maths 5^e

LIVRE DU PROFESSEUR

Sous la direction de **Jacqueline Borréani**

Fabienne Lanata
Collège Pablo Picasso, Harfleur

Guillemette Le Hir-Jomier
Collège Jean de La Fontaine, Bourgtheroulde – IUFM, Rouen

Bernadette Lemetais
Collège Louis Anquetin, Étrépagny – IUFM, Rouen

David Vincent
Collège Arthur Rimbaud, Saint-Aubin-les-Elbeuf – IUFM, Rouen

MAGNARD
www.magnard.fr

ISBN : 2-210-21017-8

SOMMAIRE

PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES 5^e

I. Organisation et gestion de données, fonctions

Contenus	Compétences
1.1. Proportionnalité *[Thèmes de convergence]*	– Compléter un tableau de nombres représentant une relation de proportionnalité dont les données sont fournies partiellement. En particulier, déterminer une quatrième proportionnelle. – Reconnaître si un tableau complet de nombres est ou non un tableau de proportionnalité. – Mettre en oeuvre la proportionnalité dans les cas suivants : comparer des proportions, calculer et utiliser un pourcentage, calculer et utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin, reconnaître un mouvement uniforme à l'existence d'une relation de proportionnalité entre durée et distance parcourue, utiliser cette proportionnalité. *[SVT, Géographie, Physique, Technologie]*
1.2. Expressions littérales *[Thèmes de convergence]*	Utiliser une expression littérale. Produire une expression littérale.
1.3. Activités graphiques Repérage sur une droite graduée. Repérage dans le plan. *[Thèmes de convergence]*	Sur une droite graduée : – lire l'abscisse d'un point donné, – placer un point d'abscisse donnée (exactement ou approximativement, en fonction du contexte) *[SVT, Histoire, Géographie, Physique, Technologie]* – déterminer la distance de deux points d'abscisses données. Dans le plan muni d'un repère orthogonal : – lire les coordonnées d'un point donné, – placer un point de coordonnées données. Connaître et utiliser le vocabulaire : origine, coordonnées, abscisse, ordonnée. *[SVT, Histoire, Géographie, Physique…]*
1.4. Représentation et traitement de données Classes, effectifs. Fréquences. Tableau de données, représentations graphiques de données. *[Thèmes de convergence]*	– Calculer des effectifs et des fréquences. – Regrouper des données en classes d'égale amplitude. *[SVT, Histoire, Géographie, Physique, Technologie]* – Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau, ou d'une représentation graphique (diagrammes divers, histogramme). – Présenter des données sous la forme d'un tableau, les représenter sous la forme d'un diagramme ou d'un histogramme. *[SVT, Histoire, Géographie, Physique, Technologie]*

2. Nombres et calculs

2.1. Nombres entiers et décimaux positifs : calcul, divisibilité sur les entiers Enchaînement d'opérations. Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.	Effectuer une succession d'opérations donnée sous diverses formes (par calcul mental, posé ou instrumenté), uniquement sur des exemples numériques. - Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations. Sur des exemples numériques ou littéraux, utiliser les égalités $k\ (a + b) = ka + kb$ et $k\ (a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.
Division par un décimal.	– Ramener une division dont le diviseur est décimal à une division dont le diviseur est entier et savoir l'effectuer.
Multiples et diviseurs, divisibilité.	– Reconnaître dans des cas simples, si un nombre entier positif est multiple ou diviseur d'un autre nombre entier positif.
2.2. Nombres positifs en écriture fractionnaire : sens et calculs Sens de l'écriture fractionnaire. Ordre. Addition et soustraction. Multiplication.	– Utiliser l'écriture fractionnaire comme expression d'une proportion. – Utiliser sur des exemples numériques des égalités du type $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$. – Comparer deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes et dans le cas où le dénominateur de l'un est un multiple du dénominateur de l'autre. – Additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes et dans le cas où le dénominateur de l'un est un multiple du dénominateur de l'autre. Effectuer le produit de deux nombres écrits sous forme fractionnaire ou décimale, le cas d'entiers étant inclus.

2.3. Nombres relatifs entiers et décimaux : sens et calculs Notion de nombre relatif. Ordre. Addition et soustraction de nombres relatifs. *[Thèmes de convergence]*	– Utiliser la notion d'opposé. Ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale. – Calculer la somme ou la différence de deux nombres relatifs. Calculer, sur des exemples numériques, une expression dans laquelle interviennent uniquement les signes +, – et éventuellement des parenthèses. – Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.
2.4. Équation	– Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.

3. Géométrie

3.1. Figures planes Parallélogramme. Figures simples ayant un centre de symétrie ou des axes de symétrie. Caractérisation angulaire du parallélisme. Triangle : Somme des angles d'un triangle. Construction de triangles et inégalité triangulaire. Cercle circonscrit à un triangle. Médianes et hauteurs d'un triangle.	– Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles) du parallélogramme. – Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux éléments de symétrie) du carré, du rectangle, du losange. *[Technologie]* Construire, sur papier uni, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés. Connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques. Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers d'une triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle. Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire. – Construire un triangle connaissant : • la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents, • les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés, • les longueurs des trois côtés. Sur papier uni, reproduire un angle au compas. – Construire le cercle circonscrit à un triangle. – Connaître et utiliser la définition d'une médiane et d'une hauteur d'un triangle.
3.2 Prismes droits, cylindres de révolution	– Fabriquer un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme et dont les dimensions sont données, en particulier à partir d'un patron. – Fabriquer un cylindre de révolution dont le rayon du cercle de base est donné. – Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de ces deux solides. *[Technologie]*
3.3 Symétrie centrale	– Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un cercle. – Construire ou compléter la figure symétrique d'une figure donnée ou de figures possédant un centre de symétrie à l'aide de la règle (graduée ou non), de l'équerre, du compas, du rapporteur. *[Technologie]*

4. Grandeurs et mesures

4.1. Longueurs, masses, durées	– Calculer le périmètre d'une figure. – Calculer des durées, des horaires.
4.2 Angles	– Maîtriser l'utilisation du rapporteur.
4.3 Aires Parallélogramme, triangle, disque.	– Calculer l'aire d'un parallélogramme. – Calculer l'aire d'un triangle connaissant un côté et la hauteur associée. – Calculer l'aire d'un disque de rayon donné. – Calculer l'aire d'une surface plane ou celle d'un solide, par décomposition en surfaces dont les aires sont facilement calculables.
4.4 Volumes Prisme, cylindre de révolution.	– Calculer le volume d'un prisme droit, en particulier celui d'un parallélépipède rectangle. – Calculer le volume d'un cylindre de révolution, – Effectuer pour des volumes des changements d'unités de mesure. *[Technologie : contrôler des mesures, des dimensions, des pièces]*

I RÈGLES DE CALCUL

*Les transparents n*os *1 et 2 permettent de travailler sur les règles de calcul.*

Le nouveau programme du cycle central mentionne dans la partie *Nombres et calculs*, l'importance de la résolution de problèmes comme c'était déjà le cas en classe de 6e. Les thèmes de convergence offrent alors l'occasion de résoudre de tels problèmes en abordant les six thèmes retenus (Énergie, Environnement et Développement Durable, Météorologie et Climatologie, Mode de pensée statistique dans le regard scientifique sur le monde, Santé, Sécurité).
Dans ce chapitre, mais aussi tout au long de l'année, le professeur trouvera des activités et exercices pour entretenir et développer les compétences en calcul mental, mais aussi contrôler et anticiper des résultats par les calculs d'ordre de grandeur.
L'utilisation raisonnée de la calculatrice et du tableur doit également être poursuivie. La calculatrice permettra d'introduire les priorités de calcul à l'activité 4.
Le niveau 5e constitue le niveau fondamental pour l'introduction du calcul littéral. C'est là que vont se mettre en place les bases de l'algèbre. Il est primordial de commencer par travailler sur les concepts, la construction du sens, avant même d'aborder la technique. La lettre doit apparaître comme outil de preuve et de généralisation. La lettre en tant que nombre et le calcul littéral représentent un véritable saut conceptuel pour les jeunes collégiens et cela impose de prendre du temps. Des jalons devront être posés régulièrement tout au long de l'année.
Parallèlement, l'égalité va changer de statut. Pour l'élève, le signe = est synonyme d'action ; cette interprétation occulte la propriété de symétrie mais aussi explique les difficultés à percevoir « $x + 8$ » comme un « résultat ». Un travail spécifique devra amener l'élève à se construire des représentations correctes du concept d'égalité : égalité toujours vraie appelée encore identité, égalité parfois vraie nommée équation. Les tests d'égalité prennent ici tout leur sens.

Activités

1 Des calculs

Objectifs : Pratiquer le calcul exact sous différentes formes : mental, posé et en employant la calculatrice. Revoir l'associativité de l'addition et de la multiplication. Réactiver la technique de multiplication de deux nombres décimaux apprise en classe de 6e.
Difficultés : Les opérations choisies permettent de pointer certaines difficultés et erreurs classiques des élèves ; par exemple pour le calcul 32,45 + 319,7, on observera l'addition séparée des parties entières et des parties décimales donnant 351,52.
Réponses :

1. a. $17 + 36 + 13 + 4 = 70$ **b.** $13{,}72 + 6 = 19{,}72$ **c.** $58 - 3{,}2 = 54{,}8$
d. $25 \times 76 \times 4 = 7\,600$ **e.** $351{,}8 + 100 = 451{,}8$ **f.** $43{,}9 \times 100 = 4\,390$

2. a. $32{,}45 + 319{,}7 = 352{,}15$ **b.** $402{,}7 - 71{,}8 = 330{,}9$ **c.** $3{,}8 \times 2{,}04 = 7{,}752$

3. a. $4{,}5 \times 6 \times 8{,}2 = 221{,}4$ **b.** $1\,539{,}32 + 6\,880{,}61 = 8\,419{,}93$
c. $451{,}4 : 3{,}05 = 148$

2 Vocabulaire

Objectifs : Réactiver l'utilisation du vocabulaire *somme*, *différence*, *produit* et *quotient*. Pratiquer les ordres de grandeur.
Difficultés : La non-maîtrise du vocabulaire est un handicap évident.
Gestion : Cet exercice peut être donné à chercher à la maison.
Réponses :

Phrase	Calcul	Résultat
La somme de 108 et 7,2.	108 + 7,2	115,2
Le produit de 108 par 7,2.	108 × 7,2	777,6
La différence de 108 et 7,2.	108 – 7,2	100,8
Le quotient de 108 par 7,2.	108 : 7,2	15

❸ Tout un symbole !

