes (encore de mauvaise qualité !), donnant le rapport entre la raie nébulaire et la raie trans-aurorale de OII, en fonction de la densité, pour différentes valeurs de la température, et le rapport entre la raie nébulaire et la raie aurorale de NeIV, en fonction de la température, pour différentes valeurs de la densité.



On voit qu'en combinant les rapports de raies correspondant à des ions différents, on obtiendra une bonne définition de la température et de la densité. Il est par exemple possible de porter un rapport en fonction d'un autre, comme le montrent les figures suivantes et on trouve directement la densité et la température en plaçant les rapports observés sur ces graphiques après les avoir corrigés du rougissement interstellaire.



DOUBLETES DES IONS DE CONFIGURATION ELECTRONIQUE P³

Une détermination précise de la densité peut également être obtenue grâce aux ions de configuration p³ (voir OII, SII et NeIV), dont les niveaux 2 et 3 se divisent à leur tour chacun en 2 sous-niveaux, que nous appellerons 2a et 2b, 3a et 3b. On peut distinguer deux régimes:

1. Au dessus de la densité critique relative aux 2 sous-niveaux 2a et 2b, le rapport des populations est donné par la loi de Boltzmann. Donc:

$$\frac{\mathcal{E}_{2b-1}}{\mathcal{E}_{2a-1}} = \frac{g_{2b}}{g_{2a}} \frac{A_{2b-1}}{A_{2a-1}} \exp\left(-\frac{E_{2a-2b}}{kT}\right) = \frac{g_{2b}}{g_{2a}} \frac{A_{2b-1}}{A_{2a-1}} = \text{constante} \quad (30)$$

2. au dessous de cette densité, on trouve les populations des niveaux 2a et 2b en faisant le bilan des transitions. Plaçons-nous à une densité suffisamment faible pour que l'on puisse négliger les désexcitations collisionnelles:

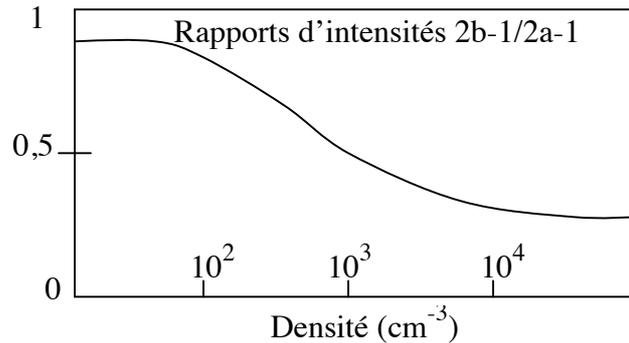
$$N_{2b} = \frac{N_1 N_e C_{1-2b}}{A_{2b-1}} \quad \text{et} \quad N_{2a} = \frac{N_1 N_e C_{1-2a}}{A_{2a-1}} \quad (31)$$

ce qui conduit à:

$$\frac{\mathcal{E}_{2b-1}}{\mathcal{E}_{2a-1}} = \frac{C_{1-2b}}{C_{1-2a}} = \text{constante} \quad (32)$$

=====
 Note: cette méthode est limitée à un faible domaine de densité. Notons également que le rapport est indépendant du rougissement, car les 2 raies sont très proches
 =====

Cette application est illustrée par la figure suivante, donnant le rapport des deux raies nébulaires de [OII] et [SII] en fonction de la densité: ces rapports permettent de déterminer la densité avec une excellente précision dans le domaine $10^3 < N < 10^5$.



Une utilisation importante des raies interdites, en particulier des raies nébulaires, est la détermination des abondances des ions. En effet, l'émissivité de la raie s'écrit:

$$\mathcal{E}_{21} = \frac{1}{4\pi} N_1 N_e \frac{A_{21} C_{12}}{A_{21} + N_e C_{21}} \quad E_{12} = N(X_i) N_e f(T, N) \quad (33)$$

La mesure du rapport d'intensité de ces raies à celle de H β par exemple permet de déterminer, comme avec les raies permises, l'abondance des ions, et partant, les abondances des éléments.

RAIES INFRAROUGES DES IONS DE CONFIGURATION P² ET P⁴

L'abondance des ions est encore mieux déterminée par les raies interdites infrarouges. En effet dans les ions de configuration p² et p⁴, le niveau 1 se subdivise en 3 sous-niveaux, dont la séparation correspond à des transitions dans le domaine infrarouge, comme les raies [NeII]12.8 μ , [OIII]51.8 et 88 μ , [OI]63 μ , et [CII]156 μ . Ces deux dernières transitions sont d'ailleurs émises également par les nuages interstellaires, et sont parmi les principales transitions que l'on peut observer en provenance des galaxies.

On peut refaire pour ces raies l'analyse à 3 niveaux effectuées pour les transitions aurorales et nébulaires. Ce qui est remarquable dans ce cas, c'est que les coefficients d'excitation collisionnelle, donc la fonction f(T,N), dépendent très peu de la température.

=====

Ces analyses d'abondances ont permis de mettre en évidence diverses propriétés des régions HII galactiques et extragalactiques. En particulier, on a découvert l'existence de *gradients* d'abondances dans les galaxies, les régions centrales étant plus riches en éléments lourds que les régions périphériques. De même on a mis en évidence de fortes sous-abondances des éléments « lourds » dans certaines régions HII extragalactiques (on nomme ainsi tous les éléments à partir du carbone). Ces régions correspondent à des galaxies très riches en gaz et en étoiles jeunes chaudes, qui en sont seulement au début de leur formation stellaire.

À l'heure actuelle, ces intensités ne sont plus utilisées telles quelles, mais sont incluses dans des codes de calculs simulant la nébuleuse, en tenant compte du transfert de rayonnement, de l'équilibre thermique, de l'ionisation par le rayonnement de l'étoile centrale, etc... En ajustant le maximum d'observables, en particulier les intensités des raies spectrales, on obtient les valeurs des paramètres (densité, abondances, température centrale, etc...) reproduisant au mieux le spectre de la nébuleuse.

On utilise également des diagrammes où l'on porte un rapport d'intensité en fonction d'un autre. C'est ce genre de diagramme qui permet en particulier de distinguer parmi un ensemble de galaxies à raies d'émission celles dans lesquelles prédomine la formation d'étoiles et les régions HII, de celles qui contiennent un trou noir massif en activité (« galaxies à noyau actif », appelées galaxies de Seyfert) ou encore de celles dont le trou noir central est peu actif (LINERs).

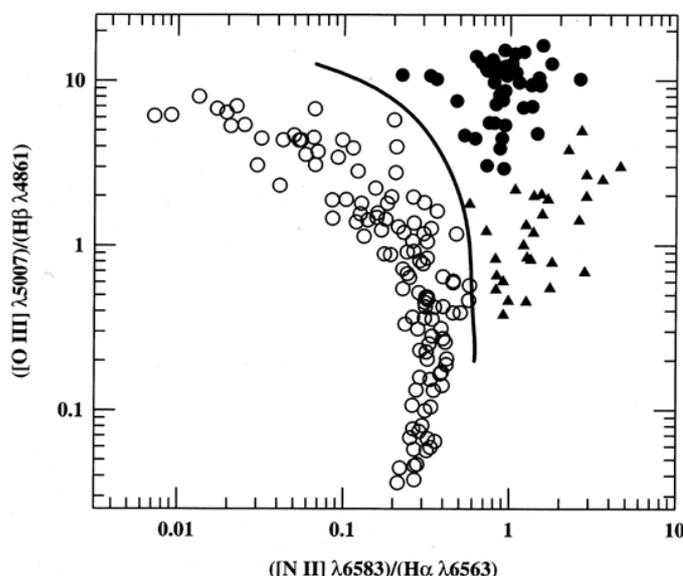
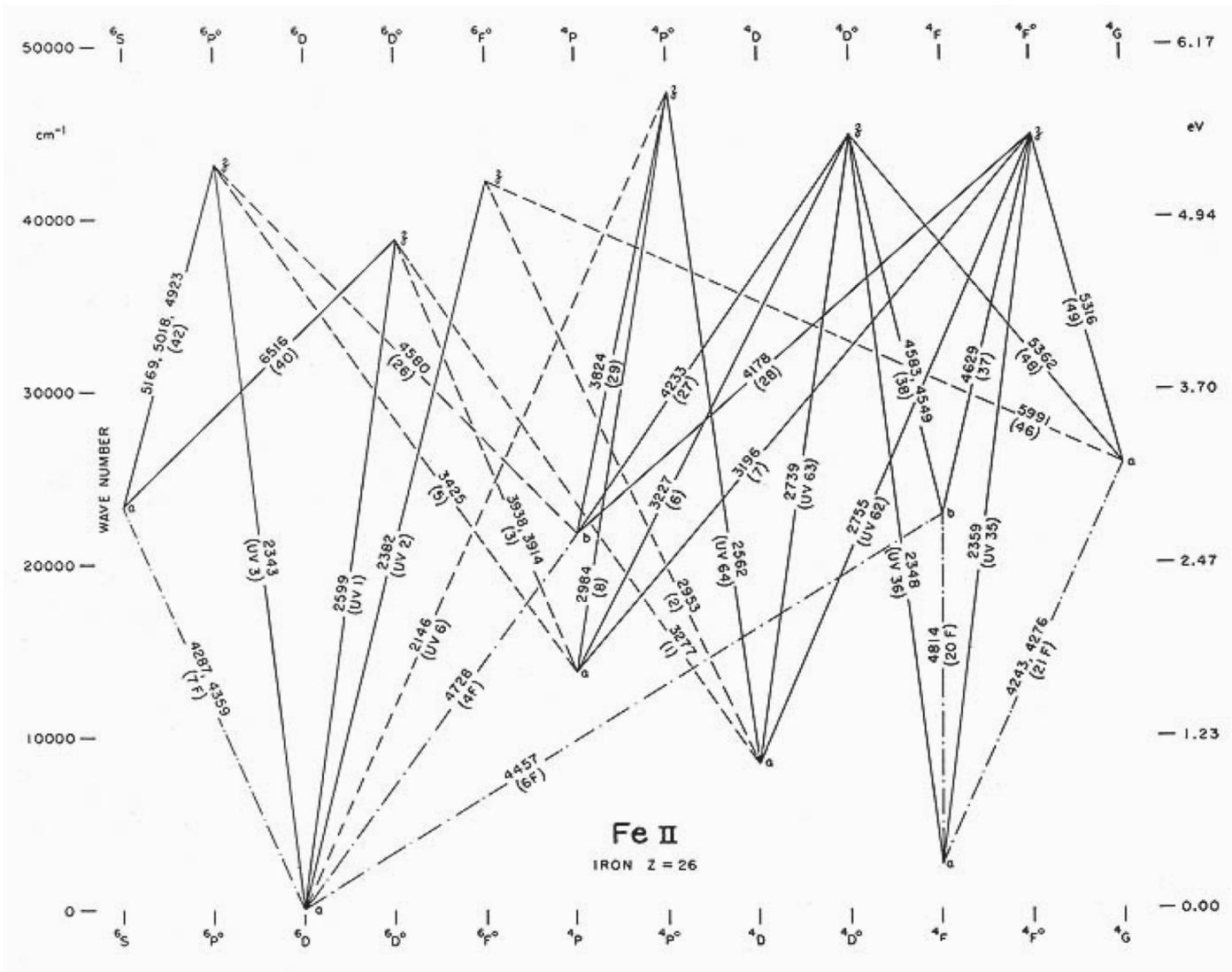


Figure montrant le diagramme dit BPT (du nom de ses inventeurs), permettant de distinguer les galaxies à formation d'étoiles (cercles ouverts), les galaxies à noyaux actifs (cercles fermés) et les LINERs (triangles). Ce diagramme est quasiment indépendant du rougissement car les raies de ces rapports ont presque les mêmes longueurs d'onde. La raison de la position dans le diagramme tient essentiellement à la différence de rayonnement ionisant.

Enfin, on ne peut terminer ce chapitre sur les raies permises et interdites dans les nébuleuses sans mentionner un ion particulièrement important, du fait de son abondance, mais surtout de la complexité de son spectre (due au fait qu'il possède une couche externe non saturée) : c'est le fer une fois ionisé, ou FeII, dont la figure suivante montre seulement les premiers niveaux (le seuil d'ionisation est situé 16 eV).



Les traits en tirets correspondent aux raies interdites et semi-interdites, et les traits pleins aux raies permises. Celles-ci se décomposent en nombreux multiplets, ce qui explique que le spectre du FeII soit le plus riche de tous les ions.

Le grand problème concernant cet ion est de déterminer toutes les probabilités de transitions et les sections de collisions, un travail énorme qui n'est pas encore achevé malgré des efforts intenses. On arrive maintenant à modéliser cet ion avec près de 900 niveaux, mais il faut traiter correctement l'interaction entre toutes les transitions et avec les autres ions, ce qui est loin d'être réalisé. C'est peut-être pour cette raison qu'on n'a pas encore réussi à rendre compte du spectre du FeII dans des objets où il est particulièrement intense, comme les galaxies à noyaux actifs et les quasars.

III. Les raies dans les enveloppes denses et épaisses (quasars, étoiles binaires X, étoiles symbiotiques...)

Ces objets sont intéressants pour plusieurs raisons. D'une part ils se situent du point de vue de leurs conditions physiques (densité, épaisseur optique) entre les atmosphères des étoiles et les nébuleuses. D'autre part, le milieu émissif est généralement photoionisé non par un rayonnement stellaire, mais par un rayonnement beaucoup plus riche en photons ultraviolets et X, ce qui lui confère des propriétés particulières.

Les zones les moins denses émettent des raies interdites, qui ne diffèrent pas fondamentalement des raies interdites produites par les nébuleuses. On y observe toutefois des ions dans des états d'ionisation très élevés, qui n'existent pas dans les nébuleuses, comme le Fe^{+9} ou le Fe^{+13} . Ces états d'ionisation sont dus à la photoionisation par le rayonnement X.

Les zones plus denses ($N = 10^9$ à 10^{12} cm^{-3}) émettent exclusivement des raies permises. Comme le milieu est à la fois dense et épais, ces raies sont proches de l'ETL, et leur transfert doit être traité à l'aide de la théorie des probabilités d'échappement développée dans le chapitre précédent.

En utilisant le taux net radiatif ρ_{mn} défini par l'équation (9) du chapitre précédent, on est conduit à remplacer dans l'équation d'équilibre des niveaux les termes radiatifs par $A_{mn}\rho_{mn}$. Comme ρ_{mn} peut être très petit, il n'est plus évident que les termes de collisions soient toujours négligeables. En effet les désexcitations radiatives sont réduites par le facteur ρ_{mn} , que l'on peut identifier à la probabilité d'échappement $P(e)$ (pour un atome à 2 niveaux et en l'absence d'absorption continue, rappelons-le). Si ρ_{mn} est très petit, ou τ_0 très grand, les désexcitations par collisions l'emportent et les raies sont « thermalisées ». Dans la pratique on est généralement dans une situation intermédiaire.

Considérons d'abord les raies de résonance des ions dominants, pour lesquels l'équilibre des niveaux est dominé par les excitations à partir du fondamental, et non par les cascades. L'équilibre du niveau 2 peut alors s'écrire, en se ramenant à un atome à deux niveaux:

$$N_2 (N_e C_{21} + \rho_{21} A_{21}) = N_1 N_e C_{12} \quad (34)$$

Par ailleurs nous avons vu dans le chapitre précédent que l'émissivité est également réduite par le facteur ρ_{21} , donc elle est égale à:

$$\epsilon_{12} = \frac{1}{4\pi} N_2 \rho_{21} A_{21} E_{12} = \frac{1}{4\pi} \frac{N_1 N_e C_{12}}{N_e C_{21} + \rho_{21} A_{21}} \rho_{21} A_{21} E_{12}, \quad (35)$$

tant que la densité est inférieure à $\rho_{21} A_{21} / C_{21}$, l'émissivité n'est pas modifiée par rapport au cas optiquement mince, et est donnée par l'équation (17)

Considérons maintenant le cas du spectre de HI. Dans les nébuleuses, nous avons vu que ce spectre est formé par recombinaison, ce qui correspond à des rapports d'intensités bien définis entre les différentes raies ($H\alpha/H\beta=3$, $L\alpha/H\beta=30\dots$). Il n'en est pas de même dans les objets que nous considérons maintenant. La raie $L\alpha$, qui est la plus épaisse, est la première à être thermalisée. Donc le rapport [$L\alpha$ /raies de Balmer] est réduit par rapport au cas des nébuleuses. Un très faible rapport est effectivement observé dans les quasars, et il a constitué pendant plusieurs années un problème difficile à résoudre concernant ces objets. De même, les rapports des raies de Balmer entre elles sont différents de ceux des nébuleuses.

Donc dans ces objets le calcul des intensités des raies passe par la solution d'un problème de transfert, que l'on traite généralement par les probabilités d'échappement. En dépit de cette simplification, les calculs sont compliqués, car il faut connaître les épaisseurs optiques dans chaque raie avant de pouvoir calculer les populations des niveaux.

IV. Les masers interstellaires

Les raies moléculaires ont été découvertes au début des années soixante dans la direction des nuages froids interstellaires et de certaines étoiles, en radio et dans l'infrarouge. La chimie du milieu interstellaire, avec la recherche de molécules de plus en plus complexes (on en connaît actuellement environ 130), s'est alors développée rapidement, et constitue maintenant un domaine très important de l'astrophysique. Les raies moléculaires permettent d'étudier le milieu interstellaire dans des conditions très variées, en particulier dans les nuages très denses où se forment les étoiles, qui sont quasiment inobservables par tout autre moyen.

Nous laisserons de côté cet aspect, qui nécessiterait des rappels importants de spectroscopie moléculaire, et qui ne diffère pas fondamentalement du point de vue du transfert et des conditions d'excitation des raies atomiques considérées dans les paragraphes précédents. Par contre, nous nous arrêterons plus longuement sur un phénomène particulier aux raies moléculaires, « l'effet maser ».

La découverte du premier maser moléculaire en 1965 fut inattendue. Elle concernait les quatre raies du radical OH à 18cm, observées en émission dans la direction d'une région HII. Par la suite on découvrit d'autres systèmes amplifiés: les raies de OH₂ et les raies de SiO, observées dans des étoiles froides, les Mira. Enfin on a découvert les « megamasers », dans des galaxies qui sont des sources infrarouges puissantes, et sont le siège de véritables « bouffées » de formation stellaire. Ces masers permettent en effet d'évacuer l'énergie libérée par la contraction gravitationnelle, et d'accélérer la formation stellaire.

Théorie simplifiée de l'effet maser

Les raies maser ont les caractéristiques suivantes:

- elles ont une largeur très faible (les raies sont beaucoup plus étroites que ne donnerait l'élargissement thermique), une très grande température de rayonnement T_R (parfois supérieure à $10^{14}K!$), une grande variabilité et un grand degré de polarisation.
- elles affectent souvent plusieurs régions de très petite dimension
- elles sont souvent associées à des sources de rayonnement infrarouge ou des régions HII compactes.

Ces caractéristiques sont facilement interprétées dans le cadre de la théorie maser, dont nous allons faire une description très simplifiée.

Considérons les deux niveaux 1 et 2 d'une molécule, pouvant être peuplés par des transitions (radiatives ou collisionnelles) en provenance de niveaux supérieurs, avec des taux respectifs R_1 et R_2 , et pouvant se dépeupler vers des niveaux inférieurs, avec des taux respectifs Γ_1 et Γ_2 . Nous ferons les hypothèses simplificatrices suivantes: $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$, $g_1 = g_2 = g$, ce qui entraîne $B_{12} = B_{21} = B$. Enfin, comme il s'agit de transitions dans le domaine radio, on a $E_{12}/kT \ll 1$, où E_{12} est l'énergie d'excitation du niveau 1 au niveau 2. Les populations des deux niveaux sont N_1 et N_2 ,

L'équation de transfert du rayonnement dans la transition 1-2 s'écrit comme toujours:

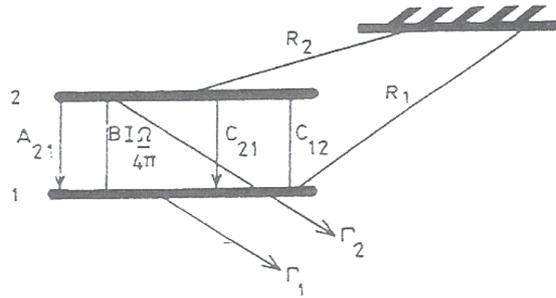
$$\frac{dI_\nu}{dl} = -K_\nu I_\nu + \epsilon_\nu \quad (36)$$

avec:

$$K_{\nu} = (N_1 - N_2) B \frac{h\nu}{4\pi} \phi(\nu) \quad (37)$$

et:

$$\mathcal{E}_{\nu} = N_2 A_{21} \frac{h\nu}{4\pi} \psi(\nu) \quad (38)$$



Si $N_2 > N_1$, le coefficient d'absorption est négatif et le rayonnement est amplifié et non absorbé.

L'équation de transfert peut encore s'écrire:

$$T_R = T_{exc} + (T_R(\text{source}) - T_{exc}) \exp(-K_{\nu}H) \quad (39)$$

où K_{ν} est le coefficient d'absorption en un point du profil de la raie. Si K_{ν} est négatif, la température d'excitation devient négative:



Faisons l'hypothèse (qui n'est pas forcément justifiée dans le cas de l'effet maser), de la stationnarité du gaz. Elle entraîne:

$$R_2(N - N_{12}) - (N_2 - N_1) B I_{\nu} \frac{\Omega}{4\pi} - N A_{21} - N_2 N_e C_{21} - N_2 \Gamma = 0 \quad (40)$$

$$R_1(N - N_{12}) - (N_1 - N_2) B I_{\nu} \frac{\Omega}{4\pi} - N_1 N_e C_{21} - N_1 \Gamma = 0 \quad (41)$$

où l'on a posé $N_{21} = N_1 + N_2$, N est la population totale de la molécule, $\Omega/4\pi$ étant l'angle solide du rayonnement au point considéré.