Objectifs : En tout début d'année, cette activité est une bonne évaluation diagnostique du sens donné par les élèves au signe « = ». Elle permet une première approche des différents statuts de ce symbole. Dans ce chapitre, il aura par exemple le statut d'identité à travers l'égalité littérale $k(a + b) = ka + kb$ qui est toujours vraie, mais il sera aussi rencontré dans le cadre des équations où se pose alors la question de la valeur de vérité d'une égalité. Se cache aussi le problème des quantificateurs.
Cette activité permet également de réactiver plusieurs acquis de la classe de 6^{e}, comme la distinction des notations (AB) et AB, ou encore l'égalité des nombres en écriture fractionnaire.
Difficultés : Les élèves ont tendance à penser que le symbole = n'est utilisé que pour annoncer un résultat, comme 13 + 2 = 15. La symétrie de l'égalité n'est donc pas évidente pour eux. La présence de lettres dans l'égalité est également une difficulté.
Gestion : Le travail peut être d'abord individuel puis en groupes afin de confronter les différents points de vue. Le professeur collecte les réponses puis au cours suivant, l'ensemble des formulations peut être rétroprojeté. Un échange peut être mené pour choisir les expressions les plus appropriées selon les égalités. L'exercice 18 p. 16 et l'exercice 81 ① p. 23 sont un prolongement possible en devoir maison de cette activité.
Réponses :
1. Les dix écritures comportent le symbole « = ». Il y a des nombres entiers, des nombres fractionnaires, des lettres en minuscule, des lettres en majuscule.
2. Plusieurs expressions peuvent être utilisées :
fait / font, donne, est pareil que, c'est la même chose que, revient à, est le résultat de, représente, correspond à, c'est comme, équivaut à, est équivalent à, vaut.

❹ Juste, la calculatrice ?

Objectifs : La calculatrice sert d'outil d'apprentissage à l'usage des parenthèses et aux priorités des calculs.
Difficultés : Celles découlant de la lecture des tableaux et de l'utilisation de la calculatrice.
Gestion : Le travail est individuel ou par petits groupes. Il est possible de partir des calculatrices des élèves.
Réponses :
1. Les cases cherchées sont grisées.

Calcul	Nombres affichés									Réponse	Type calculatrice
6 + 8 – 4 + 5 – 1	6	8	**14**	4	**10**	5	**15**	1	**14**	14 Juste	❶ et ❷

2. a. La calculatrice ❶ effectue les calculs dans l'ordre dans lequel elle rencontre les nombres.
La calculatrice ❷ effectue en premier la multiplication puis l'addition.
b. La personne C a commencé par taper la multiplication.
3. *Règle 1 :* En présence uniquement d'additions et de soustractions, on effectue les calculs de proche en proche, de la gauche vers la droite.
Règle 2 : Il faut effectuer les multiplications et les divisions en premier, puis les additions et les soustractions.

❺ Cinéma et lecture

Objectifs : Travailler sur la résolution de problèmes et donner du sens aux opérations. Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations.
Difficultés : L'utilisation des parenthèses n'est pas évidente pour les élèves.
Gestion : Recherche individuelle suivie d'une mise en commun. Au tableau, la correction de la deuxième question pourra être menée en partant de la dernière égalité « 80 – 36 = 44 » puis en effaçant le nombre 36 pour le remplacer par « (4 × 9) ». De même, le nombre 9 sera ensuite remplacé par « (7 + 2) ». Une discussion sur la nécessité des parenthèses est alors lancée.
Réponses :
1. Le calcul 7 + 2 = 9 permet de trouver la somme dépensée par Ophélie chaque semaine.
Le calcul 4 × 9 = 36 permet de trouver la somme dépensée par Ophélie chaque mois.
Le calcul 80 – 36 = 44 permet de déterminer la somme restante.
2. En une expression : 80 – 4 × (7 + 2) = 44.

6 Économie !

Objectifs : Cette activité offre la possibilité d'entretenir le vocabulaire *somme*, *produit* mais surtout d'introduire la lettre pour désigner un nombre variable.
Difficultés : L'utilisation de la lettre pour désigner un nombre n'est pas naturelle pour l'élève.
Gestion : Un travail de groupe peut être mis en place.
Réponses : Utilisation de la lettre : $2 \times x + 4$ où x est égal successivement à 3 ; 7 ; 5,5 ; 10 ; 1,4 ; 50 ; 9 et 23. En faisant une phrase : *La somme de 4 et du produit de 2 par un nombre qui change et qui vaut successivement 3 ; 7 ; 5,5 ; 10 ; 1,4 ; 50 ; 9 et 23.*

7 De nouvelles égalités

Objectifs : Obtenir dans deux situations différentes des égalités permettant ensuite d'établir une conjecture sur les règles de distributivité.
Difficultés : En remarquant que $99 = 100 - 1$, de nombreux élèves remplacent 68×99 par $68 \times 100 - 1$. La décomposition de la multiplication en additions itératives peut éviter cet écueil.
Gestion : La gestion est individuelle avec des temps de mise en commun. Le professeur pourra lister au tableau les égalités au fur et à mesure de leur obtention.
Réponses :
1. Dans la première expression, (2,30 + 0,70) représente la somme dépensée pour le repas par personne. Le produit par 6 permet de trouver la somme dépensée par les 6 personnes.
Dans la deuxième expression, $6 \times 2{,}30$ représente la somme dépensée pour les six sandwiches et $6 \times 0{,}70$ représente la somme dépensée pour les six bouteilles d'eau. En additionnant les deux, on obtient la somme dépensée par les six personnes pour le repas.
Égalité : $6 \times (2{,}30 + 0{,}70) = 6 \times 2{,}30 + 6 \times 0{,}70$
2. a. $68 \times 100 = 6\,800$ donc $68 \times 99 = 6\,800 - 68 = 6\,732$
Égalité : $68 \times 99 = 68 \times 100 - 68$ ou encore $68 \times (100 - 1) = 68 \times 100 - 68 \times 1$
b. $37 \times 101 = 37 \times 100 + 37 = 3\,737$ $\quad 26 \times 19 = 26 \times 20 - 26 = 494$
3. a. $8 \times 17 + 8 \times 3 = 8 \times (17 + 3)$ **b.** $6{,}2 \times 14 - 6{,}2 \times 4 = 6{,}2 \times (14 - 4)$
c. $15 \times (2 + 10) = 15 \times 2 + 15 \times 10$ **d.** $46 \times (100 - 1) = 46 \times 100 - 46 \times 1$

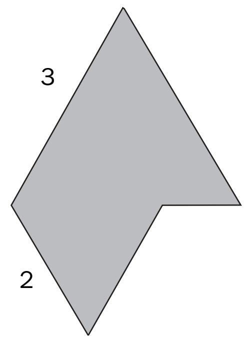
8 Programmes de calcul

Objectifs : Utiliser la lettre en tant que nombre généralisé. Introduire le calcul littéral comme outil de démonstration. Présenter la notion de contre-exemple comme moyen simple d'invalider un résultat.
Difficultés : Celles inhérentes au calcul numérique, au vocabulaire *décuple*, *retrancher* (souvent interprété comme division) mais ensuite celles liées au saut conceptuel lors du passage au calcul littéral.
Gestion : Une phase individuelle permet à chaque élève de s'approprier la situation. Ensuite un travail par groupes de 3 ou 4 est proposé avec production d'une affiche ou d'un transparent. Un débat autour de ces réponses est mené par le professeur d'où se dégageront les résultats suivants :
- un contre-exemple invalide la conjecture établie pour le programme 1,
- quelques exemples ne suffisent pas à prouver ce qui est observé au programme 2.

Le professeur propose alors un nouvel outil : le calcul littéral qui prend ici tout son sens.
Réponses :
1. Programme 1 :
$$(1 \times 1 + 35 - 10 \times 1) \times 1 \times 1 + 24 - 50 \times 1 = 0$$
$$(2 \times 2 + 35 - 10 \times 2) \times 2 \times 2 + 24 - 50 \times 2 = 0$$
$$(3 \times 3 + 35 - 10 \times 3) \times 3 \times 3 + 24 - 50 \times 3 = 0$$
Programme 2 :
$$(1 + 3) \times 2 - 1 - 6 = 1$$
$$(2 + 3) \times 2 - 2 - 6 = 2$$
$$(3 + 3) \times 2 - 3 - 6 = 3$$
2. Le programme 1 donne 0 pour les nombres 1, 2, 3 et 4 et le programme 2 donne le nombre de départ.
3. La remarque pour le programme 1 n'est pas toujours vraie ; il suffit de choisir le nombre 5, le résultat est alors 24.
Le programme 2 semble toujours vrai. Pour le prouver, appliquons le programme au nombre x :
$(x + 3) \times 2 - x - 6 = x$

9 Une jolie famille

Objectifs : Utiliser la lettre pour généraliser une situation. Revoir la non-additivité des périmètres.
Difficultés : Les élèves pourront avoir des difficultés à déterminer la longueur du segment ne correspondant pas à un côté des triangles et à prouver qu'elle est toujours égale à 1.
Selon les activités réalisées en amont de celle-ci, le recours à la lettre pour désigner le côté du petit triangle sera plus ou moins facilité.
Gestion : Après un temps de recherche individuelle d'une dizaine de minutes, les élèves pourront être regroupés par 3 ou 4 avec la consigne de rédiger une affiche.
Réponses :
1. Exemple de réponse : $\mathcal{P} = 3 + 3 + 1 + 2 + 2 = 11$
2. En appelant x la longueur du petit côté, le périmètre de n'importe quelle figure est :
$x + x + (x + 1) + (x + 1) + 1 = 4\,x + 3$
Remarque : Avant d'introduire la lettre, on pourra accepter des réponses telles que 4 fois la longueur du petit côté plus 3.



10 Ombre et lumière

Objectifs : Manipuler les écritures littérales. Tester des égalités. Donner les conventions d'écriture.
Difficultés : La pratique du calcul littéral est une nouveauté pour les élèves de 5^{e} et obtenir comme résultat final une expression telle que $8\,800 - 80 \times x$ les perturbe.
Selon la place de cette activité par rapport à la progression sur le calcul littéral, on pourra s'en tenir à une conjecture des égalités à la question 2 ou bien prouver ces égalités.
Réponses :
1. Exemple avec $x = 1$:
❶ $(110 - 1) \times 80 = 8\,720$ ❷ $(110 \times 80) - (1 \times 80) = 8\,720$
❸ $110 \times 80 - 1 = 8\,799$ ❹ $80 \times 110 - (1 \times 80) = 8\,720$
❺ $110 - 1 = 109$ ❻ $110 - 80 \times 1 = 30$ ❼ $8\,800 - 80 \times 1 = 8\,720$
2. Les expressions ❶, ❷, ❹ et ❼ semblent égales.

Corrections des exercices

Exercices d'application

PRIORITÉ DES CALCULS

Exercices 1 à 12 : ces exercices proposent de mettre en œuvre les règles de priorité des opérations.

❶ **a.** $4 + 3 \times 8$ **b.** $28 : (7 - 3)$
c. $43 - (8 + 5)$ **d.** $5 \times 1,2 - (0,8 + 1,9)$

❷ A = 10 B = 62 C = 55 D = 10

❸ A = 16,5 B = 5 C = 12 D = 21
E = 32,2 F = 380 G = 66

❹ *Les élèves devront d'autant plus être attentifs aux priorités que les nombres employés sont les mêmes pour les calculs a, c et e.*
a. 4 **b.** 16 **c.** 6 **d.** 5 **e.** 11 **f.** 150.

❺ **a.** 19 **b.** 32 **c.** 16 **d.** 0 **e.** 10 **f.** 6.

❻ *La capacité à anticiper des résultats par des calculs mentaux approchés est visée particulièrement dans cet exercice mais le professeur devra veiller à la mobiliser régulièrement.*

	Calcul a	Calcul b	Calcul c
Ordre de grandeur	200	150	6
Valeur exacte	205,205	150,36	6,5142

Exercices 7 et 8 : il s'agit de travailler la compétence du programme : « Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations. »

❼ **a.** $(16 - 7) \times 5 = 45$
b. $(3 + 12) \times (55 - 51) = 60$
c. $(4 \times 7 - 13) \times 10 - 37 = 113$
d. $(17 + 6 + 27) \times 2 : 25 = 4$

❽ $\boxed{3}\ \boxed{\times}\ \boxed{(}\ \boxed{2}\ \boxed{4}\ \boxed{-}\ \boxed{1}\ \boxed{8}\ \boxed{)}\ \boxed{-}\ \boxed{3}\ \boxed{=}$

❾ **a.** $6\,(4 - 1,2)$ **b.** $8 \times 11 + 5x$ **c.** $2\,\pi\,r$
d. $5a + (6 - 4)\,(5 - 1)$ **e.** $3x + 8y - 2 \times 4$
f. $(3 - 2y)9$

Exercices 10 à 12 : travail autour de la valeur numérique d'une écriture littérale. À l'exercice 11, les deux questions sont équivalentes mais volontairement formulées différemment.

11 **1.** A = 4 × 8 + (5 + 2) × 3
A = 53
2. A = 4 × 2,5 + (6 + 2) × 3
A = 34

12

a	6	2,5	4,7
b	2	0	3,8
c	3	4	100
$a + b \times c$	12	2,5	384,7
$a \times b + c$	15	4	117,86
$(a + b) \times c$	24	10	850

SOMME, DIFFÉRENCE, PRODUIT

13 *L'objectif de cet exercice est de distinguer le sens courant de quatre mots de leur sens mathématique.*
Exemple de réponses :
• La *somme* rendue par le distributeur de boissons est en pièces de 5 centimes. On peut également évoquer le département de la *Somme*.
La *somme* des nombres 13 et 9 est inférieure à 25.
• Le *produit* pour nettoyer la vaisselle sent bon la pomme.
12 est le *produit* de 3 par 4.

Exercices 14 à 16 : reconnaître une somme, une différence, un produit. Le point méthode page 16 propose une aide pour les élèves.

14 **a.** 17,71 est la *somme* de 15,3 et 2,41.
b. 196 est le *produit* de 28 par 7.
c. 12,89 est la *différence* de 15,3 et 2,41.
d. Les *termes* de la somme sont 15,3 et 2,41.
e. 28 et 7 sont les *facteurs* du produit.

15 **a.** $\boxed{18} + \boxed{35}$ est une somme.
b. $\boxed{25} \times \boxed{6}$ est un produit.
c. $\boxed{7} \times \boxed{(3 + 9)}$ est un produit.
d. $\boxed{67} + \boxed{2 \times 5}$ est une somme.

16 **1. a.** 17 + 4 × 13 **b.** 5 × (12 – 8) **c.** 4 × 11 + 25.
2. a. La différence de 23 et du produit de 2 par 6.
b. Le produit de la somme de 9 et 5 par 3.
c. La somme du produit de 3 par 7 et du produit de 8 par 9.

17 **a.** $a - 3$
b. $2 \times x$
c. $a + 7 \times b$
d. $3 \times x - y : 2$
e. Par exemple : $n \times (n + 1)$ avec n entier.

ÉGALITÉ

18 *Cet exercice prolonge l'activité 3 page 8.*
a. La somme de 14 et 52 fait 66.
b. 45 est le produit de 5 par 9.
c. 1 min c'est pareil que 60 s.
d. 4 fois un certain nombre fait 0,8.

19 *Dans cet exercice, le signe « = » n'est pas à lire de manière dynamique puisque les deux membres contiennent des suites de calculs ; ils sont deux écritures d'un même nombre dans les cas* **2** *et* **3**.
1 Faux **2** Vrai **3** Vrai **4** Faux

20 *Contrairement à ce qui était pratiqué en classe de 6e, l'utilisation des parenthèses est réfléchie et l'élève doit repérer le caractère indispensable de celles-ci.*
a. 4 × (8 + 3) = 44
b. (3 + 6) × 4 – 7 = 29
c. 2 × (14 + 6) : (4 × 2,5) = 4
d. 10 × (2 × (6 – 1,2) + 5,1) = 147

21 *Cet exercice pointe une erreur commune concernant l'écriture d'égalités. Seule la dernière égalité est vraie.*
Le résultat d'Emma est juste mais elle utilise mal le symbole « = ».

Exercices 22 à 29 : le concept d'équation est sous-jacent dans ces exercices. À l'exercice 23, il n'est pas demandé de trouver la solution des équations mais le calcul donnant cette solution ; ce qui peut entraîner des erreurs de respect de consigne. Ces exercices peuvent être prolongés par du calcul mental.

22 **a.** 26 + **43** = 69 **b.** **0,1** × 4 = 0,4
c. **45** + 38 = 83 **d.** 54 – **31** = 23
e. 7 × **11** = 77 **f.** **84** – 26 = 58

23 **a.** x = 34 – 15 **b.** x = 2,5 : 5
c. x = 7 – 2,3 **d.** x = 45 – 27
e. x = 39 : 13 **f.** x = 43 + 21

24 A = 100 + 100 + 50 – 70
A = 180
A + B + 5 = 450
A + B = 445
180 + B = 445
B = 445 – 180
B = 265

25 **a.** 34 × (2,1 – 1,6) = 34 × 2,1 – 34 × 1,6
b. 7,5 × 8 + 7,5 × 2 = 7, 5 × (8 + 2)
c. 23 × 4,7 + 23 × 5,3 = 23 × (4,7 + 5,3)
d. 9 + 9 × 3 = 9 × (1 + 3)

26 *Il s'agit de prouver si une égalité est toujours vraie ou pas. Un contre-exemple ou un raisonnement sur la priorité des calculs est nécessaire dans le premier cas. Dans le deuxième cas, l'égalité est une identité.*
L'égalité $3 + 5 \times x = 8 \times x$ n'est pas vraie pour tous les nombres x. Contre-exemple en prenant x égal à 0.
L'égalité $4 \times x \times 3 = 12 \times x$ est vraie pour tous les nombres x. Car on peut changer l'ordre des facteurs lorsqu'il n'y a que des multiplications.

27 Pour $a = 1 : 3 + 1 \times 8 = 11$. L'égalité n'est pas vraie pour $a = 1$.
Pour $a = 0{,}5 : 3 + 0{,}5 \times 8 = 7$. L'égalité est vraie pour $a = 0{,}5$.

28 **a.** L'égalité est vraie pour $x = 0{,}5$.
b. L'égalité est vraie pour $x = 4$.
c. L'égalité est vraie pour $x = 5{,}5$.

29 *L'utilisation d'un tableur permet de tester de nombreuses valeurs. La solution de l'équation n'est pas évidente afin de procéder à plusieurs essais tout en dégageant une stratégie.*
1. La formule ❸ doit être saisie dans la cellule B2.
Remarque : la formule 1 ne commence pas par le signe « = » donc n'est pas une formule utilisable par le tableur.
2. La valeur de a qui rend vraie l'égalité $3 + a \times 8 = 20$ est 2,125.

DISTRIBUTIVITÉ

Exercices 30 à 34 : application des règles de distributivité dans les deux sens et sur des valeurs numériques.