Si les conditions permettent de négliger les excitations collisionnelles, et si l'amplification est suffisante pour que l'on puisse également négliger les transitions spontanées, ces équations deviennent:

$$\boxed{N_2 - N_1 = \frac{\Delta R}{R} (N_1 + N_2) \frac{\Gamma}{\Gamma + 2BI_\nu\Omega/4\pi}} \quad (42)$$

où on a posé $R = R_1 + R_2$ et $\Delta R = R_2 - R_1$.

On voit donc que c'est le paramètre ΔR , appelé « **pompe** » du maser, qui détermine le signe du coefficient d'absorption. On voit aussi que le maser fonctionnera tant que le deuxième terme du dénominateur, $2BI_\nu\Omega/4\pi$, sera inférieur à Γ , et qu'il s'arrêtera de fonctionner lorsque ce terme deviendra de l'ordre du premier terme: on dit alors que le maser est « **saturé** ». Le rayonnement induit par le maser lui-même suffit à supprimer l'inversion de population. *Enfin, on voit que le maser se saturera d'autant moins rapidement que l'angle $\Omega/4\pi$ est plus petit.*

Largeur des raies

Si l'élargissement de la raie est purement Doppler, on a:

$$\phi(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_D} \exp\left(-\left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_D}\right)^2\right) \quad (43)$$

L'intensité s'écrit:

$$\begin{aligned} I_\nu &\propto \exp(K_0 H [\exp\left(-\left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_D}\right)^2\right)]) \\ &\propto \exp(K_0 H [1 - \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_D}\right)^2]) \\ &\propto \exp(K_0 H) \exp\left(-K_0 H \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_D}\right)^2\right) \end{aligned} \quad (44)$$

On trouve donc finalement:

$$\text{FWHM} = 2\sqrt{\ln 2} \frac{\Delta\nu_D}{\sqrt{\tau_0}} \quad (45)$$

qui est réduite par rapport à la largeur thermique par le facteur $\sqrt{\tau_0}$. On pourrait faire une démonstration identique pour le profil lorentzien, en le développant au voisinage du centre en $1 - (\Delta\nu/\Delta\nu_D)^2$.

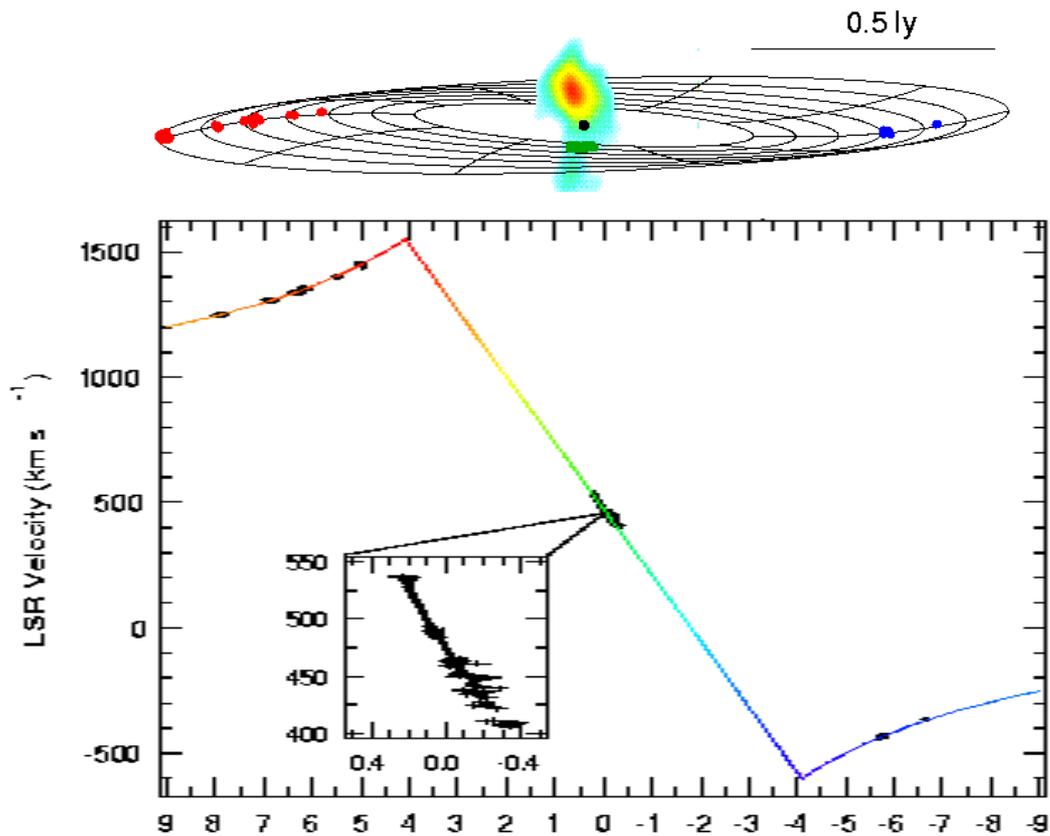
Les pompes

Les mécanismes de pompage sont radiatifs ou collisionnels. Dans le cas radiatif c'est le rayonnement infrarouge émis par des étoiles en formation, ou le rayonnement ultraviolet émis par des régions HII proches, qui produit l'inversion. Le rayonnement cosmologique à

3K, peut également jouer le rôle de pompe. Des pompes « chimiques » existent également (réactions chimiques entraînant la formation de molécules dans des états excités).

Les masers les plus célèbres sont ceux de H₂O associés au noyau actif de la galaxie à NGC 4258. Les masers sont créés par la source de rayonnement entourant le trou noir supermassif au centre du noyau, et ils sont observés aux extrémités de leurs orbites projetées sur la ligne de visée, là où la longueur d'amplification dans notre direction est la plus grande. Leur vitesse Doppler a permis de déterminer qu'ils sont en rotation Keplerienne autour d'une masse de $3,9 \cdot 10^6 M_{\odot}$ (voir la figure 17). Grâce à la dérive des vitesses au cours du temps, on a pu mesurer directement la distance de la galaxie.

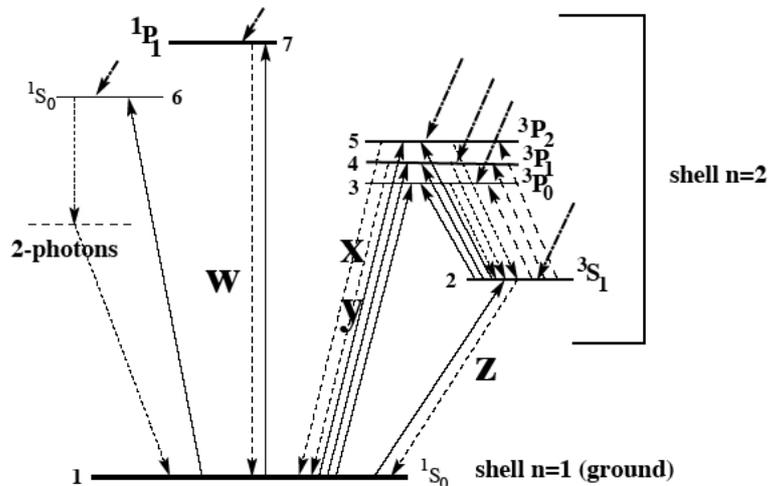
Figure 17 : Les masers dans le noyau de NGC 4258. En bleu, ceux qui se rapprochent, en rouge, ceux qui s'éloignent. Au centre, un jet radio, ainsi qu'une source maser (en noir).



V. Les raies X des milieux chauds

Jusqu'à maintenant nous avons parlé des raies visibles, infrarouges et radio se formant dans des milieux dont la température est comprise entre quelques dizaines et quelques dizaines de milliers de degrés K. Il existe des milieux de quelques centaines de milliers de degrés K ou plus. Ceux ci émettent ou absorbent dans le domaine X. La résolution des spectromètres X satellisés ayant maintenant atteint celle des spectromètres au sol, toute une branche de l'astronomie X s'est développée autour des raies spectrales observées en absorption ou en émission. Elles sont, comme les autres, formées dans des milieux en fort écarts à l'ETL, et la physique qui les sous-tend est identique à celle que nous avons présentée dans les paragraphes précédents.

Par exemple, on observe également des raies permises et des raies interdites en émission (voir la figure 18). Un exemple est celui des ions « héliumoïdes » (c'est à dire auxquels ont été arrachés tous les électrons sauf deux, donc qui font partie de la même séquence iso-électronique que l'hélium neutre), comme l'oxygène 7 fois ionisé ou le carbone 5 fois ionisé. La figure suivante montre les premiers niveaux d'un ion héliumoïde : la raie **w** est une raie de résonance, les raies **x** et **y** sont des raies d'intercombinaison, et les raies **z** sont des raies interdites. Mais tandis que l'on pouvait dans le cas des raies nébulaires découpler les transitions permises et interdites, on doit tenir compte ici de leur interaction, et le problème est bien plus compliqué. Il est cependant possible de trouver des diagnostics permettant de distinguer en particulier entre un processus d'ionisation collisionnelle (comme dans le cas de la couronne, voir plus loin) ou radiative, et d'en tirer des informations concernant la densité et la température. Les longueurs d'ondes des transitions dépendent de l'élément considéré : s'il s'agit de C, N ou O, les raies se trouvent entre 500eV et 1 keV, pour les éléments plus lourds, elles sont au de là de 1 keV.



Longueurs d'onde en Angström des raies des héliumoïdes

line	label	CV	NVI	O VII	Ne IX	Mg XI	Si XIII
<i>resonance</i>	<i>w (r)</i>	40.279	28.792	21.603	13.447	9.1681	6.6471
<i>inter-</i>	<i>x</i>	40.711	29.074	21.796	13.548	9.2267	6.6838
<i>combination</i>	<i>y</i>	40.714	29.076	21.799	13.551	9.2298	6.6869
<i>forbidden</i>	<i>z (f)</i>	41.464	29.531	22.095	13.697	9.3134	6.7394

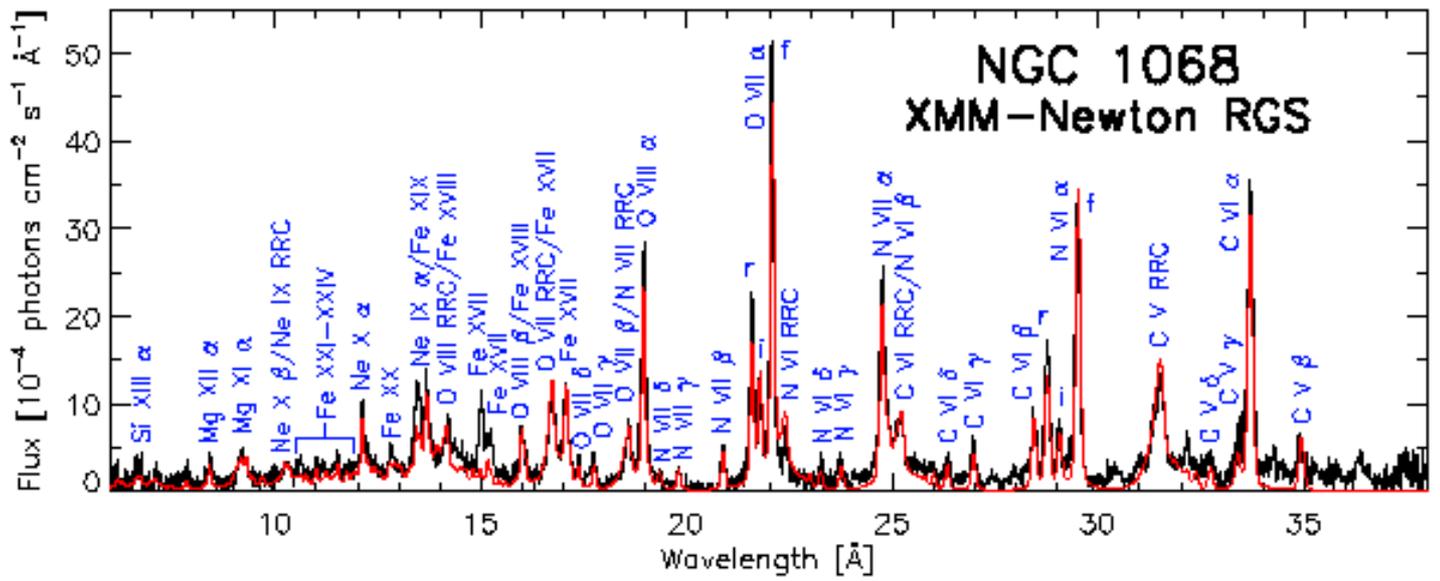


Figure 18 : Spectre X du noyau de la galaxie de Seyfert NGC 1068, montrant quelques unes des raies interdites des ions héliumoides. Les notations « RRC » sont les émissions correspondant à des seuils d’ionisation (voir prochain chapitre).

VII. LES PROCESSUS CONTINUS

I. Ionisation et recombinaison

Dans ce chapitre nous allons étudier les processus lié-libre et libre-lié, qui correspondent à une émission continue importante dans les milieux dilués, et sont également observables dans les spectres stellaires. Par ailleurs ce sont des processus fondamentaux pour l'équilibre d'ionisation des milieux en non ETL. Comme pour les processus lié-lié, on distingue les transitions radiatives et les transitions collisionnelles.

I.1: Transitions radiatives

Considérons un électron libre ayant une énergie cinétique E_{cin} . Par extension de l'énergie des niveaux liés d'un électron dans un champ coulombien (atome d'hydrogène ou hydrogénoïde) on écrit:

$$E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{hcR}{K^2} \quad (1)$$

où K^2 remplace le n^2 du niveau quantifié.

I. 1. 1: Photoionisations à partir d'un niveau n dans le cas de l'hydrogène et des hydrogénoïdes:

Un photon d'énergie $h\nu$ supérieure à E_n peut être absorbé par un atome dans l'état n qui s'ionise. Ce processus est appelé **photoionisation**. Un électron libre, d'énergie E_{cin} , est créé, et on a la relation:

$$h\nu = hcR\left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{K^2}\right) \quad (2)$$

Par analogie avec la force d'oscillateur d'une transition discrète pour un électron l peut écrire la force d'oscillateur de la transition lié-libre:

$$f_{nK} = \frac{2^6}{3\sqrt{3}\pi} \frac{1}{g_n} \frac{1}{\left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{K^2}\right)^3} \frac{1}{K^3} \frac{1}{n^3} g \quad (3)$$

où g est un facteur de l'ordre de l'unité appelé « facteur de Gaunt » (par exemple il est égal à 0.9 pour la photoionisation à partir du niveau 2).

On peut également étendre le concept de coefficient d'absorption d'une raie à celui de la transition lié-libre. En dérivant par rapport à ν l'équation:

$$\int K_{nm} dv = N_n f_{nm} \frac{\pi e^2}{mc} (4)$$

et en remplaçant m par K et en posant $\frac{df_{nm}}{dK} = f_{nK}$, elle devient:

$$K_{nK} = N_n f_{nK} \frac{\pi e^2}{mc} \frac{dK}{dv} \quad (4bis)$$

avec:

$$\frac{dv}{dK} = - \frac{2cR}{K^3} \quad (5)$$

En utilisant les équations 2, 3, 4 et 5, on trouve:

$$K_{nK} = N_n \frac{2^4}{3^{3/2}} \frac{e^2}{mc} c^2 R^2 \frac{1}{n^5} \frac{1}{\sqrt{3}} g \quad (6)$$

et on note ce coefficient $K_{\nu n}$. Cette formule (appelée « formule de Kramers ») est valable pour l'hydrogène. On l'applique aux hydrogénoïdes en la multipliant par Z^4 . On remarquera que **les émissions induites ne sont pas prises en compte** dans cette expression.

Numériquement, $K_{\nu n}$ s'écrit:

$$K_{\nu n} = 2.815 \cdot 10^{29} Z^4 \frac{1}{n^5} \frac{1}{\sqrt{3}} g N_n \quad (6bis)$$

Comme l'énergie du photon incident doit être supérieure à l'énergie du niveau n (ou énergie d'ionisation), le coefficient est nul pour $h\nu < E_n$: on appelle cette énergie le **»seuil d'absorption«**. On a également l'habitude de noter $a_{\nu n} = K_{\nu n}/N_n$, qu'on appelle «la section de photoionisation». La valeur de la section d'absorption au seuil, notée $a_{\nu_0 n}$, est égale à:

$$a_{\nu_0 n} = 7.906 \cdot 10^{-18} \frac{ng}{Z^2} \text{ cm}^2 \quad (7)$$

La formule de Kramers peut être étendue aux ions non hydrogénoïdes en définissant un Z effectif, $Z+s$ (s étant généralement de l'ordre de 1.5), mais il est préférable d'effectuer des calculs exacts de mécanique quantique. $K_{\nu n}$ est également mesuré expérimentalement. En particulier tous les coefficients d'absorption n'ont pas forcément la même variation avec l'énergie (en ν^{-3}).

I.1. 2: recombinaisons sur un niveau n dans le cas de l'hydrogène et des hydrogénoïdes:

Un électron libre d'énergie E_{cin} passant à proximité d'un ion peut être capturé sur un niveau n, un photon est émis. Ce processus est appelé **recombinaison radiative**. L'énergie du photon est donnée par l'équation (2). Noter qu'elle est supérieure à E_n .

L'émissivité correspondant à ce processus peut être calculée de la façon habituelle en se plaçant à l'Equilibre Thermodynamique, où la loi de Kirchoff est valable:

$$\mathcal{E}_{\nu n} = K_{\nu n} (1 - \exp(-\frac{h\nu}{kT})) B_{\nu}$$

$$= N_n^* \frac{2^4}{3^{3/2}} \frac{e^2}{mc} c^2 R^2 \frac{1}{n^5} \frac{1}{\sqrt{3}} g (1 - \exp(-\frac{h\nu}{kT})) B_\nu \quad (8)$$

où N_n^* est la population à l'ETL donnée par les lois de Boltzman et de Saha:

$$N_n^* = N_e N_{H^+} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T} \right)^{3/2} n^2 \exp\left(\frac{E_n}{kT}\right) \quad (9)$$

Le terme $(1 - \exp(-h\nu/kT))$ tient compte des émissions induites. T_{exc} est identifié ici à T , la température d'agitation thermique. Pour vérifier cette identité, on peut procéder par analogie avec les transitions lié-lié (voir l'exercice plus loin).

En se plaçant à l'ETL, donc en remplaçant B_ν par sa valeur, N_n par N_n^* et en utilisant l'équation (2), on obtient:

$$\mathcal{E}_{\nu n} = N_e N_{H^+} \frac{C}{T^{3/2}} \frac{g}{n^3} \frac{h}{4\pi} \exp\left(-\frac{E_n - h\nu}{kT}\right) \quad (10)$$

où C est égal à:

$$C = \left(\frac{h^2}{2\pi m k} \right)^{3/2} \frac{8\pi e^2 R}{mc} \frac{2^4}{3^{3/2}} \quad (11)$$

et numériquement (en CGS) à $3.26 \cdot 10^{-6}$. g est toujours le facteur de Gaunt, de l'ordre de 0.9, défini dans l'équation (3). On constate que l'émission, contrairement à l'absorption, est pratiquement constante, sauf pour les énergies supérieures à kT où elle diminue exponentiellement.

L'extension aux ions hydrogénoïdes s'obtient en multipliant $\mathcal{E}_{\nu n}$ par Z^4 . Pour les autres ions on détermine en général le coefficient d'absorption et on en déduit l'émissivité en se plaçant à l'Equilibre Thermodynamique comme nous l'avons fait.

EXERCICE:

En introduisant ce que l'on nomme le « facteur d'écart à l'ETL » du niveau n , $b_n = N_n/N_n^*$, montrer qu'on peut écrire le taux de transitions radiatives induites entre deux niveaux m et n sous la forme:

$$N_n^* B_{nm} b_m \exp\left(-\frac{E_{nm}}{kT}\right)$$

ce qui donne par analogie l'expression (8) pour les transitions lié-libre, en posant $b_k = 1$ (puisque par définition le continu est à l'ETL, à condition que la distribution d'énergie des électrons qui se recombinent soit maxwellienne).

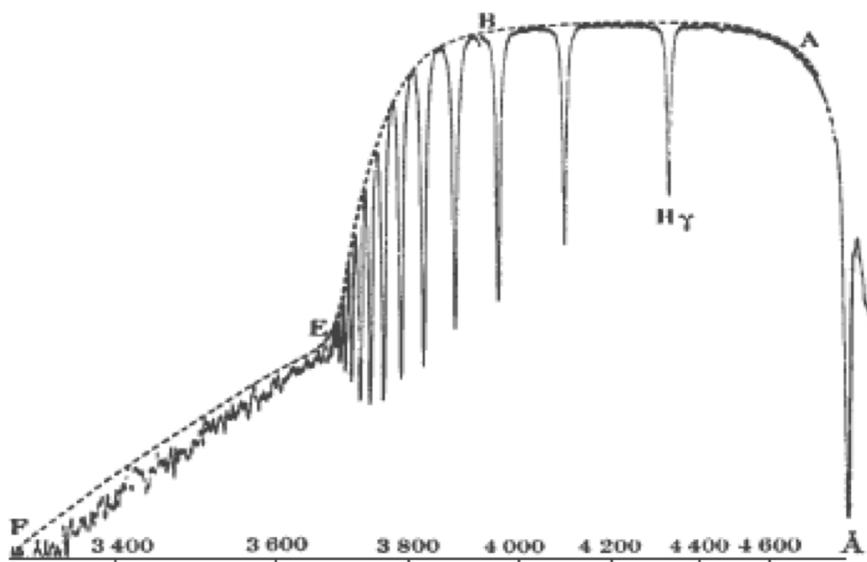
SPECTRE CONTINU EN EMISSION DES NEBULEUSES IONISEES

Les nébuleuses ionisées émettent dans les domaines visible et ultraviolet un faible spectre continu dû principalement aux recombinaisons sur les niveaux excités (2 et 3) de l'hydrogène. Comme ces processus ont des seuils, on observe des discontinuités provenant de l'addition d'une émission supplémentaire au dessus des fréquences de seuil. Ainsi la discontinuité de Balmer à 3646Å est relativement intense. Dans le domaine infrarouge, les

recombinaisons sur les niveaux plus élevés de l'hydrogène contribuent également au continu, mais le spectre est généralement dominé par les poussières et le rayonnement free-free que nous étudierons plus loin. Dans le domaine ultraviolet lointain vers 1500Å, une contribution importante au continu est le processus «à 2 photons», qui correspond à la transition interdite 2s-1s de HI, et se traduit par l'émission de 2 photons non quantifiés dont la somme des énergies est égale à celle de la transition $L\alpha$. Enfin au dessous de 912Å, seuil d'ionisation du niveau fondamental de l'hydrogène, le continu est très faible, à cause de la chute exponentielle de l'émissivité pour une température voisine de 10^4 K.