30 $7 \times 11 + 7 \times 24 = 7 \times (11 + 24)$
$11 \times (24 - 7) = 11 \times 24 - 11 \times 7$
$24 \times 6 - 24 \times 5{,}5 = 24 \times (6 - 5{,}5)$
$24 \times (7 + 11) = 24 \times 7 + 24 \times 11$

31 $A = 3{,}5 \times (10 + 2)$
$A = 3{,}5 \times 10 + 3{,}5 \times 2$
$A = 42$

$B = (20 + 1) \times 14$
$B = 20 \times 14 + 1 \times 14$
$B = 294$

$C = 4{,}8 \times (100 - 10)$
$C = 4{,}8 \times 100 - 4{,}8 \times 10$
$C = 432$

$D = 25 \times (0{,}1 + 4)$
$D = 25 \times 0{,}1 + 25 \times 4$
$D = 102{,}5$

32 $A = 14 \times 3 + 14 \times 7$
$A = 14 \times (3 + 7)$
$A = 140$

$B = 23{,}2 \times 4{,}6 - 13{,}2 \times 4{,}6$
$B = (23{,}2 - 13{,}2) \times 4{,}6$
$B = 46$

$C = 8{,}9 \times 4{,}1 - 6{,}9 \times 4{,}1$
$C = (8{,}9 - 6{,}9) \times 4{,}1$
$C = 8{,}2$

$D = 5{,}09 \times 0{,}8 + 5{,}09 \times 0{,}2$
$D = 5{,}09 \times (0{,}8 + 0{,}2)$
$D = 5{,}09$

33 **a.** 407 **b.** 12,4 **c.** 228 **d.** 43 **e.** 5 353 **f.** 120

34 **a.** 30 **b.** 144 **c.** 120 **d.** 100 **e.** 31,5 **f.** 551

35 *Visualisation géométrique de la règle de distributivité.*
$\mathcal{A} = (7 + 4) \times 3 = 33$
$\mathcal{A} = 7 \times 3 + 4 \times 3 = 33$
L'aire vaut 33 cm^2.

36 **a.** $6 \times z + 6 \times 3 = 6 \times (z + 3)$
b. $c \times x - c \times t = c \times (x - t)$
c. $8a + 24 = 8 \times (a + 3)$
d. $8\pi + 2\pi r = 2\pi \times (4 + r)$

37 **a.** $12a + 5a = 17a$ **b.** $7t + t = 8t$
c. $8x + 3x - 4x = 7x$
d. $1 \times x + 3 \times y + 0 \times z = x + 3y$
e. $26a + 4$ **f.** $n + 2 + n + n + 5 = 3n + 7$

ÉCRITURES AVEC DES LETTRES

38 *Cet exercice reprend l'activité 6 page 9.*
Utilisation de la lettre : $5 + 3 \times x$ ou x est égal successivement à 6 ; 9 ; 0,2 ; 4,5 ; 11 ; 7,4 ; 41 et 26.
En faisant une phrase : *La somme de 5 et du produit de 3 par un nombre qui change et qui vaut successivement 6 ; 9 ; 0,2 ; 4,5 ; 11 ; 7,4 ; 41 et 26.*

Exercices 39 à 42 : ces exercices illustrent l'emploi de la lettre comme moyen d'écrire des formules.

39 En 2 années : 2×250 mL = 500 mL
En 5 années : 5×250 mL = 1 250 mL
En n années : $n \times 250$ mL

40 **1.** $\mathcal{P} = (x + 7) \times 2$
2. Pour $x = 1$ cm, $\mathcal{P} = 16$ cm.
Pour $x = 2$ cm, $\mathcal{P} = 18$ cm.
Pour $x = 3$ cm, $\mathcal{P} = 20$ cm.
Pour $x = 4$ cm, $\mathcal{P} = 22$ cm.
Pour $x = 5$ cm, $\mathcal{P} = 24$ cm.

41 **1.** Bilal a utilisé la formule : $x + 3$.
2. La deuxième formule est : $x \times 2{,}5$.

42 **1.** $(5 \times 3 + 10) \times 2 = 50$
2. $(1{,}5 \times 3 + 10) \times 2 = 29$ et $(12 \times 3 + 10) \times 2 = 92$
3. $(x \times 3 + 10) \times 2$

Exercices 43 et 44 : il s'agit d'installer les premières bases du calcul littéral.

43 Les expressions ❶ et ❹ correspondent au périmètre du rectangle rose.
Les expressions ❸ et ❺ correspondent au périmètre du rectangle jaune.
L'expression ❻ correspond à l'aire du rectangle rose.
L'expression ❷ correspond à l'aire du rectangle jaune.

44 **a.** $4 \times 5x = 20\,x$ **b.** $3a \times 7 = 21a$
c. $8 + 2x$ **d.** $9{,}1t \times 0 = 0$
e. $6b \times 3b = 18b^2$ **f.** $8x + 4x = 12x$

PROBLÈMES

Exercices 45 à 51 : comme en classe de 6^e, le programme insiste sur la résolution de problèmes et sur le sens donné aux opérations. Le professeur devra s'assurer de la compréhension par les élèves du mot « expression ».

45 ❶ b ❷ d ❸ c ❹ a

46 $(599 \times 15 + 79 \times 2) - 1\,000 = 8\,143$
La somme restant à payer s'élève à 8 143 €.

47 **1.** et **2.** $(34\,561 - 18\,903) : 100 \times 5{,}4 \times 1{,}02 \approx 862$
Pour l'année écoulée, la dépense en carburant s'élève à environ 862 €.

48 **1.** $2\,900 - 250 : 5 \times 20 = 1\,900$
Après avoir mangé un paquet de bonbons, 1 900 kcal sont encore nécessaires pour la journée.
2. Le paquet de bonbons représente 1 000 kcal soit le tiers de 3 000 kcal.

49 $1\,000 \times (5{,}74 + 7{,}80 + 7{,}50) = 21\,040$
La masse totale s'élève à 21 040 g soit environ 21 kg.

50 $593 : 25 + 3 - 2 - 10 = 14{,}72$
Chaque élève devra débourser 14,72 €.

51 ❶ Léa achète par correspondance un tee-shirt, trois shorts et deux pantacourts. Combien va-t-elle payer ?
❷ Pour partir en vacances, Amin achète pour chacun de ses quatre enfants un tee-shirt et un short et s'offre un pantalon et un sweat. À combien s'élève sa dépense ?
❸ Brice a reçu ses étrennes : 150 €. Il s'achète deux sweat et trois tee-shirt. Combien lui reste-t-il d'argent ?

Exercices d'approfondissement

POUR ALLER PLUS LOIN

52 A = 59,8 B = 20,4 C = 28 D = 28

53

	1	2	3	4	5
A	6	7	5	1	
B	3	2		4	3
C	6	0		5	6
D			3	1	

54 $5 + 5 : 5 - 5 = 1$

55 Les expressions ❶ et ❹ sont des sommes.
Les expressions ❷, ❸ et ❻ sont des produits.
L'expression ❺ est une différence.

56

x	y	z	$x : y + z$	$x : (y + z)$	$x + y - x \times z$
3,2	4	2	2,8	$\frac{3{,}2}{6} \approx 0{,}53$	0,8
1,8	6	3	3,3	0,2	2,4
10	2	0,5	5,5	4	7

57 **a.** $3 \times 4 + 8 : 2 = 16$ **b.** $3 - 4 : 8 - 2 = 0{,}5$
c. $3 \times (4 + 8) : 2 = 18$ **d.** $(3 + 4) \times (8 + 2) = 70$

58 **a.** $3 + 5 \times 6 = 33$ **b.** $3 : 6 + 5 = 5{,}5$
c. $6 - 5 + 3 = 4$

59 **a.** $2 \times (7 + 5) = 24$ **b.** $(53 - 9) : 2 = 22$
c. $8 + 5 \times 3 = 23$ **d.** $3 \times (5{,}2 + 1{,}8) = 21$

60 **a.** $4 \times (8 + 5) - 2 = 5 \times 10$
ou $4 \times (8 + 5) - 2 = 25 \times 2$
b. $3 \times 6 + 2 \times 11 = 30 + 10$
ou $3 \times 6 + 2 \times 11 = 21{,}5 + 18{,}5$

61 A + 150 = B et A + B = 700.
Donc A + A + 150 = 700 d'où A = 275 et B = 425.

62 **1.** $3 \times x + 4 = 10$ **2.** $7 \times a \times 3 = 21 \times a$

63 Les égalités ❷, ❸ et ❺ sont vraies.

64 *Différentes techniques de calcul réfléchi se côtoient dans cet exercice : utilisation des règles de distributivité, associativité et commutativité de la multiplication.*
a. $47 \times 60 = \mathbf{47} \times \mathbf{30} \times 2 = 2\,820$
b. $470 \times 30 = 10 \times \mathbf{47} \times \mathbf{30} = 14\,100$
c. $470 \times 60 = 10 \times \mathbf{47} \times \mathbf{30} \times 2 = 28\,200$
d. $47 \times 31 = \mathbf{47} \times \mathbf{30} + 47 = 1\,457$
e. $48 \times 30 = \mathbf{47} \times \mathbf{30} + 30 = 1\,440$

65 $365 \times 4 \times (100 + 5 \times 2) = 160\,600$
En une année, cette famille pourrait économiser 160 600 L d'eau.

66 *Difficultés liées aux grands nombres.*
1. $84\,000\,000 \times 158 \times 9 = 119\,448\,000\,000$
La distance parcourue serait de 119 448 000 000 cm, soit 1 194 480 km.
2. $1\,194\,480 : 384\,402 \approx 3$
Chaque jour, la distance Terre-Lune serait approximativement parcourue 3 fois !

67 L'intrus est l'expression ❹.

68 $14 \times (a + 2) = 14 \times a + 14 \times 2 = 37$

69 La façon de prouver ici l'égalité A = B consiste à montrer que A = C et que B = C.
$A = 3 \times (x + 5) + 2 \times (x + 1) - 7 = 5 \times x + 10$
$B = 3 \times x - 2 \times x + 4 \times (x + 1) + 6 = 5 \times x + 10$
Donc A = B.

Exercices 70 et 71 : la lettre passe du statut de variable au statut d'inconnue. Ces exercices peuvent être prolongés par le tracé de graphiques.