DISCONTINUITES EN ABSORPTION DES SPECTRES STELLAIRES.

On observe dans les spectres stellaires une discontinuité à 3646Å, correspondant au seuil de Balmer de l'hydrogène. Contrairement au cas des nébuleuses, cette discontinuité est «en absorption», car elle correspond à l'addition d'un processus supplémentaire d'absorption pour les énergies supérieures à l'énergie du deuxième niveau, ou pour les longueurs d'onde inférieures à 3646Å. Cette discontinuité est particulièrement intense dans les étoiles de type O,B, A et F, qui présentent également les raies de Balmer les plus intenses comme le montre la figure suivante:



Elle dépend en effet de la température à la surface de l'étoile, dont dépend (par l'intermédiaire des lois de Saha-Boltzmann) la population du niveau 2 de l'hydrogène, N_2 . Par ailleurs la discontinuité de Balmer se situe à la limite de l'ensemble des raies spectrales qui constituent la série de Balmer. Comme les dernières raies de la série sont très proches, elles se recouvrent complètement à partir d'une certaine longueur d'onde par suite de leur élargissement. Cet élargissement dépend de la densité (cf. chapitre sur les courbes de croissance), donc la longueur d'onde *apparente* de la discontinuité varie avec la densité. La mesure de cette longueur d'onde et de la valeur de la discontinuité permet de déterminer à la fois le type spectral et la classe de luminosité d'une étoile. Ce procédé, basé sur des spectres à faible dispersion, a été mis au point à l'Institut d'Astrophysique de Paris par Barbier, Chalonge et Divan et a été utilisé pendant plusieurs décennies pour la classification des spectres stellaires.

I. 1. 3: Taux de photoionisation et de recombinaison dans le cas de l'hydrogène et des hydrogénoïdes:

Le taux de photoionisation à partir d'un niveau n s'écrit:

$$\begin{aligned}
 N_n(\text{ion}) &= \int_{\nu_n}^{\infty} K_{\nu n} (1 - \exp(-\frac{h\nu}{kT})) \frac{4\pi}{h\nu} J_{\nu} d\nu \quad \text{cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \\
 &= 2.815 \cdot 10^{29} \frac{4\pi}{h} \frac{g}{n^5} N_n \int_{\nu_n}^{\infty} (1 - \exp(-\frac{h\nu}{kT})) \frac{J_{\nu}}{\nu^4} d\nu \quad (12)
 \end{aligned}$$

en tenant compte des ionisations induites, et le taux de recombinaison sur le niveau n:

$$\begin{aligned}
 N_n(\text{recomb}) &= \int_{\nu_n}^{\infty} \frac{4\pi \mathcal{E}_{\nu}}{h\nu} d\nu \quad \text{cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \\
 &= N_e N_{H^+} \frac{C}{T^{3/2}} \frac{g}{n^3} \exp(\frac{E_n}{kT}) E_1(\frac{E_n}{kT}) \quad (13)
 \end{aligned}$$

où E_1 est l'intégré-exponentielle d'ordre 1, définie dans le chapitre II.

On a l'habitude d'écrire le taux de recombinaison sous la forme:

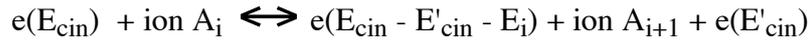
$$N_n(\text{recomb}) = N_e N_{H^+} \alpha_n(T) \quad (13\text{bis})$$

et on appelle $\alpha_n(T)$ le **coefficient de recombinaison** sur le niveau n. Le coefficient de recombinaison total, $\alpha_H = \sum_n \alpha_n$, dépend faiblement de la température. On peut l'exprimer sous la forme $\alpha_H = 2.07 \cdot 10^{-11} T^{-1/2} \phi$, où ϕ est une fonction variant de 1 à 3 pour T variant de 10^5 à 10^3 K. Ces expressions s'étendent naturellement aux ions hydrogénoïdes en introduisant Z^2 . Pour les autres ions, on calcule les taux d'ionisation et de recombinaison à partir des équations (12) et (13) ou on utilise des tables qui donnent directement le coefficient de recombinaison en fonction de la température (en effet ce coefficient dépend de la température du gaz, puisqu'il s'agit d'un processus où intervient l'énergie d'agitation thermique des électrons).

Note importante: ces équations ne sont valables que si la distribution des vitesses est maxwellienne

I. 2: Transitions collisionnelles:

Un atome peut être ionisé également par un électron passant à proximité. L'électron perd alors une énergie égale à l'énergie d'ionisation augmentée de l'énergie cinétique de l'électron éjecté. On appelle ce processus « **l'ionisation collisionnelle** » (elle peut être provoquée par d'autres particules que les électrons, dans les gaz froids en particulier). Le processus inverse est la « **recombinaison collisionnelle** », ou « **recombinaison triple** », appelée ainsi parce qu'elle fait intervenir trois particules incidentes (2 électrons et un ion). L'équilibre de cette réaction s'écrit ainsi:



L'ion i peut naturellement être déjà excité sur un niveau n .

Le nombre d'ionisations par seconde et par cm^3 est égal à $N_e N_n C_{nK}$, où N_n est le nombre d'ions i dans l'état excité n . Cette expression définit le **coefficient d'ionisation collisionnelle** à partir d'un niveau n , C_{nK} . On définit également le coefficient inverse, C_{Kn} , qui est tel que le nombre de recombinaisons par seconde et par cm^3 est $N_e^2 N_i C_{Kn}$ (attention, C_{nK} et C_{Kn} n'ont pas la même dimension!). Comme pour les excitations collisionnelles, le taux d'ionisation est égal à $\langle \sigma_{nK} V \rangle$, où la moyenne est prise sur la fonction de distribution des vitesses à partir du seuil d'ionisation, et $\sigma_{nK}(V)$ est la section de choc déterminée soit expérimentalement en fonction de la vitesse, soit théoriquement par des calculs de mécanique quantique. Une expression générale pour le coefficient d'ionisation, valable lorsque $kT < E_i$, est (pour une distribution maxwellienne des énergies):

$$C_{1K} = 10^{-8} n T^{1/2} E_{ieV}^{-2} \exp(-\frac{E_i}{kT}) \quad (14)$$

où n est le nombre d'électrons optiques. On voit que ce coefficient décroît très rapidement avec la température.

On a comme d'habitude la relation:

$$C_{K1} = C_{1K} \left[\frac{N_i}{N_e N_{i+1}} \right]_{\text{Saha}} \quad (15)$$

I. 2: Equilibre d'ionisation dans les milieux hors ETL:

Dans les milieux qui ne sont pas à l'ETL, c'est à dire principalement les milieux dilués, la loi de Saha ne s'applique pas, et l'équilibre d'ionisation doit être calculé par le bilan:

$$\begin{aligned} & \text{taux de photoionisations radiatives + collisionnelles} \\ & = \text{taux de recombinaisons triples + radiatives} \end{aligned}$$

=====
 Note: En fait il faut également tenir compte d'un troisième type de transitions, les «recombinaisons diélectroniques» et leurs processus inverses, « les autoionisations», qui mettent en jeu des états quantifiés des atomes situés au dessus de la limite du continu. Ces états sont instables et se désexcitent immédiatement: ce sont ceux dans lesquels plusieurs électrons sont excités. Dans l'autoionisation, un photon excite un électron d'un atome dont un premier électron est déjà sur un niveau excité. L'électron peut ensuite soit descendre sur un niveau plus bas, stable, ou effectuer une transition non radiative vers le niveau continu de même énergie, laissant l'atome ionisé. Dans la recombinaison diélectronique, un électron libre de grande énergie excite un ion et est en même temps capturé sur un état d'autoionisation, puis se désexcite. La recombinaison diélectronique est importante à température élevée. On ajoute généralement le taux de recombinaison diélectronique au taux de recombinaison radiative, car les deux sont proportionnels à $N_e N_{i+1}$, mais leur dépendance en T est différente.
 =====

Dans un milieu optiquement mince pour les transitions lié-libre, l'équilibre d'ionisation est différent de Saha si les recombinaisons triples sont négligeables par rapport aux recombinaisons radiatives (sinon la microréversibilité des ionisations - recombinaisons collisionnelles suffit à assurer l'ETL). Ceci se produit lorsque la densité électronique est inférieure à 10^{15} - 10^{16} cm^{-3} . Donc des milieux comme les nébuleuses, la couronne solaire, ont un équilibre d'ionisation différent de la loi de Saha.

Equilibre d'ionisation dans les nébuleuses

Bien que le champ de rayonnement soit extrêmement faible dans une nébuleuse par suite de la dilution géométrique, les ionisations collisionnelles sont négligeables car la température est relativement faible (on a $kT \ll E_i$ pour tous les ions, lorsque T est de l'ordre de $10^4 K$ - ne pas oublier que les niveaux excités, qui ont $E_n < E_i$, sont très peu peuplés, et que les ionisations sont donc effectuées à partir du niveau fondamental) et par ailleurs le spectre de l'étoile centrale est riche en photons ultraviolets capables d'ioniser les atomes. Comme les recombinaisons triples sont également négligeables, l'équilibre d'ionisation s'établit comme suit:

photoionisations \leftrightarrow recombinaisons radiatives

C'est pourquoi on peut dire que les raies de l'hydrogène ou de l'hélium sont formées par fluorescence, puisque les photons ultraviolets de l'étoile centrale qui servent à ioniser les atomes sont dégradés en photons visibles au cours des recombinaisons suivies de cascades radiatives.

Note: En fait, on ne doit pas tenir compte des recombinaisons sur le niveau fondamental, car elles sont pratiquement compensées par les ionisations à partir de ce niveau, à cause de la très grande épaisseur optique qu'ont généralement les nébuleuses dans le continu de Lyman.

Equilibre d'ionisation dans la couronne solaire

Dans ce cas la température du gaz est suffisamment élevée pour que les ionisations collisionnelles soient importantes, d'autant plus que le spectre incident (celui du Soleil), contient très peu de photons ultraviolets. L'équilibre d'ionisation s'établit donc comme suit:

ionisations collisionnelles \leftrightarrow recombinaisons radiatives

Un tel équilibre est très intéressant, *car il ne dépend pas de la densité*. On l'appelle «**équilibre coronal**» ou «**collisionnel**», et il s'applique à tous les gaz chauds dans lesquels le rayonnement est faible ou absent. En effet on a:

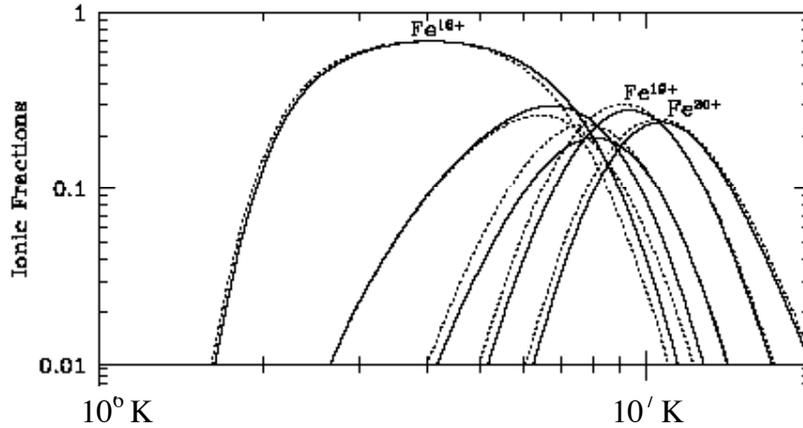
$$N_i N_e C_{iK}(T) \leftrightarrow N_e N_{i+1} \alpha_i(T), \text{ donc } \frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{C_{iK}(T)}{\alpha_i(T)} \quad (16)$$

qu'on peut écrire (approximativement):

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = 2 \cdot 10^4 \frac{P_i(T)}{n} \frac{E_H}{E_i} \frac{\exp(-E_i/kT)}{E_i/kT} \quad (16\text{bis})$$

où $P_i(T)$ est une fonction tabulée, de l'ordre de l'unité, et E_H est le potentiel d'ionisation de l'hydrogène. On peut donc calculer les rapports N_{i+1}/N_i successifs et finalement l'abondance

fractionnelle des ions, $N_i / \sum N_i$, uniquement en fonction de la température.



A titre d'exemple la figure ci-dessus donne l'abondance fractionnelle du fer dans un gaz collisionnel (d'après Mazzotta et al. 1998). Les courbes en pointillés correspondent à des valeurs précédentes (Arnaud et Rothenflug, 1985). On voit que pour une température de l'ordre de quelques 10^6 K, comme dans la couronne solaire, le fer sous forme Fe^{+16} . Comme les abondances des ions varient rapidement avec la température, on peut déterminer T avec une bonne précision si on connaît l'abondance fractionnelle d'un ion. On connaît celle-ci à partir des raies en émission de l'ion, soit les raies de résonance dans le domaine ultraviolet lointain, soit les raies interdites dans le domaine visible, dont l'intensité dépend elle-même de la température (cf. chapitre précédent). **Dans le cas d'ionisation radiative, la température est beaucoup plus faible pour les mêmes degrés d'ionisation.**

On observe au cours des éclipses ou par coronographie d'intenses raies coronales interdites dans le domaine visible, comme «la raie verte» à 5303Å du Fe^{+13} ou «la raie rouge» à 6375Å du Fe^{+9} , ainsi que de nombreuses autres raies d'ions fortement ionisés. On peut en déduire l'abondance des ions de Fe^{+9} et Fe^{+13} , donc la température.

Dans les amas de galaxies, le gaz est beaucoup plus chaud (10^8 K) et le fer est essentiellement sous forme Fe^{+25} . On observe alors une raie en émission qui correspond à la transition $L\alpha$ de l'ion hydrogénoïde, dans le domaine X, à 7 KeV. Cette raie a une largeur équivalente très grande (elle se superpose au continu free-free que nous étudions plus loin), et sa découverte a permis de mesurer l'abondance du fer dans le gaz. Il s'agit en fait de gaz éjecté par des supernovae au cours de l'évolution des galaxies, donc fortement enrichi en éléments lourds, et non pas d'un gaz primordial comme on l'a d'abord cru.

II. Rayonnement free-free (ou bremsstrahlung thermique)

Les gaz ionisés émettent un rayonnement continu qui est dû au freinage des électrons passant au voisinage des protons ou d'autres ions. Ce processus est à l'origine du rayonnement radio des nébuleuses et du rayonnement X des gaz très chauds. C'est l'équivalent des transitions lié-lié, ou des transitions libre-lié, mais entre deux niveaux libres. C'est pourquoi on le nomme «rayonnement libre-libre», expression que l'on remplace habituellement par le mot anglais «free-free». On l'appelle également «bremsstrahlung thermique», du mot allemand «bremsstrahlung» qui signifie «rayonnement de freinage», pour le différencier du rayonnement produit par des électrons énergétiques ayant une distribution non maxwellienne, que l'on appelle simplement «rayonnement de bremsstrahlung» (contrairement à ce que

pourrait faire croire ce nom, le processus free-free peut correspondre également à une absorption de rayonnement, donc à une accélération des électrons)

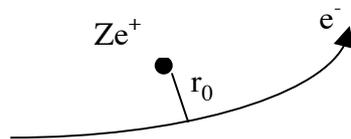
Nous en ferons d'abord une étude (très simplifiée) classique, puis nous montrerons comment on passe de la formule quantique de la force d'oscillateur à l'expression de l'émissivité free-free.

II. 1: Démonstration classique simplifiée

Lorsqu'un électron passe au voisinage d'un ion i de charge Ze^+ , il subit une force F et une accélération γ dirigées vers l'ion:

$$F = \frac{Ze^2}{r_0^2} ; \gamma = -\frac{Ze^2}{mr_0^2} \quad (17)$$

r_0 étant la distance de plus courte approche de l'électron.



On peut considérer pour simplifier que l'accélération a cette valeur pendant un temps égal à r_0/V , V étant la vitesse de l'électron, et qu'elle est nulle pendant le reste du temps. L'électron accéléré rayonne une énergie totale égale à:

$$W(r_0) = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \int_0^{\frac{r_0}{V}} \gamma(t)^2 dt = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{Ze^2}{mr_0^2} \right)^2 \frac{r_0}{V} \quad (18)$$

=====
 Rappel: pour retrouver cette formule, il faut calculer le champ électrique \mathbf{E} et le champ magnétique \mathbf{H} de l'onde par les potentiels retardés de Lienard-Wiechart, puis le vecteur de Poynting $\mathbf{E} \wedge \mathbf{H}$, enfin la puissance rayonnée dans l'angle $d\Omega$ et intégrer sur les angles $\mathbf{E} \wedge \mathbf{H} r^2 d\Omega$.
 =====

La fréquence caractéristique du rayonnement est $\nu_0 = V/(2\pi r_0)$. Le nombre d'électrons contribuant à l'émission à la fréquence ν est chaque seconde $dN = N_i N_e f(V) V 2\pi r_0 (dr_0/d\nu) dV$, où $f(V)$ est la fonction de distribution des électrons et N_i la densité des ions. Comme $dr_0/d\nu = V/(2\pi\nu^2)$, on déduit:

$$dN = N_i \frac{N_e f(V) V^3 dV}{2\pi\nu^3} \quad (19)$$

La puissance rayonnée à la fréquence ν est égale à $\int W(r_0) dN$. En supposant la fonction de distribution maxwellienne, on obtient donc pour l'émissivité en $\text{ergs cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$ st^{-1} :

$$\epsilon_\nu = \frac{1}{4\pi} \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{Ze^2}{m} \right)^2 N_i$$

$$\int_{V_{\min}}^{\infty} \left(\frac{2\pi v}{V}\right)^3 \frac{1}{V} N_e V^3 \frac{1}{2\pi v^3} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mV^2}{2kT}\right) 4\pi V^2 dV \quad (20)$$

dans laquelle V_{\min} est la vitesse minimum de l'électron, égale à $(2hv/m)^{1/2}$. On obtient finalement:

$$\epsilon_v = \frac{1}{4\pi} A Z^2 N_e N_i T^{-1/2} \exp\left(-\frac{hv}{kT}\right) g_{ff} \quad (21)$$

avec (en CGS)

$$A = \frac{2^{5/2} \pi^{3/2}}{3} \frac{e^6}{c^3 m^{3/2} k^{1/2}} = 5.44 \cdot 10^{-39} \quad (21\text{bis})$$

Le facteur g_{ff} , appelé « facteur de Gaunt », tient compte de l'écrantage dû aux autres ions. Son calcul exact est compliqué. Il varie avec la fréquence et dépend des conditions physiques (voir la figure 19).

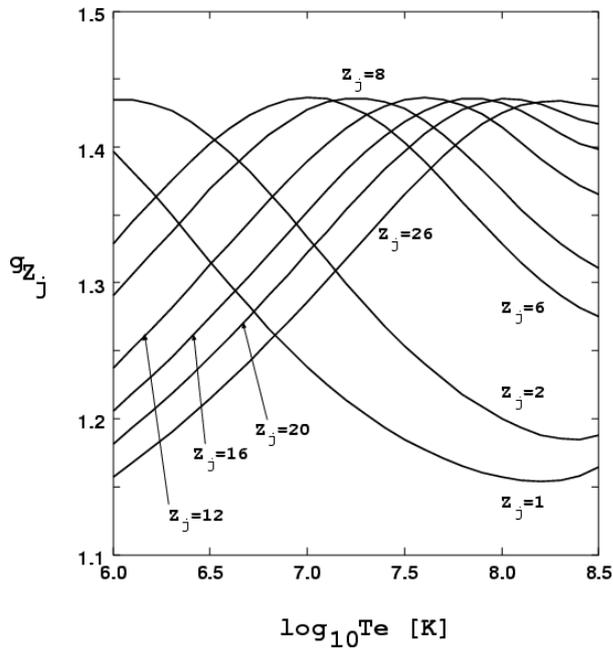


Figure 19 : Facteur de Gaunt intégré sur les fréquences, d'après Itoh et al. 2003, pour des ions de charges Z_j .

II .2: Démonstration quantique

On utilise le même procédé que pour les transitions lié-libre; en posant:

$$h\nu = \frac{mV'^2}{2} - \frac{mV^2}{2} = hcR \left(\frac{1}{K'^2} - \frac{1}{K^2} \right) \quad (22)$$

où V' et V sont les vitesses de l'électron avant et après la collision.

En utilisant encore une fois la force d'oscillateur:

$$f_{KK'} = \frac{2^6}{3\sqrt{3}\pi} \frac{1}{g_{K'}} \frac{1}{\left(\frac{1}{K'^2} - \frac{1}{K^2}\right)^3} \frac{1}{K^3} \frac{1}{K'^3} g_{ff} \quad (23)$$

dans laquelle le poids statistique du niveau lié est remplacé par celui du niveau libre, c'est à dire du nombre d'électrons dans l'espace des phases (principe de Pauli):

$$g_{K'} = \frac{4\pi p'^2}{h^3} g_e \frac{dp'}{dK'} \quad (24)$$

avec $g_e = 2$ et $p' = mV'$; on obtient le coefficient d'absorption pour un électron de vitesse V' :

$$\mathbf{K}_{KK'}(V') = Z^2 N_i f_{KK'} \frac{\pi e^2}{mc} \frac{dK}{dv} \frac{dK'}{dv'} \quad (25)$$

Ce qui donne:

$$\mathbf{K}_\nu(V') = B Z^2 N_i g_{ff} \frac{1}{V'} \frac{1}{V'^3} \quad (26)$$

avec (en CGS):

$$B = \frac{4\pi e^6}{3^{3/2}} \frac{1}{hcm^2} = 1.8 \cdot 10^{14} \quad (26bis)$$

Pour trouver le coefficient d'absorption à la fréquence ν , il faut intégrer cette expression sur la fonction de distribution des électrons. Si elle est maxwellienne, on obtient:

$$\mathbf{K}_\nu = N_e N_i B Z^2 \frac{1}{V^3} g_{ff} \int_0^\infty \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mV^2}{2kT}\right) 4\pi V dV \quad (27)$$

ce qui donne (en CGS):

$$\mathbf{K}_\nu = 3.69 \cdot 10^8 N_e N_i Z^2 g_{ff} \frac{1}{T^{1/2}} \frac{1}{V^3} \left(1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \right) \quad (27bis)$$

où le facteur $1 - \exp(-h\nu/kT)$ a été ajouté pour tenir compte des émissions induites. Nous pouvons vérifier, en utilisant la loi de Kirchoff $\epsilon_\nu = B_\nu \mathbf{K}_\nu$ valable à l'ETL, que cette expression conduit à la même émissivité que celle calculée par la méthode classique.

=====
 Note: on constate que dans le cas du rayonnement free-free, la loi de Kirchoff est toujours valable, parce que les deux processus inverses ne font intervenir que la distribution d'énergie des électrons, ici supposée maxwellienne.
 =====

Le coefficient prend une forme particulière dans le domaine radio, ou plutôt *dans le régime Rayleigh-Jeans*. En effet, *en tenant compte des émissions induites*:

$$K_{\nu} = 3.69 \cdot 10^8 N_e N_i Z^2 g_{ff} \frac{1}{\sqrt{T}} \frac{1}{\nu^3} \frac{h\nu}{kT} \quad (28)$$

ou

$$K_{\nu} = 0.0178 N_e N_i Z^2 g_{ff} \frac{1}{T^{3/2}} \frac{1}{\nu^2} \quad (28bis)$$

Dans ce domaine on peut approximer g_{ff} par:

$$g_{ff} = 10.6 + 1.9 \log T - 1.26 \log \nu - 1.26 \log Z$$

II. 3: Distribution spectrale du rayonnement free-free

Une fréquence, ν_c , dite fréquence critique, est très importante pour le rayonnement free-free: celle où le milieu émissif devient optiquement épais, c'est à dire $\tau(\nu_c) = 1$.

1. Au dessous de ν_c , le milieu est optiquement épais, et $I_{\nu} = S_{\nu}$ (= B_{ν} pour la raison notée plus haut). Comme cette fréquence est pratiquement toujours située dans la partie Rayleigh-Jeans, on a:

$$I_{\nu} = \frac{2kT}{\lambda^2} \quad (29)$$

2. au dessus de ν_c , le milieu est optiquement mince, et:

$$I_{\nu} = \epsilon_{\nu} H \propto \nu^{-0.1} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \quad (30)$$

où H est une épaisseur caractéristique du milieu.

SPECTRE CONTINU DES GAZ CHAUDS DILUES

Rayonnement radio des nébuleuses

Les nébuleuses présentent en général un spectre free-free courbe correspondant aux deux régimes, optiquement mince et optiquement épais (voir la figure 20). La position de la fréquence critique permet de déterminer la « densité de colonne » de la nébuleuse. Mais l'un des grands avantages du rayonnement radio est de n'être pas (ou d'être peu) affecté par l'absorption interstellaire. L'observation du ciel dans ce domaine a donc permis de découvrir des nébuleuses complètement invisibles en optique, parce que situées à l'intérieur de véritables « cocons » de poussières. Ces nébuleuses entourent des étoiles chaudes en

formation, elles aussi totalement invisibles, et leur spectre est constitué de la superposition du spectre free-free dans le domaine radio et d'un spectre de quasi corps noir, dû aux poussières, dans le domaine infrarouge.

La mesure du continu free-free permet de déterminer très simplement la température et la densité, (ou plutôt N_e^2), à condition de connaître la distance de la nébuleuse et son épaisseur caractéristique H . En effet, il suffit de mesurer l'intensité du rayonnement en deux points, l'un situé dans la partie optiquement mince du spectre, l'autre dans la partie optiquement épaisse. Les formules (29) et (30) fournissent alors respectivement T , puis N_e^2 .

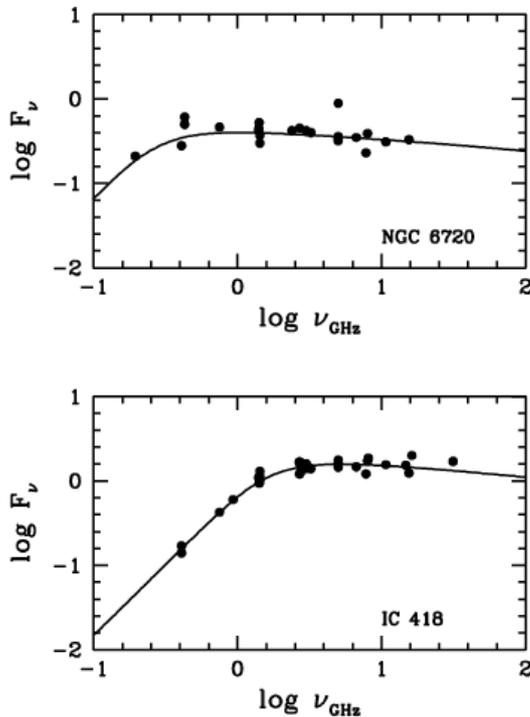


Figure 20 : Exemples de spectres free-free de nébuleuses planétaires. Le flux est en Jansky. On distingue bien les deux régimes, optiquement épais à gauche, optiquement mince à droite, séparés par la fréquence critique. Les courbes correspondent à la simulation numérique détaillée des nébuleuses. D'après Gruenwald et Aleman, 2007.

Rayonnement radio de la couronne solaire

Le rayonnement de la couronne est semblable à celui des nébuleuses, et il permet également de déterminer les conditions physiques du gaz, à condition de tenir compte de la stratification et de la présence du rayonnement incident chromosphérique.

Note: le rayonnement visible de la couronne n'est pas produit par le processus free-free, car il s'agit de rayonnement de la photosphère *diffusé* par les électrons de la couronne (voir plus loin pour ce processus).

Rayonnement X de la couronne et des amas de galaxies.

L'observation du spectre free-free dans le domaine X de la couronne et des amas de galaxies permet de déterminer la température d'une façon complètement différente de la détermination radio, et surtout indépendante de la distance. En effet on se trouve maintenant dans la partie exponentiellement décroissante du spectre (voir la figure 21). L'ajustement du spectre à la loi $\exp(-h\nu/kT)$ permet de déterminer T (de l'ordre de quelques millions à quelques dizaines de millions de degrés). Si on connaît la distance de l'objet, la valeur absolue de l'intensité mesurée donne alors la quantité N_e^2V , c'est à dire la masse de gaz si sa distribution est homogène.

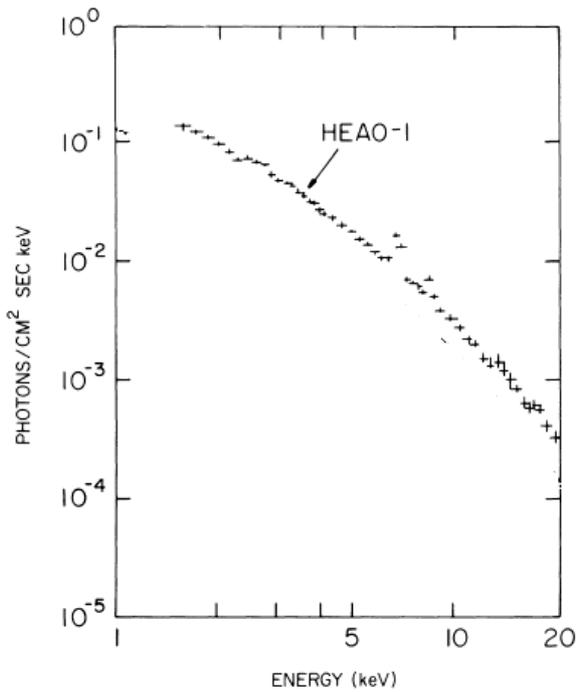


Figure 21 : Le spectre X de l'amas de galaxies de Persée, observé par l'un des premiers satellites X, HEAO-1, à la fin des années 1970. Noter les points en émission vers 7 KeV, qui correspondent aux raies du Fe^{+25} à 6,7 et 7,9 keV. C'est ce genre de spectre qui a permis de déterminer l'abondance du gaz intergalactique dans les amas de galaxies et de réaliser qu'il s'agissait de gaz chaud déjà recyclé dans les étoiles et expulsé en partie des galaxies.

Les choses se sont compliquées par la suite, lorsque les récepteurs sont devenus plus sensibles et plus directs. On s'est aperçu par exemple que le spectre X des amas de galaxies contenait une fraction de rayonnement non-thermique provenant des vents magnétisés expulsés par les galaxies (voir plus loin le rayonnement non-thermique) ainsi que du rayonnement free-bound (prochain paragraphe). Comme on peut mesurer le flux en fonction de la distance au centre de l'amas (voir la figure 22), on peut en déduire la distribution de la densité du gaz en supposant l'amas sphérique et isotherme, soit le rayon de cœur r_c de l'amas, et la pente $-(3/2)\beta$ de la variation de la densité (en log) avec le rayon. Faisant ensuite l'hypothèse que l'amas est en équilibre hydrostatique, on en déduit la masse *gravitationnelle* à l'intérieur d'un rayon r , qui *tient compte de la matière non baryonique*. Elle est donnée par l'équation :

$$M_{\text{tot}}(<r) = \frac{3kT_{\text{gas}}r^3\beta}{\mu m_p G} \left(\frac{1}{r^2 + r_c^2} \right),$$

où μ est la masse moléculaire moyenne (0.61 pour un gaz ionisé), et m_p la masse du proton. On a vérifié par des simulations détaillées que cette détermination est valable à quelques 30% près. C'est donc l'une des façons les plus puissantes de déterminer la densité totale de masse dans l'Univers.

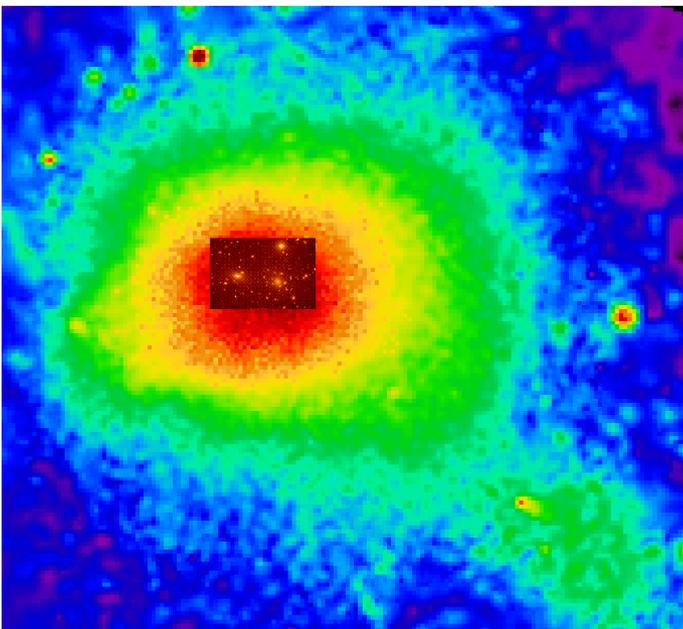


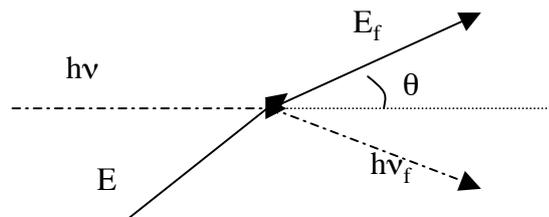
Figure 22 : Image en rayons X obtenue avec le satellite Chandra de l'amas de galaxies de Coma.

VIII. DIFFUSION COMPTON ET COMPTON INVERSE

Lorsqu'un photon rencontre un électron, il subit une diffusion. Celle-ci est élastique, c'est à dire qu'elle consiste en un simple changement de direction sans changement d'énergie, si le photon a une énergie $h\nu \ll m_0c^2$ et l'électron une vitesse $V \ll c$. C'est la **diffusion Thomson**.



Si $h\nu \sim m_0c^2$, ou $E \gg m_0c^2$, (E étant l'énergie totale de l'électron), la diffusion n'est plus élastique mais s'accompagne d'un changement d'énergie du photon et de l'électron. C'est la **diffusion Compton**. Si les photons ont une grande énergie, on a une diffusion Compton **directe**, au cours de laquelle l'électron subit un recul et son énergie augmente. Si l'électron a une grande énergie, il en cède une partie au photon, dont l'énergie se trouve multipliée par un facteur important: c'est la diffusion Compton **inverse**.



Même dans le cas où $h\nu \ll m_0c^2$ et $V \ll c$, la diffusion peut s'accompagner d'un changement d'énergie, si les photons subissent un grand nombre de diffusions successives, et on considère là encore qu'il s'agit de l'effet Compton. Dans le cas Compton, le spectre électromagnétique est donc redistribué. De tels processus affectent les milieux optiquement épais pour la diffusion Thomson, comme les atmosphères des étoiles binaires X et les régions centrales des quasars, ou les milieux contenant une grande densité d'électrons relativistes, comme les radio-sources compactes, ou enfin les milieux très chauds immergés dans une grande densité de rayonnement électromagnétique, comme le milieu intergalactique ou les régions centrales des quasars.

I: Les paramètres de la diffusion Compton

Nous ne ferons ici que rappeler des résultats d'électrodynamique quantique, faisant intervenir en particulier les transformations de Lorentz et les invariants associés (voir en appendice quelques rappels de relativité permettant de retrouver les résultats de ce chapitre et du suivant).

I. 1: Section de collision

Diffusion Thomson

La section totale pour la diffusion Thomson est:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2 \quad (1)$$

où r_0 est le rayon classique de l'électron $\frac{e^2}{m_0 c^2}$.

=====
 Note: la section totale se rapporte aussi bien au rayonnement polarisé que non polarisé. Par contre la section différentielle est différente si le rayonnement est polarisé ou non. Pour une onde polarisée linéairement elle est égale à

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 \cos^2\theta; \text{ et } \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2$$

respectivement dans la direction du plan de diffusion et dans la direction perpendiculaire. Même si le rayonnement incident n'est pas polarisé, la diffusion Thomson introduit une polarisation qui est de 100% dans la direction perpendiculaire à l'onde incidente ($\theta = \pi/2$) et nulle dans la direction de l'onde.

=====

Si les électrons sont relativistes avec un facteur de Lorentz $\gamma > 1$ ($\gamma = \sqrt{1 - v^2/c^2}$), l'énergie du photon doit être non relativiste dans le système de l'électron, c'est à dire: $\gamma h\nu \ll m_0 c^2$, pour que l'approximation Thomson soit valable. Dans la suite nous nous occuperons seulement de ce cas, et jamais de celui où les énergies des photons et des électrons sont toutes deux relativistes, qui sort du cadre de ce cours.

Diffusion Compton

Lorsque $h\nu$ est de l'ordre de $m_0 c^2$; et pour des électrons non relativistes; la section de diffusion diminue (elle est appelée dans ce cas section de **Klein-Nishina**) :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 \frac{h\nu_f^2}{h\nu^2} \left(\frac{h\nu}{h\nu_f} + \frac{h\nu_f}{h\nu} - \sin^2\theta \right) \quad (2)$$

où $h\nu_f$ est l'énergie du photon après la collision. On retrouve la section de Thomson pour $h\nu_f = h\nu$. En posant $x = h\nu/m_0 c^2$, l'intégration sur les angles donne la section totale:

$$\sigma = \sigma_T \frac{3}{4} \left(\frac{1+x}{x^3} \left\{ \frac{2x(1+x)}{1+2x} - \ln(1+2x) \right\} + \frac{1}{2x} \ln(1+2x) - \frac{1+3x}{(1+2x)^2} \right) \quad (3)$$

qui se réduit à:

$$\sigma = \sigma_T (1 - 2x) \quad \text{pour } x \ll 1 \quad (3\text{bis})$$

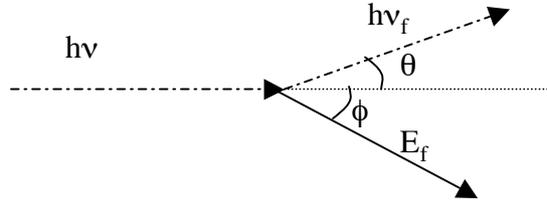
et à:

$$\sigma = \sigma_T \frac{3}{8} \frac{1}{x} \left(\ln 2x + \frac{1}{2} \right) \quad \text{pour } x \gg 1 \quad (3\text{ter})$$

I. 2: énergie après la diffusion

Dans le cas de la diffusion Thomson, $h\nu_f = h\nu$. Dans le cas de la diffusion Compton, on applique les lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement pour déterminer $h\nu_f$.

Diffusion Compton directe: $\frac{E}{m_0c^2} \ll 1$; $\frac{h\nu}{m_0c^2} \sim 1$ (E = énergie cinétique de l'électron) :



Nous allons supposer dans un premier temps que l'électron a une vitesse nulle avant la collision. La conservation de l'énergie s'écrit:

$$m_0c^2 + h\nu = \gamma_f m_0c^2 + h\nu_f \quad (4)$$

où γ_f le facteur de Lorentz de l'électron après la collision; et celle de la quantité de mouvement projetée respectivement sur la direction de l'onde incidente et sur la direction perpendiculaire s'écrit:

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu_f}{c} \cos\theta + m_0 \gamma_f v \cos\phi \quad (5)$$

$$0 = \frac{h\nu_f}{c} \sin\theta - m_0 \gamma_f v \sin\phi \quad (5bis)$$

La résolution de ces trois équations donne la relation:

$$\boxed{h\nu_f = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1 - \cos\theta)}} \quad (6)$$

ce qui, intégré sur les angles et pour une distribution isotrope des photons et des électrons, donne:

$$\boxed{\langle h\nu_f \rangle = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}}} \quad (6bis)$$

Cette expression montre que, pour $\frac{h\nu}{m_0c^2} \ll 1$, la perte relative d'énergie du photon est:

$$\frac{\Delta h\nu}{h\nu} = - \frac{h\nu}{m_0c^2} \cdot \quad (6ter)$$

=====
 Note: on retrouve la « longueur d'onde Compton », $\frac{h}{mc}$, qui est l'accroissement de longueur d'onde du photon à chaque diffusion
 =====

Si l'électron n'a pas une vitesse nulle avant la collision, l'équation (6ter) est exacte dans le référentiel de l'électron.

Si les électrons ont une distribution d'énergie thermique (c'est à dire maxwellienne), on peut montrer que:

$$\boxed{\frac{\Delta hv}{hv} = -\frac{hv}{m_0c^2} + \frac{4kT}{m_0c^2}} \quad (7)$$

Cette équation s'applique aussi bien à la diffusion Compton directe qu'inverse, puisque le signe de Δhv change suivant que hv est plus grand ou plus petit que $4kT$.

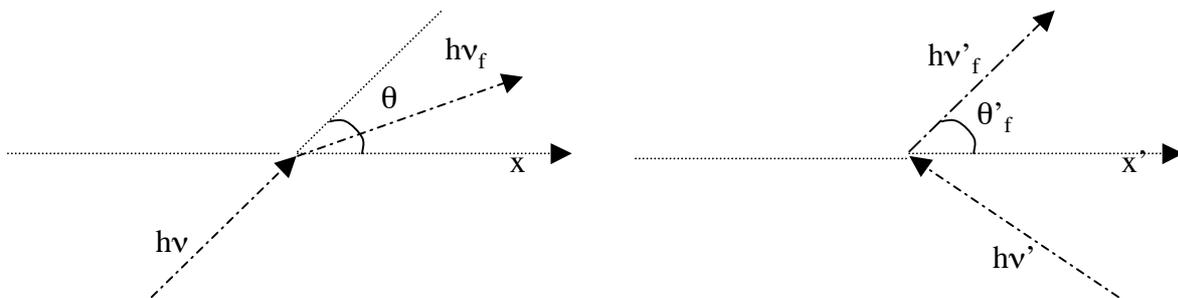
Diffusion Compton inverse: $\frac{E}{m_0c^2} \gg 1; \frac{hv}{m_0c^2} \ll 1$

Il faut se placer dans le repère de l'électron en mouvement, dans lequel la diffusion est élastique, et effectuer les transformations de Lorentz. On a:

$$hv' = hv \gamma \left(1 - \frac{v}{c} \cos\theta\right) \quad (8)$$

$$hv_f = hv'_f \gamma \left(1 + \frac{v}{c} \cos\theta'_f\right) \quad (8bis)$$

où les quantités primées correspondent au repère de l'électron en mouvement.