70 **1.** $\mathcal{P} = 12 \times x + 14$
2. Pour $x = 3$ cm, $\mathcal{P} = 50$ cm et pour $x = 6$ cm, $\mathcal{P} = 86$ cm.
3. Le périmètre vaut 32 cm pour $x = 1{,}5$ cm.
4. $\mathcal{A} = 7 \times 6 \times x = 42 \times x$
5. Pour $x = 3$ cm, $\mathcal{A} = 126\ \text{cm}^2$ et pour $x = 6$ cm, $\mathcal{A} = 252\ \text{cm}^2$.
6. L'aire vaut 159,6 cm^2 pour $x = 3{,}8$ cm.

71 **1.** $\mathcal{P} = 3 + 6 + 3 + 9 + 6 + 15 + 6 + 6 = 54$
2. $\mathcal{P} = x + 2x + x + 3x + 2x + 5x + 2x + 2x$
3. $\mathcal{P} = 18 \times x$
4. Pour $x = 5$ cm, $\mathcal{P} = 90$ cm et pour $x = 8$ cm, $\mathcal{P} = 144$ cm.

POUR DÉBATTRE ET ARGUMENTER

72 *Les élèves réinvestissent la méthode découverte à l'activité 8.*
1. Programme 1 :
$(1 \times 1 + 16 - 6 \times 1) \times 1 - 6 = 5$
$(2 \times 2 + 16 - 6 \times 2) \times 2 - 6 = 10$
$(3 \times 3 + 16 - 6 \times 3) \times 3 - 6 = 15$

Programme 2 :
$(1 \times 2 + 4) \times 2{,}5 - 10 = 5$
$(2 \times 2 + 4) \times 2{,}5 - 10 = 10$
$(3 \times 2 + 4) \times 2{,}5 - 10 = 15$
2. Les deux programmes aboutissent aux mêmes résultats lorsque le nombre de départ est 1 ou 2 ou 3.
Un 4e nombre permet de montrer que cette remarque n'est pas toujours vraie. Par exemple, avec le nombre 5 :
Programme 1 : $(5 \times 5 + 16 - 6 \times 5) \times 5 - 6 = 49$
Programme 2 : $(5 \times 2 + 4) \times 2{,}5 - 10 = 25$

73 *Les élèves ont à montrer que deux programmes sont équivalents ; le calcul littéral et la notion d'égalité toujours vraie sont abordés dans cet exercice.*
1. Programme 1 :
$(1 \times 3 + 10) \times 6 = 78$
$(2 \times 3 + 10) \times 6 = 96$
$(3 \times 3 + 10) \times 6 = 114$
Programme 2 :
$(1 \times 9 + 30) \times 2 = 78$
$(2 \times 9 + 30) \times 2 = 96$
$(3 \times 9 + 30) \times 2 = 114$
2. Les deux programmes aboutissent aux mêmes résultats lorsque le nombre de départ est 1 ou 2 ou 3.
Cette remarque est toujours vraie.
$(x \times 3 + 10) \times 6 = 18\,x + 60$
$(x \times 9 + 30) \times 2 = 18\,x + 60$

74 *Les quantificateurs sont clairement explicités dans cet exercice. Un débat de classe peut être instauré pour chaque énoncé après un temps de recherche individuelle.*
Les énoncés ❶, ❸ et ❹ sont toujours vrais.

75 *L'écriture $7 \times n$ pour désigner un multiple de 7 est une première difficulté.*
Soit n et p deux entiers quelconques. $7 \times n$ et $7 \times p$ sont deux multiples de 7.
$7 \times n + 7 \times p = 7 \times (n + p)$
$n + p$ est un nombre entier donc $7 \times (n + p)$ est un multiple de 7.
La somme de deux multiples de 7 est un multiple de 7.

76 *Cet exercice permet d'aborder la notion de contre-exemple dès le début d'année puisque les concepts abordés sont ceux de 6e.*
Le produit de deux nombres n'est pas toujours supérieur à la somme de ces deux nombres. Exemple avec les nombres 8 et 0,5.

77 **1.** Le périmètre du cerf-volant est : $2x + 18$.
2. Le périmètre du pentagone EFGHI est : $2x + 18$.
3. Les deux figures ont le même périmètre $2x + 18$.

78 **1.** $3 + 7 + 10 + 17 + 27 + 44 = 108$
$4 \times 27 = 108$
Nous pouvons écrire l'égalité
$3 + 7 + 10 + 17 + 27 + 44 = 4 \times 27$.
2. Liste : 3 8 11 19 30 49
$3 + 8 + 11 + 19 + 30 + 49 = 120 = 4 \times 30$
3. Liste : 10 5 15 20 35 55
$10 + 5 + 15 + 20 + 35 + 55 = 140 = 4 \times 35$
4. Liste : n p $n + p$ $n + 2p$ $2n + 3p$ $3n + 5p$
$n + p + n + p + n + 2p + 2n + 3p + 3n + 5p = 8n + 12p$
$4 \times (2n + 3p) = 8n + 12p$

DEVOIRS À LA MAISON

79 ① **a.** ? = 24 – 7 **b.** ? = 74 – 57
c. ? = 32 + 48 **d.** ? = 39 – 23
e. ? = 75 : 25 **f.** ? = 8,4 : 12
② $50 - 2 \times 8{,}90 - 4 \times 3{,}99 = 16{,}24$
La somme qui est rendue à Mathilde s'élève à 16,24 €.

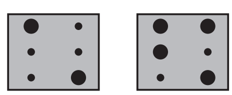
80 ① **a.** $4 \times (a + 9) = 4a + 36$
b. $5x + 5 \times 6 = 5 \times (x + 6)$
c. $(t - 1) \times 7 = 7t - 7$ **d.** $12x + 8x = 20x$
e. $12a - 12b = 12\,(a - b)$ **f.** $3x + x = 4x$
g. $15 + 3b = 3\,(5 + b)$
h. $10\,(4{,}1 + x - 2) = 41 + 10x - 20$
② **a.** $(6 + 5) \times 2 - 7 - 2 \times 6 = 3$
$(8 + 5) \times 2 - 7 - 2 \times 8 = 3$
$(11 + 5) \times 2 - 7 - 2 \times 11 = 3$
b. $(x + 5) \times 2 - 7 - 2 \times x = 3$
③ $x + 3x + 2x + 4x = 10x$
Pour $x = 987\,654\,321{,}234$ l'expression vaut :
9 876 543 212,34.

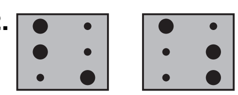
81 ① **a.** Le symbole « = » a été introduit par le mathématicien anglais Robert Recorde (1500? Tenby – 1558 Londres) en 1557.
b. Autres symboles : symbole ∞, mot latin « aequalis » en toutes lettres, symbole ══.
② *Computo* signifie *compter*.
③ Il est beaucoup plus rapide de faire le calcul à l'ordinateur !

Atelier maths

1 Il faut remplacer la lettre M par le chiffre 2, la lettre O par 4 et la lettre T par 7 :
$3 \times 247 = 742 - 1$

2 1er tirage : $8 \times 100 - 13 \times 5 + 4$
2e tirage : $(10 - 2) \times 47$ 3e tirage : $75 + 21 : 7$

3 **1.**

1 6

2.

2 5

Bibliographie
Autour du signe =, IREM de Rennes, octobre 1997.
Initiation au raisonnement déductif au collège, IREM de Lyon.

2 NOMBRES FRACTIONNAIRES

Les graphiques des exercices 51, 52 et 53 sont préparés pour être photocopiés en taille réelle ou agrandie.

La notion de quotient est centrale en sixième, c'est une notion difficile sur laquelle il semble nécessaire de continuer à travailler en cinquième.
Dans ce chapitre, les différentes interprétations de l'écriture $\frac{a}{b}$ sont travaillées de nouveau : référence au partage d'une unité et quotient de l'entier a par l'entier b, pour redécouvrir ou consolider les acquis, une des difficultés étant l'interprétation systématique de $\frac{a}{b}$ comme d'une « opération à faire ». Une nouvelle signification est introduite, la notion de proportion.
Une large place est faite au travail sur l'utilisation de l'égalité $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$, permettant la pratique du calcul mental, instrumenté, et donnant l'occasion de faire écrire des justifications d'égalités.
Le travail sur l'ordre permet de consolider les acquis sur l'ordre des décimaux et peut aider à interpréter $\frac{a}{b}$ comme un nombre.

Activités

1 Le tan gram

Objectifs : Fraction associée à la notion de partage. Parts égales. Différentes écritures d'une même fraction.
Difficultés : Certains élèves ont besoin de dessiner le partage en 16 parties égales. La reproduction de la figure peut être faite en travail à la maison, sinon, prévoir quelques photocopies de la figure.
Gestion : Après une recherche individuelle, un bilan collectif permet de comparer les différentes écritures obtenues dans la classe et de justifier l'égalité de certaines d'entre elles.
Réponses :

Numéro de la pièce	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
Nom du polygone	triangle rectangle isocèle	triangle rectangle isocèle	triangle rectangle isocèle	carré	triangle rectangle isocèle	parallé-logramme	triangle rectangle isocèle
Fraction de l'aire totale	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
Aire (en cm²)	25	25	6,25	12,5	6,25	12,5	12,5

2 Situations diverses

Objectifs : Écriture fractionnaire pour exprimer un quotient. Situation de proportionnalité avec un prix à l'unité exprimé par un quotient.
Difficultés : La notion de quotient n'est pas encore maîtrisée par certains élèves, ils peuvent avoir besoin d'effectuer les multiplications.
Gestion : En petits groupes, les élèves devront argumenter pour faire accepter leurs réponses.
Réponses :
1. a. Les élèves peuvent effectuer les multiplications et étudier les résultats, d'autres se souviendront de la notion de quotient étudiée en sixième et répondront $\frac{3}{5}$ puis chercheront les autres écritures possibles.

0,6 ; $\frac{12}{20}$ et $\frac{3}{5}$ conviennent. On pourra chercher à expliquer la présence des autres nombres proposés.

b. $\frac{7}{3}$ et $\frac{14}{6}$ conviennent.