On trouve donc $\langle hv' \rangle \sim \gamma hv$ et $\langle hv_f \rangle \sim \gamma hv'_f$, ce qui donne finalement:

$$\boxed{\langle hv_f \rangle = \frac{4}{3} \gamma^2 hv} \quad (9)$$

le facteur $4/3$ résultant de l'intégration sur les angles.

Pour une distribution thermique d'électrons relativistes, on peut montrer que:

$$\langle \gamma^2 \rangle = 12 \left(\frac{kT}{m_0 c^2} \right)^2,$$

soit
$$\boxed{\frac{\langle hv_f \rangle}{hv} = \frac{\Delta hv}{hv} = \left(\frac{4kT}{m_0 c^2} \right)^2} \quad (10)$$

Dans le cas non relativiste le changement d'énergie du photon est très petit devant son énergie initiale, et il est très grand dans le cas relativiste.

II: Puissance Compton et spectre Compton

II.1: diffusion simple Compton inverse

Si les photons ont une distribution isotrope avec une densité de radiation U_{ph} , on trouve que la puissance totale rayonnée par un électron ayant un facteur de Lorentz γ , est égale à:

$$P_{Com} = \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 \frac{v^2}{c^2} U_{ph} \left(1 - \frac{63}{10} \frac{\gamma \langle hv^2 \rangle}{m_0 c^2 \langle hv \rangle} \right),$$

soit
$$\boxed{P_{Com} \sim \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 \frac{v^2}{c^2} U_{ph}} \quad (11)$$

(Pour la démonstration; se reporter par exemple au livre de Rybicki et Lightmann; p 199-201).

Cette puissance peut être comparée à la puissance rayonnée par le même électron par effet synchrotron (cf. chapitre suivant):

$$P_{syn} \sim \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 \frac{v^2}{c^2} U_{mag} \quad (11bis)$$

où U_{mag} est la densité d'énergie magnétique, égale à $\frac{B^2}{8\pi}$. Donc

$$\boxed{\frac{P_{Com}}{P_{syn}} = \frac{U_{ph}}{U_{mag}}} \quad (12)$$

Il est clair que les deux processus peuvent être en compétition, par exemple dans les radiosources compactes, où la densité d'énergie radiative est élevée.

La puissance totale Compton rayonnée par une distribution maxwellienne d'électrons non relativistes, pour lesquels on a $\langle v^2/c^2 \rangle = 3kT/m_0 c^2$, est égale à:

$$P_{Com} = \frac{4kT}{m_0 c^2} N_e \sigma_T c U_{ph} \quad (13)$$

Le spectre Compton peut être calculé en intégrant sur la distribution des électrons. S'il s'agit d'électrons relativistes dont la distribution est une loi de puissance $f(E) \propto E^p$, on trouve

que le spectre Compton est également une loi de puissance en $\nu^{-\alpha}$, avec un indice spectral α égal à $p-1/2$, identique à celui du rayonnement synchrotron (cf. Rybicki et Lightmann p.202 - 208).

Ce processus permet d'expliquer le spectre des radiosources compactes situées dans certains noyaux de galaxies, qui se prolonge jusque dans le domaine X et gamma avec le même indice spectral que dans le domaine radio. Le cas le plus spectaculaire est celui du noyau de la radiogalaxie Centaurus A. Le rayonnement radio est dû à l'effet synchrotron produit par des électrons relativistes dont la distribution est en loi de puissance, avec $p= 2.34$. Le rayonnement X est produit par ces mêmes électrons relativistes interagissant par effet Compton inverse avec leur propre rayonnement synchrotron.

II.2: diffusions multiples Compton directes et inverses

- paramètre de Compton Y

Dans toute la discussion suivante, nous nous placerons dans l'approximation Thomson, c'est à dire $\gamma h\nu \ll m_0c^2$.

On définit le paramètre Compton Y comme le nombre moyen de diffusions subies par un photon $h\nu$, multiplié par le changement relatif d'énergie moyen à chaque diffusion. Y mesure donc le changement relatif d'énergie du photon lors de sa traversée du milieu.

Le changement d'énergie à chaque diffusion est donné par les formules (6), (7) et (9). Le nombre de diffusions N a été estimé dans le chapitre 2:

- pour $\tau_{\text{dif}} \gg 1$, $N = L^2/r^2$; donc $N = \tau_{\text{dif}}^2$ (r étant le libre parcours moyen entre 2 diffusions)
- pour $\tau_{\text{dif}} \ll 1$, $N = \tau_{\text{dif}}$

Donc en définitive $N = \text{Max}(\tau_{\text{dif}}, \tau_{\text{dif}}^2)$.

Pour conserver la généralité de la discussion, nous supposons que le milieu est non seulement diffusif, mais également absorbant. N correspond alors au nombre de diffusions subies pendant le libre parcours moyen effectif, R_ν , et on a:

$$\tau_\nu = N_e \sigma_T R_\nu = \left(\frac{N_e \sigma_T}{1 + \frac{K_\nu}{N_e \sigma_T}} \right); \quad (14)$$

avec

$$N = \text{Max}(\tau_\nu, \tau_\nu^2) \quad (15)$$

Notons que le paramètre de Compton Y dépend de ν .

On obtient Y dans le cas d'une distribution thermique d'électrons non relativistes:

$$Y = \frac{4kT - h\nu}{m_0c^2} \text{Max}(\tau_\nu, \tau_\nu^2) \quad (16)$$

et dans le cas d'une distribution thermique d'électrons relativistes:

$$Y = \left(\frac{4kT}{m_0c^2} \right)^2 \text{Max}(\tau_v, \tau_v^2) \quad (16\text{bis})$$

Dans le premier cas, si $h\nu \ll kT$, on a: $\frac{\Delta h\nu}{h\nu} = \frac{4kT}{m_0c^2} \ll 1$; ce qui donne après N diffusions:

$$\frac{h\nu_{\text{final}}}{h\nu_{\text{initial}}} = e^Y \quad (17)$$

et dans le deuxième cas:

$$\frac{h\nu_{\text{final}}}{h\nu_{\text{initial}}} = \left(\frac{4kT}{m_0c^2} \right)^{2N} \quad (17\text{bis})$$

SPECTRE EMIS PAR UN GAZ CHAUD OPTIQUEMENT EPAIS POUR LA DIFFUSION THOMSON, DANS LE CAS STATIONNAIRE

Régime optiquement épais

Au dessous d'une certaine fréquence ν_0 , correspondant à $x_0 = h\nu_0/kT$, K_{vff} devient supérieur à $N_e\sigma_T$. En utilisant l'équation (27bis) du chapitre précédent, on trouve:

$$\frac{x_0^3}{1 - e^{-x_0}} = 66 T^{-7/2} N_e g_{\text{ff}}(x_0) \quad (18)$$

Le milieu est optiquement épais pour les fréquences plus petites que ν_1 , telles que $\tau_{\text{eff}}(\nu_1) = 1$, avec $x_1 = h\nu_1/kT$. On peut montrer que $\nu_1 > \nu_0$. En effet, on a:

$$\tau_{\nu_1\text{eff}} = \sqrt{\tau_{\nu_1\text{ff}} (\tau_{\nu_1\text{ff}} + \tau_T)} = 1 \quad (19)$$

Si $K_{\nu_1\text{ff}} \ll N_e\sigma_T$; on est dans le cas $x_1 > x_0$, et:

$$\tau_{\nu_1\text{eff}} = \sqrt{\tau_{\nu_1\text{ff}} \tau_T} = 1 \quad (19\text{bis})$$

Si au contraire $K_{\nu_1\text{ff}} \gg N_e\sigma_T$, on est dans le cas $x_1 < x_0$, et:

$$\tau_{\nu_1\text{eff}} = \tau_{\nu_1\text{ff}} = 1 \quad (19\text{ter})$$

et on arrive à une contradiction car $x_1 = x_0$. Ce cas correspond en fait à un milieu où les diffusions (Thomson ou Compton) ne jouent aucun rôle.

De l'équation (19bis) on déduit:

$$\frac{x_1^3}{1 - e^{-x_1}} = 66 T^{-7/2} N_e g_{ff}(x_1) \tau_T^2 \quad (20)$$

Régime optiquement mince

Pour les fréquences supérieures à ν_1 , le milieu est *translucent*. Du point de vue du spectre, il n'est pas différent d'un milieu optiquement mince.

Régime Compton

Il peut exister une fréquence ν_{comp} tel que $x_{\text{comp}} = h\nu_{\text{comp}}/kT$, au dessus de laquelle l'effet Compton devient important, c'est à dire $Y > 1$. Deux cas peuvent se produire:

- $x_{\text{comp}} \ll 1$.

En utilisant les équations (14) et (15), on trouve:

$$K_{\nu_{\text{compff}}} = \frac{4kT}{m_0c^2} N_e \sigma_T \quad (21)$$

ce qui donne:

$$x_{\text{comp}} = 3.1 \cdot 10^5 T^{-9/4} N_e^{1/2} g_{ff}^{1/2} \quad (22)$$

Il est clair que Y peut être supérieur à l'unité seulement si $\left(\frac{4kT}{m_0c^2}\right) \tau_T^2 > 1$.

Comme l'équation (19bis) peut s'écrire $\tau_T^2 = \frac{N_e \sigma_T}{K_{\nu_{1ff}}}$, et que $\frac{m_0c^2}{4kT} = \frac{N_e \sigma_T}{K_{\nu_{\text{compff}}}}$, on voit que la condition pour que l'effet Compton joue un rôle est que $\nu_{\text{comp}} < \nu_1$.

- $x_{\text{comp}} \gg 1$.

L'effet Compton affecte une partie du spectre où aucun photon n'est émis. Dans ce cas, le rayonnement free-free est soumis seulement à la diffusion Thomson.

SPECTRE EMIS

1. Considérons d'abord le cas $x_{\text{comp}} \gg x_1$, qui, comme on l'a vu, revient à un cas sans diffusion Compton.

Dans la région optiquement épaisse $x < x_1$, les photons subissent des diffusions et des absorptions, et l'intensité sortante est égale à (cf. chapitre 2):

$$I_\nu(0) = 2 B_\nu \sqrt{A_\nu} = 2 B_\nu \left(\frac{K_{\nu_{ff}}}{K_{\nu_{ff+}} N_e \sigma_\nu} \right)^{1/2} \quad (23)$$

(Noter le facteur 2, qui correspond à un calcul effectué avec l'approximation d'Eddington, plus précis que celui du chapitre 2. Ce résultat sera déduit dans un problème).

1. Pour $x < x_0$:

Comme $K_{v1ff} \gg N_e \sigma_T$ dans cette région, l'équation (23) donne $I_\nu = B_\nu$. Le rayonnement a un spectre de corps noir.

Si $x_0 \ll 1$, on est dans le régime *Rayleigh-Jeans*, et x_0 devient:

$$x_0 = 8.1 T^{-7/4} N_e^{1/2} g_{ff}(x_0) \tag{18bis}$$

tandis que

$$I_\nu \propto \nu^2$$

2. Pour $x_0 < x < x_1$:

$K_{v1ff} \ll N_e \sigma_T$ dans cette région et l'équation (23) donne alors:

$$I_\nu = 1.1 \cdot 10^{-15} T^{-5/4} N_e^{1/2} g_{ff}^{-1/2} x^{3/2} \frac{e^{-x/2}}{(e^x - 1)^{1/2}} \tag{24}$$

Le rayonnement a un spectre de « corps noir modifié ».

Si $x_1 \ll 1$, on est encore dans le régime *Rayleigh-Jeans*, et on trouve

$$I_\nu \propto \nu$$

3. Pour $x > x_1$:

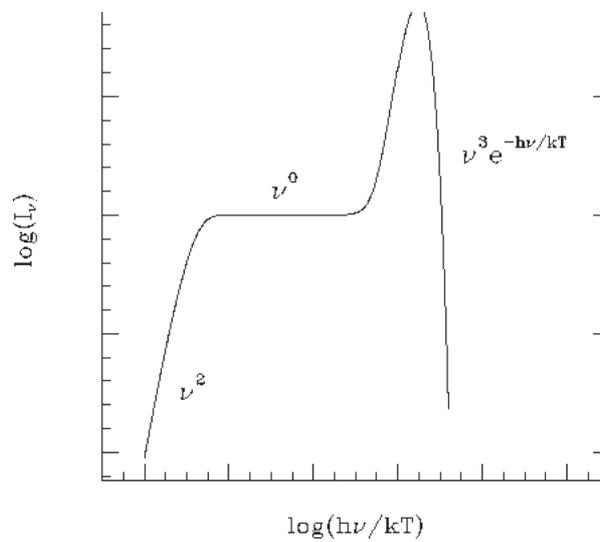
Le rayonnement a le spectre *free-free* en $\nu^{0.1} \exp(-\frac{h\nu}{kT})$.

2. Considérons maintenant le cas $x_{comp} \ll x_1$.

Pour $x < x_{comp}$, le spectre a la forme décrite au dessus. Pour $x > x_{comp}$, les photons subissent la diffusion Compton et tendent à s'accumuler dans la partie de Wien du spectre, vers $x = 1$, où ils atteignent la saturation, c'est à dire l'intensité du corps noir. Pour décrire ce processus, on écrit l'équation de diffusion des photons dans l'espace des phases (appelée équation de Boltzmann, qui est différente de la formule de Boltzmann donnée dans le troisième chapitre). Dans le cas non relativiste, le développement de cette équation est connu sous le nom d'**équation de Kompaneets**, du nom du chercheur soviétique qui l'a formulée. La solution de cette équation aux dérivées partielles est obtenue seulement numériquement. On peut montrer que le rayonnement free-free est amplifié par un facteur:

$$A = \frac{3}{4} \left\{ \ln\left(\frac{2.25}{x_{comp}}\right) \right\}^2 \tag{25}$$

Le spectre résultant a finalement l'allure suivante:

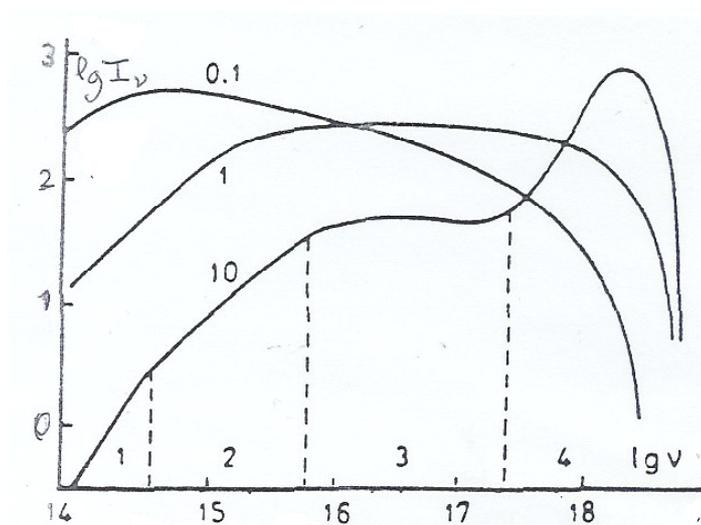


SPECTRE EMIS DANS LE CAS NON STATIONNAIRE

Le temps caractéristique d'évolution d'un spectre sous l'effet des diffusions Compton est (toujours dans le cas de diffusions sur des électrons thermiques non relativistes):

$$t_{\text{comp}} = \left(\frac{kT}{m_0 c^2} \sigma_T N_e c \right)^{-1} \quad (26)$$

Si les électrons sont injectés à un moment $t = 0$, le spectre free-free se « comptonisera » peu à peu, donnant l'évolution suivante, pour des temps successifs de $0.1 t_{\text{comp}}$, t_{comp} , et $10 t_{\text{comp}}$.



SPECTRE CONTINU DES ETOILES BINAIRES X ET DES NOYAUX ACTIFS DE GALAXIES.

Ces objets ont une émission continue importante et variable dans le domaine X. Les étoiles binaires X, constituées d'une étoile à neutron ou d'un trou noir accrétant la matière en provenance d'un compagnon géant, ont des atmosphères très chaudes, émettant du rayonnement free-free. Un disque d'accrétion relie le compagnon à l'étoile compacte. Dans le cas des Noyaux Actifs de galaxies, il existe probablement également un disque d'accrétion et un gaz dense et très chaud, mais les modèles sont plus spéculatifs que pour les étoiles. Etant données les conditions physiques régnant dans ces milieux, la comptonisation joue un rôle important. Un cas typique de spectre comptonisé est celui de la source binaire Cygnus X1

dans son « état bas », qui contient un trou noir d'une dizaine de masses solaires (voir la figure 23).

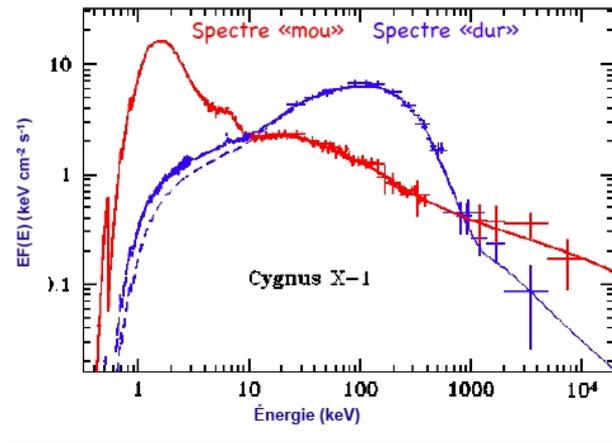
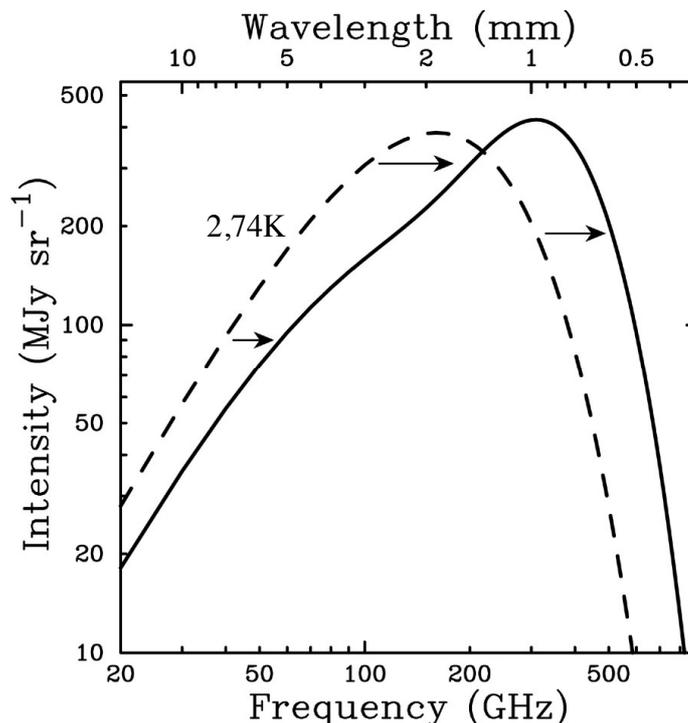


Figure 23 : Les deux états de Cygnus X1. L'état « bas » en bleu correspond au spectre comptonisé d'un milieu très chaud (10^9 K) géométriquement épais et optiquement mince. L'état « haut » en rouge, à celui du spectre d'un milieu chaud (10^7 K) également comptonisé géométriquement mince et optiquement épais (un « disque d'accrétion »).

EFFET SUNAYEV- ZELDOVICH

Le gaz des amas de galaxies, et de façon générale le gaz intergalactique diffus, est plongé dans le rayonnement cosmologique à 2.8K, sur lequel il produit des diffusions Compton. Ce processus a pour effet d'augmenter l'énergie des photons d'une façon complexe: dans la partie Rayleigh-Jeans (domaine centimétrique), la température observée devrait correspondre à une surestimation, tandis que dans la partie Wien (domaine submillimétrique) on devrait observer une remontée par rapport au spectre de Planck. L'effet (appelé Sunayev-Zeldovich) a été marginalement observé pour le rayonnement cosmologique dans la direction d'amas de galaxies. En ce qui concerne l'effet général de la matière intergalactique diffuse, les observations du satellite COBE en 1992 ont montré que l'effet est totalement absent, ce qui prouve que la matière intergalactique, si elle existe est beaucoup plus ténue et moins chaude qu'on le croyait avant. La figure suivante montre les prédictions théoriques de déformations du spectre du corps noir, calculées par Sunayev et Zeldovich.



IX. LE RAYONNEMENT SYNCHROTRON

Le rayonnement synchrotron est produit par des électrons ultra-relativistes dans un champ magnétique. C'est l'un des processus les plus répandus en astrophysique: on l'observe dans le domaine radio en provenance d'immense régions de l'espace intergalactique entourant certaines galaxies, que l'on nomme les « radiogalaxies ». Il est également émis par le noyau de la plupart des galaxies, dans les domaines radio, infrarouge et optique, et autour des supernovae. Son pendant classique, le rayonnement cyclotron, ainsi que le processus intermédiaire correspondant à des électrons marginalement relativistes, et appelé le rayonnement gyromagnétique, est peut-être observé dans les domaines X et gamma en provenance des étoiles à neutrons, et il est peut-être à l'origine du rayonnement du rayonnement X des quasars et des noyaux actifs de galaxies.

I. Théorie très simplifiée

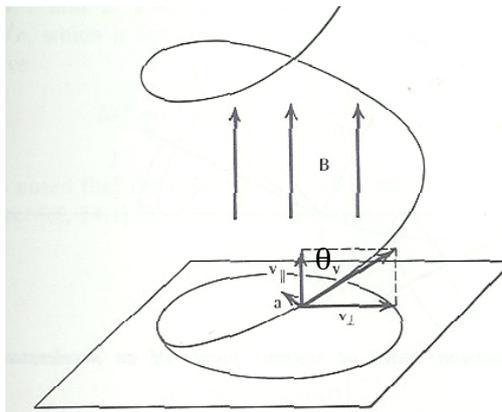
I. 1: Trajectoire

Un électron dont la vitesse \mathbf{V} fait l'angle θ avec le plan perpendiculaire au champ magnétique \mathbf{B} est soumis à la **force de Lorentz**

$$\frac{d}{dt} (\gamma m \mathbf{V}) = \mathbf{F} = \frac{e}{c} \mathbf{V} \wedge \mathbf{B} \quad (1)$$

Le travail du champ électrique, $e \mathbf{E} \cdot \mathbf{V}$, est nul, donc l'énergie et la vitesse (en valeur absolue) de l'électron sont constantes. En décomposant la vitesse suivant \mathbf{B} et suivant le plan perpendiculaire à \mathbf{B} , l'équation (1) donne:

$$\frac{dV_{\parallel}}{dt} = 0; \quad \frac{d\mathbf{V}_{\perp}}{dt} = \frac{e}{\gamma mc} \mathbf{V}_{\perp} \wedge \mathbf{B} \quad (2)$$



Donc V_{\parallel} est constant, ainsi que V_{\perp} . Il s'ensuit que la projection du mouvement sur le plan perpendiculaire à \mathbf{B} est un mouvement circulaire, et que le mouvement de l'électron est *hélicoïdal autour du champ magnétique*.

La fréquence de giration de ce mouvement, ν_B , est appelée **fréquence gyromagnétique**. Elle est égale à:

$$v_B = \frac{V \sin \theta}{2\pi R_B} \quad (3)$$

où R_B est le rayon de giration (appelé aussi rayon de Larmor). Comme $\mathbf{F} = p\mathbf{V}/R_B = mV^2\gamma/R_B$, on trouve:

$$\boxed{v_B = \frac{eB \sin \theta}{2\pi m_0 c \gamma}} \quad (4)$$

I. 2: Spectre cyclotron

Si l'électron n'est pas relativiste, son rayonnement est concentré à la fréquence gyromagnétique, qui dans ce cas est:

$$v_B = \frac{eB \sin \theta}{2\pi m_0 c} = 2.80 \cdot 10^6 B \sin \theta \text{ Hz} \quad (4\text{bis})$$

où B est en Gauss, et il ne dépend pas de l'énergie de l'électron, mais seulement du champ magnétique.

Le rayonnement cyclotron est donc réduit à une **raie spectrale**, qui est élargie comme les raies atomiques par les collisions avec les atomes et les ions, ce qui lui donne un profil Lorentzien. Elle peut être également élargie par les variations du champ magnétique dans le milieu émissif.

I. 3: Spectre synchrotron

Dans le cas d'un électron ultra-relativiste, le spectre est relié aux variations du champ électrique vu par l'observateur. Nous allons en faire une analyse très grossière.

Le rayonnement émis, isotrope dans le référentiel de l'électron en mouvement, est concentré à l'intérieur d'un cône étroit autour de la direction de la particule dans le référentiel de l'observateur. On a en effet:

$$I(\theta) 2\pi \sin \theta d\theta = I'(\theta') 2\pi \sin \theta' d\theta' \quad (6)$$

ce qui donne, en utilisant les formules de Lorentz de transformation des angles (c.f. l'appendice):

$$\frac{I(\theta)}{I'(\theta')} = (1 + \gamma \cos \theta')^2 \gamma^2 \quad (7)$$

Le rayonnement émis est donc maximum pour $\theta' = 0$, c'est à dire pour $\theta = 0$, et minimum pour $\theta' = \pi/2$, c'est à dire pour $\sin \theta = 1/\gamma$, ou, si $\gamma \gg 1$, pour $\theta = 1/\gamma$. *Le rayonnement dans le repère de l'observateur est donc concentré dans un faisceau de demi ouverture $1/\gamma$.*

Noter que le rayonnement d'un électron relativiste est très amplifié dans la direction de son mouvement.

On appelle *facteur Doppler* D l'expression

$$D = \frac{1}{\gamma(1 - \beta \cos \theta)}$$

Pour calculer le facteur d'amplification de l'intensité il faut tenir compte de deux faits. D'abord les angles solides se transforment comme D^2 ainsi que le montre l'expression précédente. Les photons reçus par l'observateur arriveront donc à un rythme D^2 fois plus grand que celui de leur émission à cause de la variation d'angle solide. Ensuite ils subissent l'effet Doppler qui augmente leur énergie également dans le rapport D . Si l'intensité à l'émission ne dépend pas de la fréquence, l'intensité observée sera donc D^3 fois plus grande que celle qui est émise. Comme D^3 peut être plus grand ou plus petit que l'unité, *le rayonnement va être amplifié si $\cos \theta$ est suffisamment grand, donc dans une direction proche du mouvement, ou au contraire atténué dans la direction opposée au mouvement* puisque $\cos \theta$ est alors négatif.

Négligeons l'influence de l'angle θ . L'observateur voit un pulse de rayonnement pendant une durée Δt_e , égale, dans le repère de l'électron en mouvement, à :

$$\Delta t_e = \frac{2}{\gamma} \frac{1}{2\pi\nu_B} \quad (8)$$

La durée Δt_0 effectivement perçue par l'observateur est :

$$\Delta t_0 = \Delta t_e \left(1 - \frac{V}{c}\right) \quad (9)$$

puisque la lumière parcourt $c\Delta t_e$ pendant que l'électron parcourt $V\Delta t_e$. Comme $V/c \ll 1$, on peut approximer $(1-V/c)$ par $(1-V^2/c^2)/2$, ce qui conduit à :

$$\Delta t_0 = \frac{1}{\gamma^3} \frac{1}{2\pi\nu_B} \quad (10)$$

On peut donc prévoir que le spectre sera formé d'une série d'harmoniques de la fréquence ν_B , et sera inscrit dans le spectre d'une impulsion. Il sera étalé sur un grand domaine de fréquences, avec un maximum au voisinage d'une fréquence caractéristique, égale à $\gamma^3 \nu_B$.

L'analyse de Fourier et le calcul détaillé montrent que la l'émissivité synchrotron a la forme suivante :

$$\mathcal{E}_\nu = \frac{1}{4\pi} \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \theta}{m_0 c^2} \frac{\nu}{v_c} \int_0^{\frac{\nu}{v_c}} K^{5/3}(x) dx \quad (11)$$

où K est la fonction de Bessel modifiée et ν_c est appelée la fréquence critique et égale à :

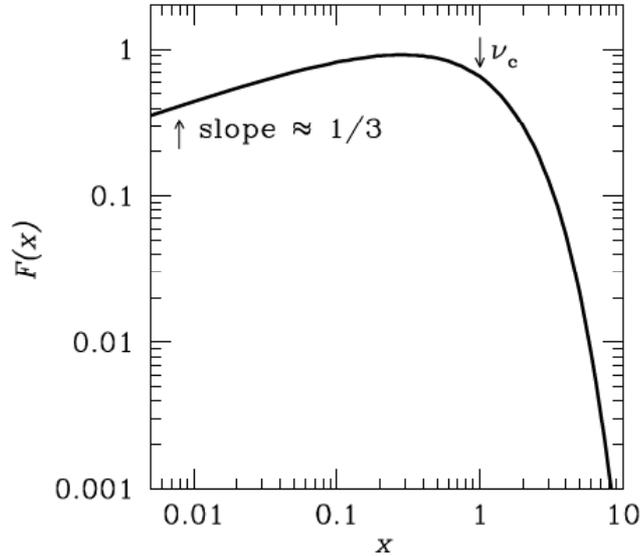
$$\nu_c = \frac{3}{2} \gamma^3 \nu_B \quad (12)$$

soit, numériquement :

$$\nu_c = 4.2110^6 B \sin \theta \gamma^2 = 1.61 \cdot 10^{13} B \sin \theta E^2 \quad \text{Hz} \quad (12\text{bis})$$

B étant exprimé en Gauss et E en GeV.

L'émissivité d'un électron a la forme suivante ($x=v/v_c$) :



On obtient, pour $v \gg v_c$:

$$\mathcal{E}_v(E) \propto v^{1/2} \exp\left(-\frac{2}{3} \frac{v}{v_c}\right) \quad (13)$$

et pour $v \ll v_c$:

$$\mathcal{E}_v(E) \propto \left(\frac{v}{v_c}\right)^{1/3} \quad (13\text{bis})$$

La puissance totale rayonnée dans toute la gamme de fréquences est:

$$P(E) = 4\pi \int \mathcal{E}_v(E) dv = \frac{2}{3} \frac{e^4 (B \sin \theta)^2}{m_0^2 c^3} (\gamma^2 - 1) \quad (14)$$

soit; numériquement (pour un électron ultra-relativiste):

$$P(E) = 1.6 \cdot 10^{-15} (B \sin \theta)^2 \gamma^2 \text{ erg cm}^{-3} \text{s}^{-1} \quad (14\text{bis})$$

Nous avons déjà noté dans le chapitre précédent que cette puissance (moyennée sur les angles) se déduit de la puissance Compton en remplaçant la densité d'énergie radiative par la densité d'énergie magnétique.

On peut maintenant calculer la durée de vie t_s d'un électron rayonnant à la fréquence caractéristique ν_c , si l'effet synchrotron est le processus dominant de perte d'énergie:

$$t_s = \frac{E}{P(E)} = 5 \cdot 10^{11} \frac{1}{(B \sin \theta)^{3/2}} \frac{1}{v_c^{1/2}} \text{ sec} \quad (15)$$

SPECTRE SYNCHROTRON D'UNE COLLECTION D'ELECTRONS.

Pour une raison encore mal comprise, qui est liée aux mécanismes d'accélération des particules relativistes, celles-ci (rayons cosmiques, électrons ultrarelativistes dans les radiosources) ont toujours une distribution **en loi de puissance** $N(E) = N_0 E^{-p} dE \text{ erg}^{-3} \text{ cm}^{-3}$. Supposons que ces électrons sont distribués isotropiquement. L'émissivité d'une telle distribution d'électrons est:

$$\mathcal{E}_\nu = N_0 \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \mathcal{E}_\nu(E) E^{-p} dE \quad (16)$$

E_{\min} et E_{\max} étant les énergies minimum et maximum des électrons.

L'intégration de l'équation (11) donne :

$$\mathcal{E}_\nu = 1.0710^{-22} \left(\frac{6.2 \cdot 10^{18}}{\nu} \right)^\alpha N_0 a(p) (B \sin \theta)^{\alpha+1} \text{ ergs cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ st}^{-1} \quad (17)$$

où

α est « l'indice spectral », égal à $\frac{p-1}{2}$.

On constate donc que, pour une distribution des électrons en loi de puissance, le spectre synchrotron est également en loi de puissance. On peut remarquer que, si le champ magnétique est uniforme, le rayonnement est anisotrope, puisqu'il dépend de $\sin \theta$.

Dans cette expression, $a(p)$ est un nombre pratiquement constant et égal à 0.1 pour le domaine des indices spectraux observés (de l'ordre de 0.2 à 1.2, ce qui correspond à p variant de 1.4 à 3.4). Les valeurs de $a(p)$ sont donnés dans la table suivante

p	1	1.5	2	2.5	3
a(p)	.283	.147	.103	.0852	.0742

Si la distribution du champ magnétique est aléatoire, on peut adopter $a(p) = 0.1$. On remplace aussi généralement $B \sin \theta$ par B .

Pour le rayonnement synchrotron l'effet d'amplification est spectaculaire, car l'intensité à l'émission varie en $\nu^{-\alpha}$, donc le facteur d'amplification devient alors égal à $D^{3+\alpha}$.

Les jets relativistes que l'on voit dans les radio-sources obéissent à cet effet. L'angle solide d'ouverture du jet apparaît D^2 fois plus petit qu'il n'est en réalité et le jet se propageant dans notre direction apparaît $D^{3+\alpha}$ fois plus puissant et $D^{3+\alpha}$ fois plus faible dans la direction opposée. Par exemple si la direction du jet fait un angle de 20 degrés avec la ligne de visée, que la vitesse d'ensemble est égale à 94% de celle de la lumière (ce qui correspond à un facteur de Lorentz de 3), on trouve que le jet dirigé vers nous est amplifié par un facteur 20 et l'autre partie affaiblie dans le même rapport. On voit donc qu'il n'est pas nécessaire que

l'angle du jet avec la ligne de visée soit très petit pour que l'amplification soit importante. Ceci explique qu'une grande proportion de jets ne sont vus que d'un seul côté tout près de la source d'où ils sont éjectés car ils sont encore très rapides, tandis que beaucoup plus loin on voit deux grands lobes radios symétriques par rapport au centre d'éjection car les particules ont perdu une grande partie de leur vitesse.

Polarisation du rayonnement synchrotron

Le calcul de la polarisation du rayonnement synchrotron est complexe et nous ne le ferons pas dans le cadre de ce cours. Le rayonnement d'un électron est polarisé partiellement linéairement selon une direction perpendiculaire au champ magnétique. En définissant le degré de polarisation P par le rapport $(I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$, où I_{\max} et I_{\min} sont les intensités maximum et minimum, on trouve que P est égal à $1/2$ pour $v \ll v_c$ et égal à 1 pour $v \gg v_c$. La polarisation est donc très élevée.

Dans le cas d'une distribution des électrons isotrope et en loi de puissance, et d'un champ magnétique uniforme, le degré de polarisation est trouvé égal à :

$$P = \frac{3p + 3}{3p + 7} \quad (18)$$

ce qui est également élevé. Mais dans la pratique, on a généralement affaire à une distribution aléatoire du champ magnétique, qui correspond à une polarisation faible de quelques % seulement.

I. 4: Coefficient d'absorption

Pour calculer le coefficient d'absorption, on utilise toujours le même principe: le déduire de l'émissivité en se plaçant à l'ETL, c'est à dire en appliquant les lois de l'ETL et la microréversibilité. Le problème est compliqué ici parce qu'il s'agit, d'une part d'un processus continu, et d'autre part d'électrons relativistes, et qu'il faut donc utiliser la distribution de Maxwell relativiste.

Les relations d'Einstein s'écrivent, pour un processus continu:

$$g(E) B_{E \rightarrow E-h\nu} = g(E-h\nu) B_{E-h\nu \rightarrow E} \quad (19)$$

$$A_{E \rightarrow E-h\nu} = B_{E \rightarrow E-h\nu} \frac{2h\nu^3}{c^2} \quad (19\text{bis})$$

Ici le poids statistique est remplacé, comme nous l'avons déjà vu pour le rayonnement free-free, par le nombre d'électrons par unité de volume de l'espace des phases, qui s'écrit, dans le cas relativiste:

$$g(E) dE = \frac{2}{h^3} 4\pi p^2 dp = \frac{2}{h^3} \frac{4\pi}{c^3} E^2 \quad (20)$$

tandis que la distribution de Maxwell est:

$$N(E) = N_e \left(\frac{1}{2\pi m_0 kT} \right)^{3/2} \frac{4\pi}{c^3} E^2 \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad (21)$$

En écrivant le coefficient d'absorption et l'émissivité avec les coefficients d'Einstein:

$$\mathbf{K}_\nu (E-h\nu) = \{N(E-h\nu) B_{E-h\nu \rightarrow E} - N(E) B_{E \rightarrow E-h\nu}\} \frac{h\nu}{4\pi} \quad (22)$$

et:

$$\mathbf{E}_\nu (E) = A_{E-h\nu \rightarrow E} \frac{h\nu}{4\pi} \quad (23)$$

on trouve finalement, pour une distribution d'électrons en loi de puissance:

$$\mathbf{K}_\nu = g(\nu) \frac{e^3}{2\pi m_0} \left(\frac{2e}{2\pi m_0^3 c^5} \right)^{p/2} N_0 (B \sin \theta)^{(p+2)/2} \nu^{-(p+4)/2} \quad (24)$$

où $g(\nu)$ est de l'ordre de l'unité. Numériquement, cette relation devient:

$$\boxed{\mathbf{K}_\nu = 0.019 (3.5 \cdot 10^9)^p N_0 (B \sin \theta)^{(p+2)/2} \nu^{-(p+4)/2}} \quad (24bis)$$

où B est en Gauss et ν en Hz.

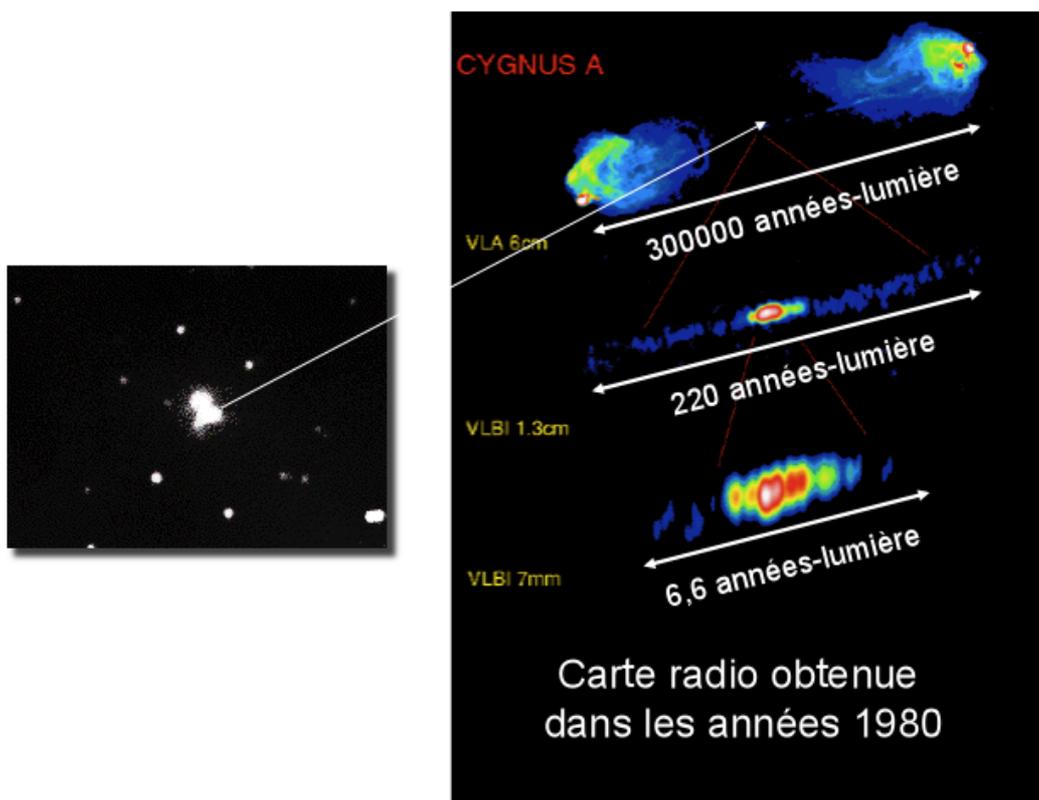
II : Application: les radiosources non thermiques

Les radio sources non thermiques (par opposition aux sources de rayonnement free-free) sont des régions de l'espace contenant des électrons relativistes et un champ magnétique, en général assez cahotique. Ce sont: les restes de supernovae, les radio galaxies et les radiosources « compactes » situées au sein des noyaux de galaxies, le centre de la Galaxie, les pulsars, certaines étoiles « à éruptions », cataclysmiques, ou binaires X. Il n'est pas évident cependant que dans tous ces objets (par exemple dans les pulsars, les binaires X) il s'agisse vraiment de rayonnement synchrotron. Le Soleil et les planètes, comme Jupiter, émettent également un rayonnement synchrotron. Le rayonnement est observé principalement dans le domaine radio, mais il arrive qu'il se prolonge dans le domaine infrarouge ou même visible et X (c'est le cas du reste de supernova du Crabe par exemple), si le champ magnétique ou l'énergie des électrons sont suffisamment élevés.

Pour les restes de supernovae, le mécanisme d'accélération des particules n'est pas encore clair. Dans certains objets, comme le Crabe, elles sont éjectées par le pulsar central, tandis que dans d'autres, elles peuvent être créées dans les ondes de choc qui se forment à la jonction de la matière interstellaire et de la matière éjectée au cours de l'explosion de la supernova. De même, le champ magnétique peut être généré dans l'étoile à neutron centrale, ou dans les chocs interstellaires.

Les radiosources associées aux radiogalaxies sont d'immenses régions de l'espace, de dimension 10^5 à 10^6 pc, généralement doubles et symétriques par rapport à la radiogalaxie. Il est clair que l'origine de la radiosource est la galaxie elle-même, et plus précisément le noyau de cette galaxie, auquel elle est très souvent reliée par un « jet » radio, lui-même source synchrotron. La figure suivante qui représente la radio-galaxie Cygnus A illustre ce point. Que les électrons relativistes soient créés dans le noyau et injectés dans l'espace intergalactique, ou que le noyau éjecte un plasma qui engendre lui-même ses électrons relativistes, n'est pas encore clair. Probablement les deux mécanismes sont opérants dans différents types de radiogalaxies. Quant au champ magnétique, il est sans doute d'origine intergalactique, et est éventuellement amplifié par la compression qu'il subit au cours de l'éjection.

Les radiosources compactes situées au sein des noyaux de galaxies, que révèle l'interférométrie VLBI, sont constituées de sources multiples, éjectées par « bouffées» avec des vitesses de l'ordre de celle de la lumière.



=====
 Note: il s'agit ici de la vitesse d'ensemble de la source, à ne pas confondre avec la vitesse des particules; cette vitesse proche de c explique les phénomènes dits « superluminiques» observés dans ces sources, qui paraissent se mouvoir sur le plan du ciel avec des vitesses plus grandes que celle de la lumière.
 =====

II. 1: Spectre des radiosources

Le spectre synchrotron devrait être en loi de puissance entre les deux fréquences critiques ν_{\min} et ν_{\max} , correspondant aux énergies E_{\min} et E_{\max} . Cependant, il est soumis à divers effets qui le modifient aux grandes et aux petites fréquences.