2. Une situation de proportionnalité : 9 m coûtent 21 €, 10 m coûtent $\frac{140}{6}$ €, dont une valeur approchée est 23,33 €.
Le prix à l'unité est exprimé par un quotient. Les élèves peuvent construire un tableau, le coefficient est $\frac{14}{6}$.

3 Quotients égaux

Objectifs : Poursuivre le travail commencé en sixième avec l'égalité $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$, avec trois supports différents :
1. Une situation courante.
2. L'approche sur l'action « prendre une fraction de », le dessin et le coloriage peuvent aider certains élèves.
3. Un travail uniquement sur les nombres, avec de nombreuses écritures pour amener l'utilisation de la lettre c dans l'écriture $\frac{3 \times c}{4 \times c} = \frac{3}{4}$.

Réponses :
1. a. $\frac{30}{8}$ € ; **b.** $\frac{270}{72}$ € ; **c.** $\frac{300}{80}$ €. L'écriture décimale de chacun de ces quotients est 3,75, on peut en déduire que le prix au m dans les trois cas est le même. $\frac{30}{8}$, $\frac{270}{72}$ et $\frac{300}{80}$ sont des quotients égaux.
Certains élèves remarqueront que $\frac{300}{80} = \frac{30 \times 10}{8 \times 10}$, on cherchera aussi à faire remarquer que $270 = 30 \times 9$ et $72 = 8 \times 9$.

2. b. La masse des deux tiers de la plaque est 160 g, on peut l'écrire $240 \times \frac{2}{3}$.

c. La masse des huit douzièmes de la plaque est 160 g, on peut l'écrire $240 \times \frac{8}{12}$.

d. On pourra conclure $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, huit douzièmes égale deux tiers.

3. $\frac{3}{4}$; $\frac{6}{8}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{12}{16}$; … ; $\frac{36}{48}$; … ; $\frac{3003}{4004}$. On pourra faire chercher l'écriture décimale en posant quelques divisions, ou avec la calculatrice, et demander aux élèves d'écrire d'autres quotients de la même famille. Avec ces nombreuses écritures, on peut aussi demander de décrire ces quotients et à partir des réponses, établir l'utilisation de la lettre dans l'écriture avant d'énoncer la propriété du paragraphe 2 de l'essentiel.

4 Simplifications

Objectifs : Entretenir la reconnaissance de multiples. Utiliser la propriété $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$ pour simplifier des fractions.
Difficultés : Le mot « simplifier » recouvre une succession de tâches : écrire le numérateur et le dénominateur sous la forme de produits ayant un facteur commun puis utiliser la propriété pour conclure. Certains élèves veulent aller trop vite, il semble important de faire apparaître les deux étapes dans leur rédaction.
Réponses :
1. 18 et 21 sont multiples de 3.
2. $\frac{18}{21} = \frac{6 \times 3}{7 \times 3}$ donc $\frac{18}{21} = \frac{6}{7}$.
3. 210 et 60 sont tous les deux multiples de 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 et 30. On obtient de nombreuses écritures simplifiées dans la classe parmi $\frac{105}{30}$; $\frac{70}{20}$; $\frac{42}{12}$; $\frac{35}{10}$; $\frac{21}{6}$; $\frac{14}{4}$ et $\frac{7}{2}$.

44 et 52 sont tous les deux multiples de 1 ; 2 et 4. Les écritures simplifiées sont $\frac{22}{26}$ et $\frac{11}{13}$.

4. Cette question permet de faire rédiger des phrases par les élèves et d'utiliser leurs réponses pour définir la simplification.
5. Apprentissage de l'utilisation de la calculatrice, confrontation des différentes réponses.

❺ Divisions par un décimal

Objectifs : Ramener une division dont le diviseur est décimal à une division dont le diviseur est entier. Entretenir la pratique de la division posée. Utiliser la propriété, écrite cette fois sous la forme $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$, pour étudier la division par un nombre décimal non entier.

Réponses :

1. On pourra revenir sur la recherche du nombre manquant dans 2,5 × ….. = 14.

$\frac{14}{2{,}5} = \frac{14 \times 10}{2{,}5 \times 10}$; $\frac{14}{2{,}5} = \frac{140}{25}$

2.

$$\begin{array}{r|l} 140 & 25 \\ \cline{2-2} 150 & 5{,}6 \\ 00 & \end{array}$$

La longueur du rectangle est 5,6 cm.

3. $\frac{65}{3{,}25} = \frac{65 \times 100}{3{,}25 \times 100}$; $\frac{65}{3{,}25} = \frac{6\,500}{325}$. La longueur du rectangle est 20 cm.

$\frac{1{,}95}{1{,}3} = \frac{1{,}95 \times 10}{1{,}3 \times 10}$; $\frac{1{,}95}{1{,}3} = \frac{19{,}5}{13}$. La longueur du rectangle est 1,5 cm.

❻ Proportions

Objectifs : Utiliser l'écriture fractionnaire comme expression d'une proportion.
Difficultés : L'interprétation des données, la prise en compte de l'effectif total.
Gestion : Travail individuel.
Réponses :

1. a. À partir d'un texte, faire dire aux élèves ce que signifie pour eux l'expression « 3 élèves sur 5 », on pourra utiliser la calculatrice pour trouver la simplification de $\frac{435}{725}$.

b. L'information sera traduite par l'expression « 1 élève sur quatre ».

2. On peut associer la proportion 3 sur 4 à la phrase ❶ et à la phrase ❸ si la classe compte 24 élèves (sans internes). On pourra demander de traduire la phrase ❷ en utilisant une proportion, par exemple : « sur les 7 élèves de la classe inscrits à un club de sport, 3 sont des filles. »

❼ Différentes significations

Objectifs : Faire le lien entre les différentes significations de l'écriture fractionnaire. Encourager les élèves à écrire leurs propres représentations pour les faire évoluer.
Gestion : Cette activité se prête bien à un travail en groupes de 3 ou 4 élèves. Après un temps de recherche individuelle, chaque groupe pourra produire une affiche.

❽ Premières comparaisons

Objectifs : Comparer deux nombres en écriture fractionnaire lorsque les dénominateurs sont égaux et dans le cas où l'un est multiple de l'autre.
Difficultés : Le rangement automatique, sans réflexion sur les écritures.
Réponses :

1. La lecture huit sixièmes et quatorze sixièmes permet de comparer $\frac{8}{6}$ et $\frac{14}{6}$ sans faire de calcul.

2. Dans l'ordre croissant $\frac{5}{6} < \frac{8}{6} < \frac{41}{18} < \frac{14}{6}$.

3. Activité de synthèse permettant de réactiver le placement du quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée, des écritures différentes d'un même nombre et la comparaison de nombres. Le mot obtenu est ÉVALUATION.

9 Comparaisons (suite)

Objectifs : Comparaison de nombres en écriture fractionnaire dans différents cas : numérateurs égaux, comparaison à un nombre entier, comparaison de proportions et calcul des quotients approchés. Utilisation du papier à partager.
Difficultés : Faire dire ou écrire aux élèves ce qu'ils viennent de réaliser pour le rendre exploitable dans d'autres situations.
Réponses :
1. Cette activité permet d'utiliser les expressions « le cinquième de 7, le tiers de 7, le sixième de 7, … ».
2. Les élèves savent déjà comparer un quotient à 1, leurs propositions permettent de revenir sur une bonne utilisation du vocabulaire et du sens de trois cinquièmes et cinq quarts.
3. La comparaison des nombres $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$ et $\frac{7}{20}$, avec des dénominateurs simples, est l'occasion de calculs réfléchis rapides, la profession exacte est chimiste.
4. Le travail avec les valeurs approchées peut contribuer à renforcer l'interprétation : « $\frac{a}{b}$ est un nombre » et permet de réactiver le travail de rangement des nombres en écriture décimale.
$\frac{2}{9} \approx 0{,}222$; $\frac{3}{11} \approx 0{,}272$; $\frac{5}{17} \approx 0{,}294$.
Le plus petit des trois nombres est $\frac{2}{9}$ et le plus grand $\frac{5}{17}$.

Corrections des exercices

Exercices d'application

MULTIPLES ET DIVISEURS

1 **a.** vrai **b.** vrai **c.** faux **d.** faux **e.** vrai.

2 **a.** vrai **b.** vrai **c.** faux

3 Les multiples de 3 sont 18 ; 27 et 84.

4 Les multiples de 9 sont 27 ; 72 ; 36 ; 45 ; 117.

5 En utilisant le critère de divisibilité par 4, on peut affirmer que 736 est divisible par 4 car le nombre 36 formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
722 n'est pas divisible par 4 car 22 n'est pas divisible par 4.

6 **a.** $45 = 9 \times 5$ **b.** $54 = 9 \times 6$ **c.** $49 = 7 \times 7$
d. $77 = 7 \times 11$ **e.** $36 = 4 \times 9$ **f.** $24 = 4 \times 6$

7

$$\begin{array}{rrr|ll} 7 & 2 & 8 & 1 & 3 \\ \hline 0 & 7 & 8 & 5 & 6 \\ & & 0 & & \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr|ll} 1 & 1 & 5 & 7 & 1 & 3 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 7 & 8 & 9 \\ & & 0 & 0 & & \end{array}$$

728 et 1 157 sont tous les deux multiples de 13 car, dans chaque cas, le reste de la division euclidienne est nul. $728 = 13 \times 56$ et $1\,157 = 13 \times 89$.

8 **a.** L'affichage de la calculatrice donne le quotient 70 et le reste 0, donc $3\,150 = 45 \times 70$.
b. L'affichage de la calculatrice donne le quotient 85 et le reste 5 n'est pas nul, 3 830 n'est pas multiple de 45.

9 On peut remplacer l'étoile par 2, par 5 ou par 8.

10 **1.** $4 + 4 + 1 = 9$; $1 + 0 + 8 = 9$;
$6 + 1 + 2 = 9$; $8 + 6 + 4 + 0 = 18$;
$3 + 2 + 1 + 9 + 3 = 18$.
Pour chacun des nombres, la somme des chiffres est un multiple de 9 ; tous les nombres de la liste sont des multiples de 9.
2. $441 = 9 \times 49$; $108 = 9 \times 12$; $612 = 9 \times 68$; $8\,640 = 9 \times 960$; $32\,193 = 9 \times 3\,577$.

ÉCRITURES DE NOMBRES

12

Périmètre	12 cm	18 cm	20 cm
Côté du triangle	4 cm valeur exacte	6 cm valeur exacte	valeur exacte $\frac{20}{3}$ cm valeur approchée 6,6 cm
Côté du carré	3 cm valeur exacte	4,5 cm valeur exacte	5 cm valeur exacte

13 **a.** $4 \times 3 = 12$ **b.** $20 \times 0{,}3 = 6$
c. $5{,}8 \times 2 = 11{,}6$ **d.** $3 \times \frac{7}{3} = 7$

14 **a.** $\frac{11}{4} = 2{,}75$ **b.** $\frac{1}{4} = 0{,}25$
c. $\frac{15}{6} = 2{,}5$ **d.** $\frac{11}{6} \approx 1{,}83$

15 **a.** $\frac{2}{5} = 0{,}4$ **b.** $\frac{12}{4} = 3$
c. $\frac{2{,}7}{3} = 0{,}9$ **d.** $\frac{3{,}2}{7} \approx 0{,}46$

16 **1. a.** $\frac{3}{5}$ **b.** $\frac{3}{4}$ **c.** $\frac{5}{2}$ **d.** $\frac{3}{10}$ **e.** $\frac{1}{2}$

2. a. $\frac{3}{2}$ **b.** $\frac{3}{7}$ **c.** 2 **d.** $\frac{9}{8}$ **e.** $\frac{1}{10}$

17 a. $\frac{16}{3}$ **b.** $\frac{5}{9}$ **c.** $\frac{7}{60}$ **d.** $\frac{7}{55}$ **e.** $\frac{325}{2}$

18 L'intrus est $\frac{15}{24}$.

19 a. $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ **b.** $\frac{22}{8} = \frac{66}{24}$ **c.** $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$
d. $\frac{5}{3} = \frac{15}{9}$ **e.** $\frac{4}{3} = \frac{40}{30}$

20 a. $\frac{40}{30} = \frac{8}{6}$ **b.** $\frac{15}{27} = \frac{5}{9}$ **c.** $\frac{17}{34} = \frac{1}{2}$
d. $\frac{9}{18} = \frac{1}{2}$ **e.** $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

21 a. $\frac{3}{4}$ **b.** $\frac{6}{1}$ **c.** $\frac{2}{5}$ **d.** $\frac{10}{3}$ **e.** $\frac{51}{26}$

22 On cherche le nombre pour compléter l'égalité :
$9 \times \ldots = 42$. C'est $\frac{42}{9}$.
Une écriture simplifiée est $\frac{14}{3}$ cm.

23 1. a. $6{,}25 = \frac{625}{100}$; $\frac{625}{100} = \frac{25}{4}$
b. $3{,}2 = \frac{32}{10}$; $\frac{32}{10} = \frac{16}{5}$ **c.** $2{,}4 = \frac{24}{10}$; $\frac{24}{10} = \frac{12}{5}$
d. $2{,}75 = \frac{275}{100}$; $\frac{275}{100} = \frac{11}{4}$
2. a. $7{,}5 = \frac{75}{10}$; $\frac{75}{10} = \frac{15}{2}$
b. $1{,}22 = \frac{122}{100}$; $\frac{122}{10} = \frac{61}{50}$ **c.** $0{,}4 = \frac{4}{10}$; $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

24

①	②	③	④	⑤	⑥
1,75	$\frac{35}{20}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{175}{100}$	$1 + \frac{3}{4}$	$7 \times \frac{1}{4}$
1,2	$\frac{18}{15}$; $\frac{60}{50}$; …	$\frac{6}{5}$	$\frac{12}{10}$	$1 + \frac{1}{5}$	$6 \times \frac{1}{5}$

25

②	③	⑤	⑥
$\frac{30}{21}$	$\frac{10}{7}$	$1 + \frac{3}{7}$	$10 \times \frac{1}{7}$
$\frac{22}{12}$; $\frac{110}{60}$; …	$\frac{11}{6}$	$1 + \frac{5}{6}$	$11 \times \frac{1}{6}$

26 a. $\frac{1}{4}$ h **b.** $\frac{1}{5}$ h **c.** $\frac{3}{4}$ h **d.** $\frac{27}{60}$ h ou $\frac{9}{20}$ h
e. $\frac{6}{5}$ h **f.** $\frac{38}{15}$ h

27 $\frac{3}{7} = \frac{75}{175}$ $\frac{11}{8} = \frac{44}{32}$

28 a. $\frac{2}{3}$ **b.** $\frac{2}{7}$

DIVISION PAR UN DÉCIMAL

29 $\frac{17}{3{,}4} = 5$. Sa longueur est 5 cm.

30 $\frac{10{,}22}{2{,}8} = 3{,}65$. Sa longueur est 3,65 cm. Son périmètre est 12,9 cm.

31 1. a. $\frac{15}{0{,}3} = \frac{150}{3}$ **b.** $\frac{2{,}6}{1{,}3} = \frac{26}{13}$ **c.** $\frac{6}{1{,}5} = \frac{60}{15}$
d. $\frac{10}{2{,}5} = \frac{100}{25}$ **e.** $\frac{8{,}4}{0{,}42} = \frac{840}{42}$
2. a. $\frac{15}{0{,}3} = 50$ **b.** $\frac{2{,}6}{1{,}3} = 2$ **c.** $\frac{6}{1{,}5} = 4$
d. $\frac{10}{2{,}5} = 4$ **e.** $\frac{8{,}4}{0{,}42} = 20$

32 1. a. $\frac{19}{0{,}3} = \frac{190}{3}$ **b.** $\frac{10}{2{,}1} = \frac{100}{21}$
c. $\frac{4}{0{,}22} = \frac{400}{22}$ **d.** $\frac{80}{0{,}53} = \frac{8\,000}{53}$ **e.** $\frac{28{,}4}{3{,}5} = \frac{284}{35}$
2. a. $\frac{19}{0{,}3} \approx 63{,}33$ **b.** $\frac{10}{2{,}1} \approx 4{,}76$
c. $\frac{4}{0{,}22} \approx 18{,}18$ **d.** $\frac{80}{0{,}53} \approx 150{,}94$ **e.** $\frac{28{,}4}{3{,}5} \approx 8{,}11$.

33 a. 30 **b.** 5 **c.** 7 **d.** 4 **e.** 4

34 On peut couper 35 morceaux.

35 Il faut 60 dosettes.

36 Le prix d'un kilogramme est 17,50 €.

EXPRESSION D'UNE PROPORTION

37 1. $\frac{5}{25}$ **2.** $\frac{1}{5}$

38 29 élèves sur 150 n'ont pas pris de petit déjeuner s'exprime par $\frac{29}{150}$. 1 élève sur 5 s'exprime par $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{5} = \frac{30}{150}$. On peut dire que près d'un élève sur 5 n'a pas pris de repas.

39 $\frac{9}{27}$ ou $\frac{1}{3}$.

40 1. $\frac{21}{28}$ ou $\frac{3}{4}$.
2. 3 élèves sur 4 de la classe de 5^e^ D ont déjà utilisé un tableur.

41 7 pénalités ont été jouées, la proportion de pénalités réussies est $\frac{4}{7}$.

42 La calculatrice donne 0,46 comme valeur approchée du quotient $\frac{7\,717}{16\,630}$. 0,46 est proche de 0,5 donc de $\frac{1}{2}$. On peut dire que, parmi les victimes d'accident de cyclomoteur, à peu près 1 sur 2 est un jeune de 14 à 17 ans.
2. La moitié, 50 %.

43 Nombre d'accidents dus à une chute :

$$580 \times \frac{8}{10} = 464.$$

Nombre d'accidents dus à une collision : $580 \times \frac{1}{10} = 58$.

44 **1.** $\frac{3{,}5}{1\,000}$; $\frac{88}{1\,000}$; $\frac{160}{1\,000}$ **2.** $\frac{7}{2\,000}$; $\frac{11}{125}$; $\frac{4}{25}$

45 $\frac{160}{400} = \frac{2}{5}$

COMPARAISON

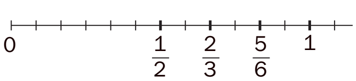
47 **a.** $\frac{7}{4} < \frac{9}{4}$ **b.** $\frac{13}{6} > \frac{11}{6}$
c. $\frac{2{,}5}{18} < \frac{2{,}7}{18}$ **d.** $\frac{1{,}32}{4} < \frac{1{,}6}{4}$

48 **a.** $\frac{3}{4} < \frac{16}{20}$ **b.** $\frac{15}{12} > \frac{3}{4}$
c. $\frac{1{,}2}{4} < \frac{13}{40}$ **d.** $\frac{2}{3} > \frac{12}{21}$

49 **a.** $\frac{1}{7} < \frac{2}{7} < \frac{5}{7} < \frac{13}{7} < \frac{24}{7}$
b. $\frac{3}{4} < \frac{11}{12} < \frac{5}{4} < \frac{27}{12} < \frac{11}{4}$

50 **a.** $\frac{13}{16} > \frac{7}{16} > \frac{3}{16} > \frac{2}{16} > \frac{1{,}1}{16}$
b. $\frac{7}{3} > \frac{20}{9} > \frac{7}{9} > \frac{2}{3} > \frac{1}{3}$

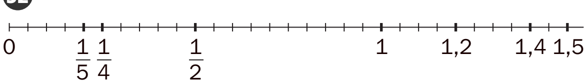
51 **1.**



2. $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$

3. $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$; $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$; $\frac{5}{6}$ et $\frac{3}{6} < \frac{4}{6} < \frac{5}{6}$

52



53 **1.** ❶ Vrai. ❷ Faux : $\frac{18}{8}$. ❸ Faux : 4,25.
❹ Faux : 1,625.
2. $4{,}2 > \frac{15}{4} > \frac{17}{8} > 1{,}55$

54 Mardi.

55 Nombre de places occupées : 51 680.
Nombre de places réservées pour le club marseillais : 41 344.
Nombre de places occupées par les Nantais :
51 680 – 41 344 = 10 336.
Fraction du nombre total de places occupées par les Nantais : $\frac{10\,336}{62\,016} = \frac{1}{6}$.