Aux grandes fréquences, le spectre n'a généralement pas une forme simple. Soit il présente une « cassure» pour une certaine fréquence, l'indice spectral étant plus élevé au dessus de cette fréquence qu'en dessous. Cette cassure est due aux pertes d'énergie des électrons par expansion de la source et par rayonnement synchrotron, pertes qui augmentent avec l'énergie. Si les électrons ont été injectés à un instant donné avec une loi de puissance d'indice p , au bout d'un temps t les électrons ayant une énergie supérieure à $E(t)$ auront perdu une partie de leur énergie, et leur distribution aura un indice supérieur à p . La fréquence de la cassure diminuera donc au cours du temps. Une telle cassure est observée dans le spectre de

certaines très grandes radiosources extragalactiques, qui sont vieilles, et dans lesquelles les électrons de grande énergie ont eu le temps de se ralentir. Par contre, la coupure exponentielle au dessus de $\nu(E_{\max})$ n'a encore pas été observée: probablement se produit-elle dans un domaine où le spectre est dominé par d'autres processus que le synchrotron.

Aux petites fréquences interviennent les processus suivants:

- absorption par un plasma situé sur la ligne de visée:

Le spectre a alors une chute exponentielle due à l'absorption free-free:

$$I_{\nu} = \nu^{\alpha} \exp\left(-\frac{\text{cte}}{\nu^2}\right) \quad (25)$$

Nous avons adopté ici la forme du coefficient d'absorption du régime Rayleigh-Jeans (cf. équation 28 du chapitre correspondant). Comme l'exponentielle varie très rapidement avec ν , le spectre est pratiquement coupé au dessous de la fréquence correspondant à $\tau_{\nu} = 1$. Une telle coupure est observée dans le domaine centimétrique ou millimétrique, dans certaines radiosources compactes situées dans des noyaux actifs de galaxies. Le rayonnement diffus galactique présente cette coupure, due à l'absorption par les électrons interstellaires:

Il peut arriver que le plasma soit intimement mélangé aux électrons relativistes et soit également émissif. La forme du spectre serait alors une combinaison des émissivités des deux processus dépendant des densités respectives des deux composantes du milieu. Il n'est pas évident qu'un tel spectre ait été observé jusqu'à maintenant, le processus synchrotron l'emportant sur l'émission thermique.

- coupure correspondant à l'énergie minimum E_{\min}

Au dessous de la fréquence critique $\nu_c(E_{\min})$, le spectre est en $\nu^{1/3}$ (on peut dire également que son indice spectral est $-1/3$). Cependant un tel spectre n'a encore jamais été observé, probablement parce que l'énergie minimum d'accélération des particules est très faible, et que la fréquence correspondante se situe dans le domaine des ondes métriques ou plus grandes.

- coupure due à la self absorption synchrotron

Le coefficient d'absorption décroît quand la fréquence augmente. Il existe une fréquence, ν_s , pour laquelle $RK_{\nu} = 1$, où R est une épaisseur caractéristique de la source ou son rayon. Au dessous de cette fréquence, le milieu est optiquement épais: on dit que le rayonnement est « **self-absorbé** ». En effet, l'intensité du rayonnement dans ce domaine est:

$$I_{\nu} = S_{\nu} = \frac{\epsilon_{\nu}}{K_{\nu}} \propto \nu^{5/2} \quad (26)$$

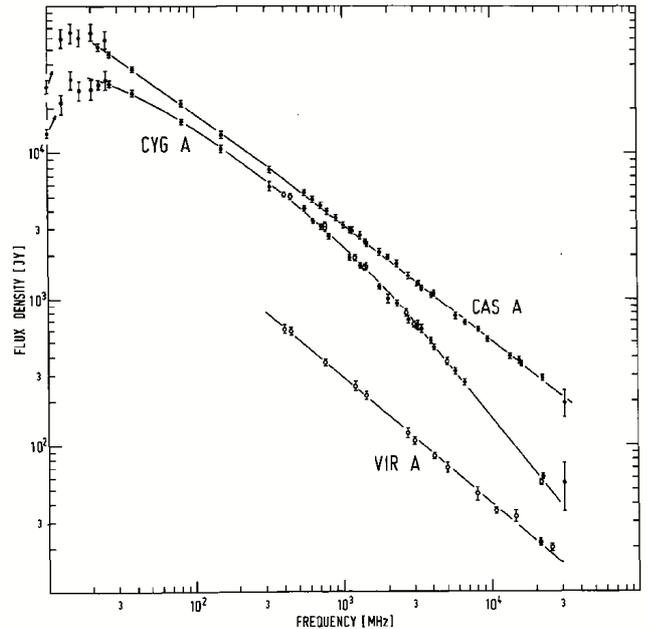
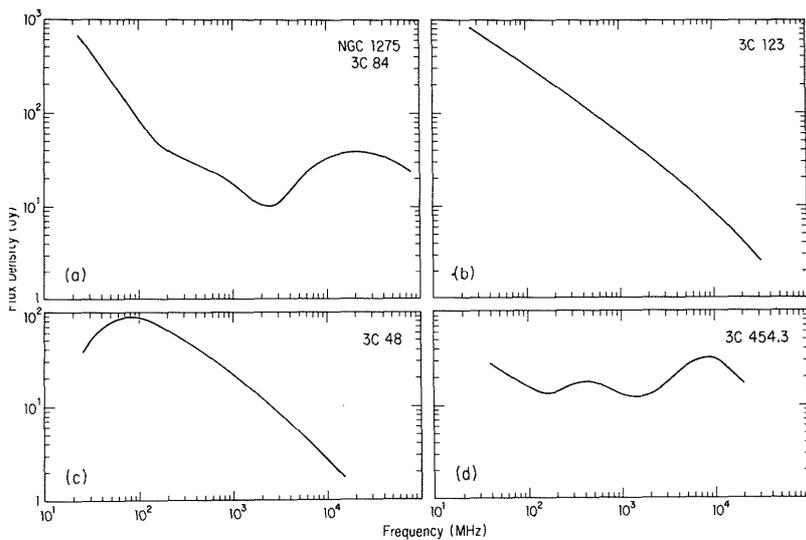
En utilisant les équations (17) et (24bis), et en supposant que la source est une sphère dont le demi angle d'ouverture est θ , on trouve la fréquence ν_s :

$$\boxed{\nu_s = 3.4 \cdot 10^7 \left(\frac{S_{\nu}}{\theta^2}\right)^{2/5} \text{ B}^{1/5} \text{ Hz}} \quad (27)$$

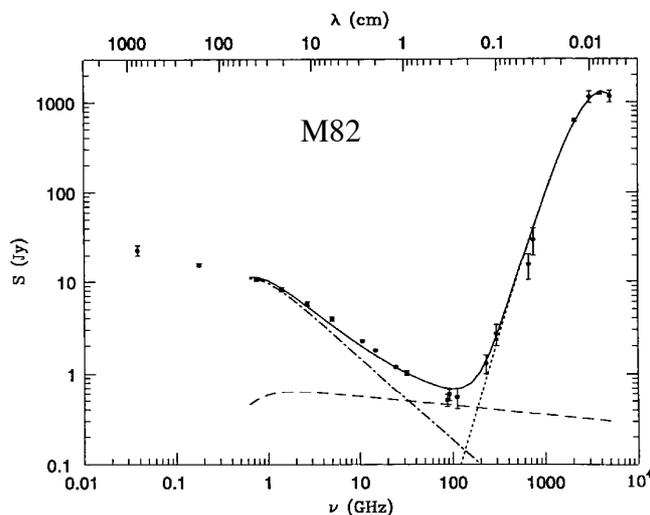
θ étant exprimé en seconde et S_{ν} étant le flux en Jansky.

Cette fréquence dépend peu de la valeur du champ magnétique. Les valeurs de v_s et de S_v sont mesurées, et on peut donc déduire θ . Si la distance de la source est connue par ailleurs (par exemple s'il s'agit d'une source extragalactique très lointaine dont on connaît le redshift cosmologique), on déduit de θ le rayon de la source. Si au contraire ce rayon est connu, c'est à dire si θ est mesuré et si la distance est connue, c'est le champ magnétique que l'on peut déterminer. Nous en verrons diverses applications dans les problèmes de la fin du cours.

De plus, dans le cas des radiosources compactes situées dans les noyaux de galaxies, il arrive souvent que le spectre observé soit dû à la superposition de plusieurs sources. Sa forme est alors assez complexe. De surcroît leur intensité est variable et le spectre se déforme au cours du temps. En définitive le spectre d'une radiosource synchrotron peut adopter des formes très variées (voir les figures suivantes).



Dans les cas de la galaxie M82, qui n'est pas une radio-galaxie mais une galaxie à formation d'étoiles, le spectre observé est un mélange de synchrotron (à petites fréquences) et de poussières (à grandes fréquences).



II .2: Contenu énergétique des radiosources:

C'est en évaluant pour la première fois le contenu énergétique des radiosources extragalactiques, à la fin des années 1950, que l'on a réalisé l'ampleur du phénomène qui leur a donné naissance. L'idée est de déterminer la limite inférieure du contenu énergétique en supposant l'équipartition entre l'énergie magnétique et l'énergie des particules relativistes. On obtient alors l'équation:

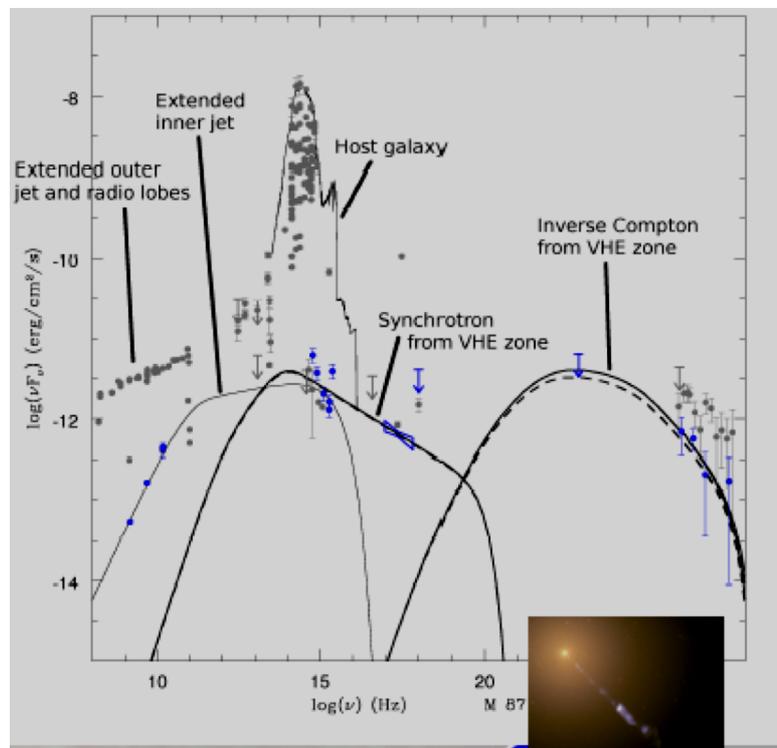
$$\frac{B^2}{8\pi} = (1 + X) \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} N_o E^{-p+1} dE \quad (28)$$

Le facteur $1 + X$ est là pour tenir compte de l'énergie des protons associés aux électrons relativistes. Leur énergie est inconnue, mais on peut faire l'hypothèse que X est de l'ordre de 10 à 100, puisqu'un processus d'accélération conduisant à des vitesses égales des électrons et des protons correspondrait à $X = 50$.

N_o est déduit du flux observé (on en verra des exemples dans les problèmes). L'énergie stockée dans ces radiosources est de l'ordre de 10^{62} ergs: elle est environ 100 fois plus grande que celle rayonnée par la Galaxie pendant toute sa durée de vie!

III : Combinaison du synchrotron et du Compton

Un processus ayant une grande importance est le « self-Synchro-Compton » (SSC). Il se produit lorsque des radio-sources synchrotron sont très compactes, et la densité de particules relativistes est par conséquent très élevée. Le rayonnement radio (ou infrarouge, ou visible) est alors transformé en rayonnement de grande énergie (X ou gamma) par effet Compton inverse sur les particules relativistes qui ont elles-mêmes créés ce rayonnement. Le spectre transformé par Compton a alors presque exactement la même forme que le spectre initial. Ce processus est à l'œuvre dans certains quasars radio, et il nous paraît particulièrement intense lorsque les électrons relativistes ont une vitesse d'ensemble relativiste dirigée dans notre direction, car le rayonnement synchrotron est alors amplifié par rapport aux autres processus. La figure suivante montre le spectre de la radio galaxie M87 (Virgo A), dont l'image visible est montrée en bas et à droite. Le spectre a été modélisé à l'aide de plusieurs composantes (crédit J-P. Lenain, 2009).



Note importante

On aura sans doute remarqué que le flux ou l'intensité sont donnés suivant trois conventions : ou bien en nombre de photons, ce qui correspond à F_ν/ν , ou bien en F_ν , ou enfin en νF_ν , ce qui explique la différence d'allure des spectres.

QUELQUES PROBLÈMES

Flux et intensité

On considère un nuage sphérique optiquement mince de rayon R , situé à la distance d de la Terre. Son émissivité est \mathcal{E}_ν erg s⁻¹ cm⁻³ st⁻¹ Hz⁻¹.

1. Calculer l'intensité du rayonnement I_ν dans la direction du centre du nuage, et dans une direction quelconque faisant un angle θ avec la direction du centre.
2. On observe le nuage avec un radiotélescope ayant un demi angle d'ouverture $\theta_R \gg R/d$. Calculer le flux F_ν sur le radiotélescope.
3. Comparer la température d'antenne T_R du radiotélescope (c'est à dire la température de brillance au niveau du radio télescope) avec la température de brillance au centre du nuage T_B . Qu'en concluez-vous concernant l'ouverture du radiotélescope?
4. Application numérique. Le nuage est un reste de supernova que l'on observe à 100MHz. Son diamètre angulaire est de 4'. Le flux reçu est de 10^{-19} erg s⁻¹ cm⁻² st⁻¹ Hz⁻¹. L'ouverture du radiotélescope est de 40'. Calculer T_B et T_R .

Note: on supposera pour les questions 3 et 4 qu'on est dans le régime Rayleigh-Jeans.

Utilisation de la température effective T_{eff}

Calculer le flux (intégré sur les fréquences) à la surface du Soleil F_o , la puissance rayonnée P_o , et le flux reçu par la Terre. On donne:

$$T_{\text{eff}}(\text{Soleil}) = 5800\text{K}$$

$$\text{distance Soleil-Terre } d_o = 1\text{UA} = 1.5 \cdot 10^{13} \text{ cm}$$

$$\text{rayon du Soleil } R_o = 7 \cdot 10^{10} \text{ cm}$$

Pression de radiation

On considère un nuage interplanétaire de grains de poussière situé à la distance d_o du Soleil, dont la température effective est T_{eff} et le rayon R_o . Ces grains sont sphériques, de rayon r_g , et absorbent toute l'énergie qu'ils reçoivent. Ils rayonnent comme des corps noirs l'énergie qu'ils ont absorbée.

1. Calculer la température des grains.
2. Calculer la pression de radiation à laquelle ils sont soumis et la force de répulsion exercée sur un grain. A quoi serait égale cette force si le grain n'absorbait pas tout le rayonnement mais avait un coefficient d'absorption K_ν par cm?
3. Comparer cette force à l'attraction gravitationnelle, et en déduire le mouvement des grains.

On donne:

$$r_g = 10^{-2} \text{ cm}$$

$$T_{\text{eff}}(\text{Soleil}) = 5800\text{K}$$

$$\text{masse d'un grain } m_G = 10^{-11} \text{ g}$$

$$\text{masse du Soleil: } M_o = 2 \cdot 10^{33} \text{ g}$$

$$d_o = 0.1\text{UA} = 1.5 \cdot 10^{12} \text{ cm}$$

$$R_o = 7 \cdot 10^{10} \text{ cm}$$

Loi de Saha et de Boltzmann. Les raies de Balmer dans les étoiles.

1. Calculer le rapport N_2/N_1 des populations du niveau 2 et du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène, à l'équilibre thermodynamique, pour $T = 5000, 10000$ et 20000K . (Rappel: poids statistiques des niveaux: $2n^2$, énergie d'excitation $E_2 - E_1 = 10.15\text{eV}$)
2. Calculer le degré d'ionisation de l'hydrogène (densité d'atomes ionisés divisée par densité d'atomes neutres) pour les mêmes températures, et une densité totale d'atomes d'hydrogène (neutres+ionisés) de 10^{15}cm^{-3} . On utilisera le fait que le gaz est électriquement neutre, c'est à dire que $N_e = N_{H^+}$ pour un gaz d'hydrogène pur. On rappelle que $\chi_i = 13.6\text{eV}$ et que la formule de Saha peut s'écrire pour l'hydrogène (en supposant la fonction de partition réduite au poids statistique du niveau fondamental):

$$\log \frac{N_e N_{H^+}}{N_{H^0}} = -\chi_i / \theta - 1.5 \lg \theta + 20.9366$$

3. Dédurre N_2 pour les trois températures précédentes. Quelles sont les implications sur l'intensité des raies de Balmer du résultat que vous obtenez?

Lois de Saha-Boltzmann et flux émis par une atmosphère diffusante et absorbante

Le but du problème est de calculer le flux émergent de l'atmosphère d'une étoile chaude à l'ETL, constituée uniquement d'hydrogène. On utilisera la formule donnée par l'approximation d'Eddington

$$F_\nu(0) = \frac{2B_\nu}{1 + \{(\mathbf{K}_\nu + \mathbf{\sigma}_\nu)\mathbf{K}_\nu^{-1}\}^{1/2}}$$

Calculer ce flux à 5000\AA pour une atmosphère à 10^5K ayant une densité 10^{15} particules cm^{-3} . Le coefficient de diffusion est dû à la diffusion Thomson sur les électrons libres et ne dépend pas de ν . Le coefficient d'absorption est dû aux atomes d'hydrogène sur le 3ème niveau. Calculer le coefficient de diffusion et le coefficient d'absorption sachant que la section de diffusion Thomson d'un électron est égale à $6.65 \cdot 10^{-25}\text{cm}^2$ et la section d'absorption à 5000\AA d'un atome d'hydrogène sur le 3ème niveau est égale à 10^{-18}cm^2 . Utiliser pour les équations de Saha et de Boltzmann les indications données dans le problème précédent.

Pression de radiation, fonction de distribution maxwellienne

1. Comparez la pression du gaz interstellaire (gaz neutre à 100K , 1at cm^{-3}) à la pression de radiation du rayonnement cosmologique à 3K , et à la pression du champ magnétique interstellaire ($B=10^{-6}\text{G}$)
2. Calculer la vitesse moyenne des atomes d'hydrogène et des électrons dans un gaz de 100K , 10^4K , 10^8K .
3. Calculer la masse de gaz qui s'échappe par seconde de la couronne solaire.

On calculera le flux de particules traversant l'unité de surface avec une composante de la vitesse dans la direction perpendiculaire à la surface supérieure à la vitesse de libération, 618km/s , pour une température de 10^7K et une densité de 10^8cm^{-3} .

Profil des raies spectrales

Supposant l'atome d'hydrogène réduit à ses deux premiers niveaux, calculer la constante d'amortissement radiatif de la raie $L\alpha$

1. en l'absence de rayonnement
2. dans l'atmosphère du Soleil, supposée à l'ET ($T = 5800\text{K}$)

Pensez-vous que la prise en compte des niveaux supérieurs soit nécessaire dans ce calcul?

A quelle distance du centre de la raie (exprimée en largeur Doppler), le profil d'amortissement domine-t-il sur le profil gaussien?

On donne $A(L\alpha) = 0.62 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$

Processus d'excitation des raies dans les nébuleuses

On considère une nébuleuse planétaire constituée d'une enveloppe située à 0.1pc d'une étoile de rayon 10^{11} cm qui rayonne comme un corps noir de 10^3 K . La densité dans la nébuleuse est 10^4 particules par cm^3 , le gaz est complètement ionisé, et la température d'agitation thermique est 10^4 K .

1. Exprimer la section d'excitation par collision avec les électrons, entre 2 niveaux 1 et 2, $\sigma_{12}(v)$, en fonction de la section de désexcitation.
2. Calculer le nombre d'excitations et de désexcitations radiatives pour une transition permise ($A_{21} = 10^8$) et pour une transition interdite ($A_{21} = 1$) de longueur d'onde 5000Å (il faudra calculer l'intensité du rayonnement dans la nébuleuse, en provenance de l'étoile centrale). Le comparer au nombre d'excitations et de désexcitations par collisions, en supposant $C_{21} = 10^{-8}$. Qu'en déduit-on?
3. On suppose que l'atome d'hydrogène est réduit à ses 2 premiers niveaux. Sachant qu'il y a 10^{-13} recombinaisons par proton et par électron en une seconde sur le 2ème niveau, discuter le mode de formation de la raie $L\alpha$ et calculer son émissivité.
4. Toujours en supposant un atome réduit aux deux premiers niveaux, calculer l'émissivité de la raie interdite [OIII] à 5007Å pour les valeurs de A_{21} et de C_{21} données plus haut. On supposera que l'oxygène est entièrement sous forme 2 fois ionisé et que l'abondance de l'oxygène par rapport à celle de l'hydrogène est 10^{-4} (en nombre d'atomes, non en masse).
5. Calculer la luminosité totale de la nébuleuse dans les raies $L\alpha$ et [OIII].
6. L'épaisseur de la nébuleuse est 0.01pc. Calculer l'épaisseur optique de cette nébuleuse au centre de la raie $L\alpha$, en supposant que le nombre d'atomes d'hydrogène neutre est 10 cm^{-3} . Que constatez-vous?
7. Si l'absorption interstellaire entre la nébuleuse et la Terre est de 0.5 magnitude à 5000Å et sachant que cette absorption est proportionnelle à $1/l$, quel est le rapport des raies $L\alpha$ et [OIII] observé à la Terre?

Raie 21cm

Soit un nuage de gaz interstellaire de 10pc d'épaisseur situé sur la ligne de visée d'une radio source dont le flux mesuré à la Terre est 10 Jansky à 21cm de longueur d'onde.

1. Le nuage a une température thermique de 100K, il n'est pas ionisé et sa densité est 10 cm^{-3} (on le suppose constitué uniquement d'hydrogène). On considère les deux niveaux de la transition à 21cm. En assimilant la section de collision à celle d'une boule de billard de rayon 10^{-8} cm , calculer le taux de désexcitations par collision C_{21} .
2. En déduire la température de spin (T_{exc})
3. Calculer l'épaisseur optique du nuage au centre de la raie.
4. Dessiner le profil observé de la raie (est-elle en absorption ou en émission?)

Flux en provenance d'une nébuleuse

Calculer l'émissivité intégrée d'une raie interdite de longueur d'onde 5000Å, dans une nébuleuse planétaire. On supposera l'ion émissif réduit à 2 niveaux et on prendra:

$$g_1 = g_2 = 1, C_{21} = 10^{-5} \text{ T}^{-1/2} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}, A_{21} = 1 \text{ s}^{-1}, n_{\text{H}} = 10^{-4} \text{ cm}^{-3},$$

$$T_e = 10^4 \text{ K} \text{ et } n_{\text{ion}} = 10^{-4} n_{\text{H}}$$

On montrera d'abord que $N_2/N_1 \ll 1$.

Calculer le flux reçu sur terre si la nébuleuse a un rayon de 1pc, et sa distance est 1Kpc.

FWHM

Calculer $\Delta\nu_D$ et $\Delta\lambda_D$ (en Hz et en Angstrom respectivement) pour la raie H_α de Balmer, pour $T_e = 10^4$ K et une vitesse de turbulence de 10 km s^{-1} . Supposant que la raie a un profil Doppler, calculer sa FWHM

- si elle est en émission,
- si elle est en absorption, en supposant τ_0 au centre de la raie égal à 1.

$$\lambda(H_\alpha) = 6565 \text{ \AA}$$

Approximation d'Eddington

On considère l'atmosphère semi-infinie et non diffusante d'une étoile dans laquelle la fonction source intégrée sur les fréquences est donnée par l'expression:

$$S = \frac{\sigma T_0^4}{\pi} (\sqrt{3} \tau + 1)$$

Rappeler quelles sont les hypothèses et approximations justifiant cette formule.

Calculer dans l'approximation d'Eddington à 2 faisceaux l'intensité moyenne et le flux à une profondeur optique quelconque τ et à la surface, en utilisant cette fonction source.

On suppose maintenant que l'atmosphère est également diffusante. Comment sont modifiés les résultats précédents? (Cette partie est difficile)

ETL, non ETL

On considère une raie de résonance émise par une nébuleuse, constituée principalement d'hydrogène, dont la densité est 10^{10} cm^{-3} . La nébuleuse est optiquement épaisse au centre de la raie, $\tau_0 = 10^6$. On suppose que l'atome est réduit à deux niveaux 1 et 2.

Ecrire l'équation d'équilibre stationnaire de la transition, en utilisant la probabilité d'échappement, qu'on posera égale à $1/\tau_0$.

Prenant $A_{21} = 10^8 \text{ s}^{-1}$, $C_{21} = 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, dire si on peut considérer que la raie est formée à l'ETL ou non.

En déduire l'émissivité intégrée sur le profil de la raie (on suppose que le profil d'absorption est égal au profil d'émission). La température du gaz est 10^4 K , les poids statistiques g_1 et g_2 sont égaux à 1, la longueur d'onde de la raie est 1500 \AA , et l'abondance de l'atome considéré est 10^{-4} par rapport à l'hydrogène.

Détermination de l'abondance du Fer dans un amas de galaxies

On observe le spectre X d'un amas de galaxies. Il est produit par le gaz très chaud rassemblé au centre de l'amas et est constitué d'un spectre continu sur lequel se superpose la raie en émission $L\alpha$ du Fe^{+25} à 6.95 keV .

1. Rappelez quel est le processus d'émission du continu et donnez l'émissivité correspondante, en fonction de la température et de la densité (on supposera le facteur de Gaunt égal à l'unité).

2. Ecrivez l'émissivité intégrée sur la raie, en fonction du nombre d'ions de Fe^{+25} par unité de volume, de T et de la densité N_e . Pour cela, on va faire les hypothèses suivantes:
- hyp. 1: la raie est formée par excitation collisionnelle et non par recombinaison.
 - hyp. 2: l'ion est réduit à 2 niveaux, 1 et 2.
 - hyp. 3: le niveau 1 est beaucoup plus peuplé que le niveau 2.
 - hyp. 4: les processus radiatifs induits sont négligeables.
 - hyp. 5: les désexcitations par collisions sont négligeables.

On donne:

$$C_{21} = \frac{5 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{T}}, \quad \frac{g_2}{g_1} = 4, \quad X_{12} = 9.25 \text{ keV (pouvez-vous retrouver ces 2 valeurs?)}$$

3. Calculez la fraction de Fer sous la forme Fe^{+25} . Pour cela on suppose un équilibre « coronal » entre les ionisations par collisions et les recombinaisons radiatives (dites pourquoi la loi de Saha ne s'applique pas, ni l'équilibre « nébulaire » entre photoionisations et recombinaisons radiatives). On suppose que les deux seuls ions présents en quantité importante sont Fe^{+25} et Fe^{+26} (hyp. 6). On donne:

$$C_{\text{ion}} = 5 \cdot 10^{-13} \exp\left(-\frac{X_i}{kT}\right), \quad \alpha_{\text{rec}} = 1.8 \cdot 10^{-6} T^{-0.79},$$

ou X_i est le potentiel d'ionisation du Fe^{+25} (rappelons que c'est un hydrogénoïde) et α_{rec} le coefficient de recombinaison du Fe^{+26} sommé sur tous les niveaux du Fe^{+25} .

4. On a pu déterminer la température du gaz (dites comment), $T=10^8\text{K}$. On mesure la largeur équivalente de la raie, égale à 10Å. En déduire l'abondance du Fer dans l'amas, en supposant que la raie et le continu sont optiquement minces (hyps. 7 et 8).

5. On a pu déterminer également la densité $N_e = 10^{-3}$ électrons par cm^3 , et le rayon de la sphère de gaz, $R = 1 \text{ Mpc}$ (dites comment ces deux quantités peuvent être déterminées). On suppose que la sphère est remplie de gaz de façon homogène. Justifiez les hypothèses 1, 5, 7, et 8. (Rappel: la force d'oscillateur de la raie $L\alpha$ du Fe^{+25} est égale à 0.42 comme celle de $L\alpha$ de HI). Parmi les autres hypothèses, en voyez-vous qui ne sont pas très justifiées?

Raies d'absorption

On observe deux raies en absorption dans le spectre d'une étoile brillante, dues à un nuage interstellaire situé sur la ligne de visée: l'une du CaII à 3933Å, l'autre du NaI à 5889Å. Les profils observés sont donnés sur la figure suivante.

1. Expliquer la forme des profils. En déduire la vitesse de turbulence et la température dans le nuage interstellaire.

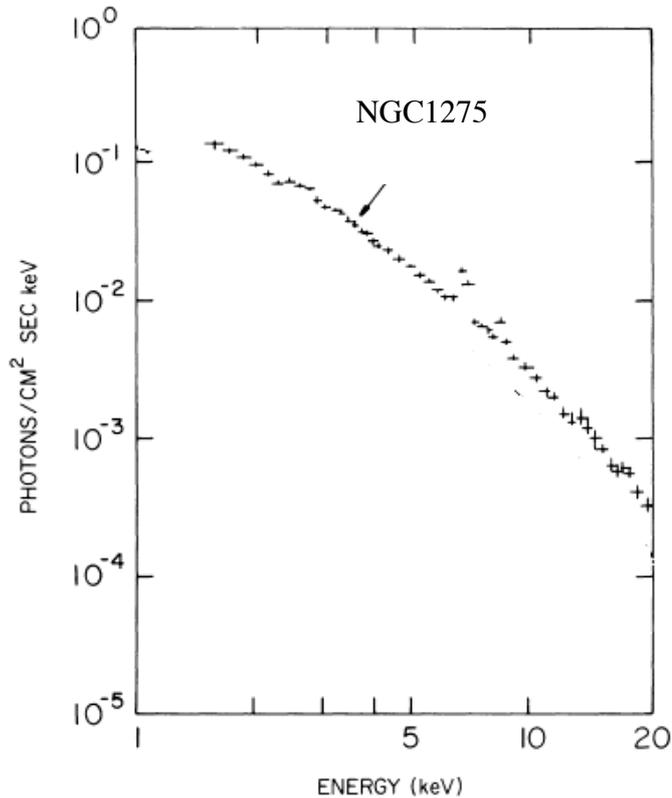
2. Les deux raies proviennent du niveau fondamental des atomes, et on peut supposer que les populations des niveaux excités sont négligeables. On peut également supposer que tout le calcium est sous forme de CaII , et tout le sodium sous forme de NaI .

Calculer le rapport des abondances de calcium et de sodium dans le nuage interstellaire, en justifiant votre calcul (On montrera entre autre que l'épaisseur optique du nuage au centre des deux raies est faible. Prendre les forces d'oscillateurs des raies égales à l'unité).

On précise que la masse atomique du Ca est 40 et celle du Na est 23.

Amas de galaxies

On observe le spectre X d'un amas de galaxies. Il est représenté par la figure ci-jointe.



Il s'agit d'un rayonnement free-free émis par un gaz très chaud présent au centre de l'amas.

- Exprimer le flux à 2 keV en CGS et déterminer la température de ce gaz en vous servant du graphique.
- En utilisant l'expression de l'émissivité du processus free-free, calculer la densité du gaz en supposant qu'il est optiquement mince, composé uniquement d'hydrogène complètement ionisé et qu'il remplit de façon homogène un volume sphérique. Sa distance est 67Mpc et son rayon 1Mpc (dites comment on détermine ces deux quantités). En déduire la masse de gaz.
- Quelle est d'après vous l'hypothèse la moins justifiée parmi celles qui ont été faites? Et quelle est son influence sur le calcul de la masse de gaz?

Rayonnement radio d'une binaire X

L'atmosphère d'une étoile binaire X a les propriétés suivantes: épaisseur: $H = 10^{10}$ cm, température $T = 10^8$ K, densité $n = 10^{15}$ cm⁻³. On suppose l'atmosphère formée d'hydrogène pur. Elle émet du rayonnement thermique free-free.

1. Donner le coefficient de diffusion Thomson de l'atmosphère (en cm⁻¹). En vous plaçant dans le régime Rayleigh-Jeans, calculer la fréquence pour laquelle le coefficient de diffusion est égal au coefficient d'absorption free-free. Vous prendrez le facteur de Gaunt égal à l'unité. Justifiez l'hypothèse du régime Rayleigh-Jeans.
2. Calculez l'épaisseur optique effective à cette fréquence, et la fréquence à laquelle l'atmosphère devient optiquement épaisse pour l'absorption free-free.
3. Quelle est la forme du spectre dans tout le domaine radio?

Rayonnement X d'un quasar

On observe le rayonnement X d'un quasar et on se demande s'il s'agit de rayonnement synchrotron ou de Compton. Pour cela, on va comparer la densité d'énergie magnétique et la densité d'énergie radiative dans la source (pourquoi?). On dispose des renseignements suivants:

Distance du quasar: 10^9 années-lumière (comment peut-on la déterminer?)

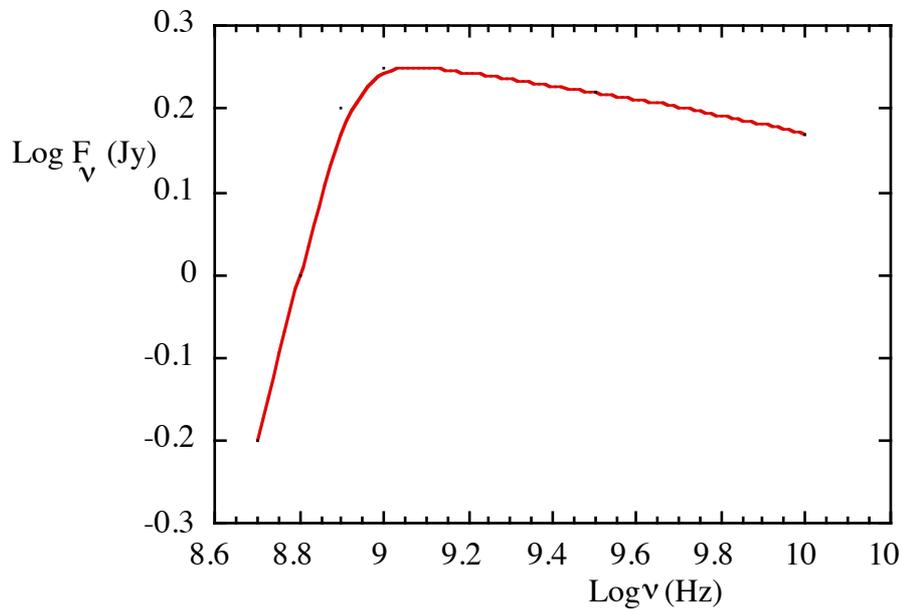
Rayon de la source X: 10^{13} m (déterminé grâce à la variabilité)

Flux observé à la terre: $F_{\nu} = 10^{-18} \nu^{-0.5}$ W m⁻² Hz⁻¹ entre 1 keV et 50 keV

1. Calculer la luminosité de la source (on la supposera restreinte au domaine de longueur d'onde observé).
2. Supposant l'intensité isotrope et constante à la surface de la source, calculer la densité d'énergie radiative. En déduire le champ magnétique en Gauss, correspondant à l'équipartition entre l'énergie radiative et l'énergie magnétique (on aura intérêt pour à se placer dans le système CGS).
3. S'il s'agit de rayonnement synchrotron, on sait que le champ magnétique a au moins la valeur déterminée précédemment. Calculer pour cette valeur la densité d'énergie dans les électrons relativistes. Pour cela on supposera la source sphérique et on en déduira à l'aide du spectre X observé le nombre N_0 d'électrons relativistes par unité de volume et leur densité d'énergie. Pourquoi est-il peu plausible que le rayonnement X soit synchrotron?

Rayonnement radio d'une nébuleuse

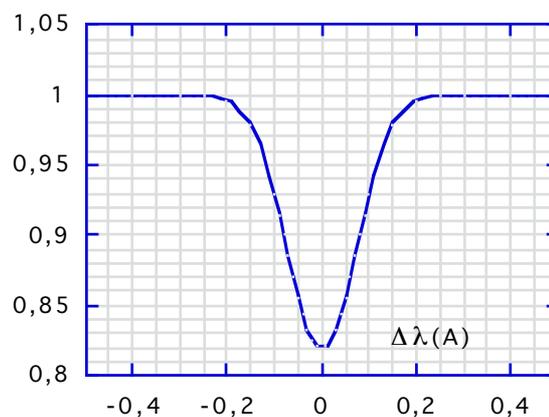
On observe une région HII avec un radiotélescope et on obtient le spectre suivant:



De quel mécanisme d'émission s'agit-il? La région HII a une dimension angulaire de $1'$, plus grande que l'ouverture du radiotélescope, qui a un diamètre angulaire égal à $20''$. On sait par ailleurs (comment? Mentionnez une façon de déterminer cette distance) que la distance de la région HII est de 100pc. Supposant la région HII homogène et constituée seulement d'hydrogène, déterminer la température (d'agitation thermique) du gaz et la densité. On posera le facteur de Gaunt égal à 10. (On pourra par exemple déterminer la température avec la partie de gauche du spectre, puis la densité avec la fréquence de « cassure », une fois connue l'épaisseur, qu'on peut estimer approximativement à partir de la dimension angulaire, en supposant la région HII de forme régulière)

Raie Lyman α intergalactique

On observe la raie $L\alpha$ à 1215 Å d'un nuage intergalactique en absorption dans le spectre d'un quasar (on négligera le redshift). Cette raie a le profil suivant:



1. Déterminez sur la figure l'épaisseur optique au centre de la raie et sa FWHI. Déduisez-en la largeur Doppler de la raie en Angstrom, en km/s et en Hz (on utilisera l'approximation des faibles épaisseurs optiques).
2. Calculez le nombre d'atomes d'hydrogène sur la ligne de visée par unité de surface, ou densité de colonne (on négligera les atomes sur les niveaux excités et les émissions induites)
3. Calculez la température du nuage intergalactique en supposant que la vitesse de turbulence est nulle.

La force d'oscillateur de $L\alpha$ est 0.42, la masse du proton est $1.67 \cdot 10^{-24}$ g.

Self-absorption synchrotron.

Retrouver l'expression de la fréquence de self-absorption synchrotron ν_s en fonction du flux S_ν en Jansky, du demi-diamètre apparent θ de la source synchrotron en seconde d'arc, et du champ magnétique B en Gauss. On prendra $a(p)=0.1$, et $\sin\theta=1$ (attention ce θ n'a rien à voir avec le demi-diamètre apparent).

Etude de la diffusion et de l'absorption dans l'atmosphère d'une étoile chaude.

On considère l'atmosphère d'une étoile chaude. Elle est à l'ETL, $T=5 \cdot 10^4\text{K}$, et $N=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. On suppose qu'elle est constituée uniquement d'hydrogène, et que l'atome d'hydrogène est réduit aux 3 premiers niveaux.

1. Calculer les populations N_1 , N_2 et N_3 et le rapport $N/N(\text{H neutre})$.

2. Expliquer quel est le mécanisme d'absorption de part et d'autre de la discontinuité de Balmer ($\lambda=3646\text{\AA}$), expliquer pourquoi il y a une discontinuité à cette longueur d'onde, et pourquoi elle apparaît en absorption du côté ultraviolet (dans le cas d'une atmosphère réaliste dont la température n'est pas constante). Enfin calculer le coefficient d'absorption à 3646\AA , du côté ultraviolet et du côté bleu de la discontinuité, en utilisant l'expression numérique donnée dans le cours, dans laquelle on pose le facteur de Gaunt égal à l'unité (note: l'absorption free-free est négligée).

3. La diffusion dans les étoiles chaudes n'est pas négligeable. Elle est due aux électrons (diffusion Thomson) dont la section efficace est constante avec la fréquence et égale à $6.65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$. En utilisant l'expression pour le flux à la surface calculée dans le cours avec l'approximation two streams, en présence de diffusion,

$$F_\nu(0) = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} B_\nu(0) \frac{\sqrt{\delta_\nu}}{1 + \sqrt{\delta_\nu}} \quad \text{où} \quad \delta_\nu = \frac{\kappa_\nu}{\sigma_\nu + \kappa_\nu}$$

calculer $F_\nu(0)$ à 3646\AA du côté bleu de la discontinuité, et le facteur de réduction du flux par rapport au cas sans diffusion.

Rappels: poids statistique du niveau n : $g=2n^2$; potentiel d'ionisation du niveau n : $13.6\text{eV}/n^2$.

Appendice: bref rappel de Relativité Restreinte

- facteur de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{(1-\beta^2)^{1/2}} \quad , \text{ avec } \beta = \frac{V}{c}$$

- quantité de mouvement:

$$p = m_0 V \gamma$$

- énergie totale:

$$E = m_0 c^2 \gamma = (p^2 c^2 + m_0^2 c^4)^{1/2}$$

- transformation de Lorentz:

1. transformation des angles:

angle $\theta \Rightarrow$ angle θ'

$$\sin\theta = \frac{\sin\theta'}{\gamma (1 + \beta\cos\theta')}$$

$$\cos\theta = \frac{\beta + \cos\theta'}{1 + \beta\cos\theta'}$$

2. invariance du rayonnement:

$$I(\theta) \Omega = I(\theta') \Omega'$$

QUELQUES OUVRAGES DE REFERENCE

1. OUVRAGES GENERAUX

- Athay, 1972, « Radiation Transport in Spectral Lines», Ed. Reidel: une approche originale du transfert, peu connue.
- Mihalas, 1978, « Stellar Atmospheres», Ed. Freeman and Co: la bible de ceux qui font du transfert....
- Rybicki et Lightman, 1979, « Radiative Processes in Astrophysics», Ed. Wiley and son: livre très physique, peu de transfert, traite surtout des processus de rayonnement à haute énergie.
- Shu, 1991, « The physics of Astrophysics: 1. Radiation», Ed University Science Book: une remarquable introduction.

2. QUELQUES OUVRAGES PLUS SPECIALISES

- Dalgarno et Layzer, 1987, « Spectroscopy of Astrophysical Plasmas», Ed. Springer: sur les raies spectrales et les domaines visible et UV.
- Osterbrock, 1989, « Astrophysics of gaseous nebulae and Active Galactic Nuclei», Ed. University Science Book: les processus d'émission dans les gaz dilués.
- Vershuur et Kellerman, 1988, « Galactic and Extragalactic Astronomy», Ed. Springer: sur les processus dans le domaine radio.
- Zirin, 1988, « Physics of the Sun», Ed. Cambridge University Press: sur les processus dans le Soleil.

ET NE PAS OUBLIER:

- Allen, 1973, « Astrophysical Quantities», troisième édition
- Lang, « Astrophysical formulae»

RAPPEL DES PRINCIPALES HYPOTHESES FAITES DANS CE COURS

- stationnarité, c'est à dire pas de phénomènes dépendant du temps
- isotropie de la fonction source
- milieu plan-parallèle
- fonction de distribution maxwellienne des électrons, même lorsque le milieu considéré n'est pas à l'Equilibre Thermodynamique Local, et température d'agitation thermique identique pour toutes les espèces de particules
- identité des profils d'absorption et d'émission des transitions discrètes
- en général pas de source d'absorption ou d'émission continue dans le transfert des raies
- milieu souvent supposé homogène
- d'autres hypothèses simplificatrices sont faites parfois pour certaines démonstrations (comme les atomes réduits à 2 ou 3 niveaux