56 Groupe A : $\frac{14}{49} = \frac{2}{7}$; groupe B : $\frac{50}{70} = \frac{5}{7}$; groupe C : $\frac{30}{35} = \frac{6}{7}$. La proportion de réponses *oui* est la plus grande dans le groupe C.

57 34 passagers sur 48 sont attachés.
On compare $\frac{3}{4}$ et $\frac{34}{48}$.
$\frac{3}{4} = 0{,}75$ et $\frac{34}{48} \approx 0{,}71$.
La proportion de passagers qui avaient attaché leur ceinture à l'arrière est inférieure à la proportion sur l'ensemble de la France.

Exercices d'approfondissement

POUR ALLER PLUS LOIN

58 Nombre palindrome : 999.

59 $\frac{2{,}76}{19{,}32} = \frac{1}{7}$ $\frac{12{,}88}{19{,}32} = \frac{2}{3}$ $\frac{3{,}68}{19{,}32} = \frac{4}{21}$

60 **1.** 27,5 m^2 **2.** $\frac{27{,}5}{68} \approx 0{,}4$ m^2

61 $\frac{1}{10}$.

63 **1.** En 134 jours.
2. 2,7375 kg pour une année de 365 jours.

64 $\frac{306}{1\,800} = 0{,}17$; $\frac{612}{3\,500} \approx 0{,}174$. C'est la variété B.

POUR DÉBATTRE ET ARGUMENTER

65 **1.** oui **2.** oui **3.** oui

66 **a.** oui, car $\frac{0,5}{8} = \frac{3}{48}$. $\frac{0,5}{8} = \frac{0,5 \times 6}{8 \times 6}$

b. oui car $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ et $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

67 Par 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5.

68 Réponse **2**, c'est $\frac{9}{16}$.

69 $\frac{30}{52} \approx 0,57$; $\frac{36}{56} \approx 0,64$; $\frac{16}{27} \approx 0,59$. C'est dans le groupe B que la proportion est la plus grande et dans le groupe A qu'elle est la plus petite.

DEVOIRS À LA MAISON

70 **2.** $6\ 600 \times \frac{2}{3} = 4\ 400$ **3.** $\frac{1}{4}$

71 **a.** Calcul de l'épaisseur d'une feuille avec les séquences calculatrices :
$\frac{5,2}{500} = 0,0104$; $\frac{1,75}{35} = 0,05$.
La feuille bleue est plus épaisse.
b. Poser la division de 5,2 par 500, ou utiliser la propriété d'égalité des quotients, et poser 10,4 par 1 000 puis calcul à la main ; poser la division de 1,75 par 35.
Ou bien comparer l'épaisseur de paquets contenant le même nombre de feuilles.

72 **2.** $7 + \frac{1}{5}$ c'est 7 plus un cinquième, c'est 35 cinquièmes plus un cinquième, c'est bien 36 cinquièmes.
3. On choisit par exemple 10. 10 – 5 – 2 = 3.
3 me vient de 10, donc 6 me viennent de 20. 20 est le nombre cherché. En effet 20 – 10 – 4 = 6.

Atelier maths

1 Le plus petit multiple de 41 à 5 chiffres est 10 004, c'est 41×244.
Le plus grand est 99 999, c'est $41 \times 2\ 439$.

Bibliographie

Des mathématiques au cycle central, tome 1, collectif, commission inter-IREM premier cycle, éditions IREM de Nantes, 1999.

3 OPÉRATIONS AVEC DES NOMBRES FRACTIONNAIRES

Les tableaux des exercices 9, 23 et 28 sont préparés pour être photocopiés en taille réelle ou agrandie.

Il s'agit dans ce chapitre d'apprendre à opérer en conservant l'écriture fractionnaire, de continuer à travailler le sens des opérations, d'être capable de justifier une étape de calcul.
L'addition et la multiplication de nombres décimaux ne sont pas encore acquises pour tous les élèves et ces opérations avec des nombres en écriture fractionnaire sont une étape parfois difficile et qui demande du temps.

Activités

1 Addition et soustraction

Objectifs : Approche de l'addition et de la soustraction de nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont égaux et dans le cas où le dénominateur de l'un est multiple de l'autre.
Utilisation de cette addition dans deux problèmes différents, l'écriture fractionnaire avec la signification *partage* et avec la signification *proportion*.

Difficultés : Les deux premières étiquettes permettent de s'appuyer sur l'addition des nombres en écriture décimale, il faudra peut-être encourager les élèves à comparer les étiquettes entre elles. Il est intéressant aussi de leur demander une grande étiquette bleue qui contienne les écritures huit dixièmes, $\frac{8}{10}$ et 0,8 ; et de la même façon une grande étiquette pour les trois autres. En encourageant les élèves à lire dix quarts pour l'écriture $\frac{10}{4}$, plutôt que 10 sur 4, le résultat erroné $\frac{10}{4} + \frac{3}{4} = \frac{13}{8}$ est moins souvent proposé. Au moment du bilan, l'énoncé de la propriété en français est très long et c'est une occasion de montrer l'intérêt de l'écriture sous la forme $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$.

2 Fraction et proportion

Objectifs : Consolidation de cette propriété de l'addition en s'appuyant sur les aires et le dessin avec la signification *partage* de l'écriture fractionnaire, et utilisation de cette propriété pour résoudre un problème avec la signification *proportion*.

Difficultés : Certains élèves ont besoin de connaître un nombre total de voitures de la collection, on peut leur proposer 72 ou 84 ou 96 par exemple et ils réfléchiront sur un nombre de voitures avant de passer à l'écriture $\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. Cette question est aussi l'occasion d'étudier une somme de trois termes, le passage de deux à trois est une difficulté.

Réponses :

1. a. $\frac{9}{35}$ **b.** $\frac{7}{35}$ **c.** $\frac{16}{35}$ **d.** $\frac{19}{35}$

2. La proportion de voitures de marque européenne est $\frac{2}{3}$, celle de voitures de marque américaine est $\frac{1}{3}$.

3 Multiplication

Objectifs : Approche de la multiplication de deux nombres en écriture fractionnaire en s'appuyant sur la multiplication des nombres en écriture décimale.
Difficultés : Pour la question 1, à ce stade du travail, il n'y a pas de difficulté particulière mais pour la question 2, l'approche est par un travail sur les aires en utilisant des fractions d'unité et les élèves savent bien compter des parts mais le passage à l'écriture $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{21}$ est une difficulté.

Gestion : De la même façon que dans l'activité 1, on pourra proposer la production de grandes étiquettes complétées, pour l'étiquette bleue par exemple par les écritures 17 dixièmes fois 5 dixièmes, 85 centièmes, $\frac{17 \times 5}{10 \times 10}$.
Réponses :

a. Aire du rectangle AMRN par comptage : $\frac{8}{21}$.

b. Longueur AM : $\frac{2}{3}$; longueur AN : $\frac{4}{7}$.

c. Aire du rectangle AMRN : $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}$.

d. Le produit $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}$ est égal à $\frac{8}{21}$ et on remarque que $2 \times 4 = 8$ et $3 \times 7 = 21$.

4 Fraction d'une fraction d'une grandeur

À étudier après la mise en place de la propriété de multiplication.
Objectifs : Résoudre un problème en utilisant le produit de deux nombres en écriture fractionnaire. Effectuer le produit d'un nombre entier par un nombre en écriture fractionnaire.
Difficultés : Compréhension de l'énoncé qui met en jeu une succession d'actions et qui montre une donnée : 17 €, qui n'est pas utilisée pour la résolution mais qui est là pour justifier le changement de décision de Léa.
Réponses :
1. Léa a mis 40 € dans sa tirelire. Il sera intéressant de comparer les différentes démarches des élèves : calculer d'abord un cinquième de 75, soit 15 puis 4 cinquièmes de 75, c'est-à-dire $4 \times 15 = 60$, puis les deux tiers de 60 ; ou bien utiliser la propriété étudiée en sixième : $a \times \frac{b}{c}$.

2. $75 \text{ €} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

3. Les huit quinzièmes de 75 € ; $\frac{8}{15} \times 75$ €.

5 Des problèmes

Objectifs : Travailler sur le sens des opérations.
Gestion : Cette activité peut être travaillée en petits groupes.
Réponses :
1. • *Problème 1 :* multiplication, le produit de $\frac{3}{5}$ par $\frac{2}{3}$.

• *Problème 2 :* addition, la somme de $\frac{1}{3}$ et de $\frac{1}{12}$.

• *Problème 3 :* multiplication, le produit de $\frac{1}{4}$ par $\frac{2}{3}$.

• *Problème 4 :* soustraction, la différence de 1 et de $\frac{5}{8}$.

• *Problème 5 :* addition, la somme de $\frac{2}{3}$ et de $\frac{1}{6}$.

2. • *Problème 1 :* nombre d'enfants qui pratiquent un sport collectif : $450 \times \frac{3}{5} = 270$.

Nombre d'enfants inscrits dans une équipe de football : $270 \times \frac{2}{3} = 180$.

Ou nombre d'enfants inscrits au club de football : $450 \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = 180$.

• *Problème 2 :* le tiers de mes économies : 45 € × $\frac{1}{3}$ = 15 €.

Le douzième de mes économies : 45 € × $\frac{1}{12}$ = 3,75 €.

J'ai dépensé 15 + 3,75 = 18,75 €.

Ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$; j'ai dépensé hier 45 € × $\frac{5}{12}$ = 18,75 €.

• *Problème 3 :* masse des deux tiers du gâteau : 900 g × $\frac{2}{3}$ = 600 g, masse du quart des deux tiers : $\frac{600}{4}$ g = 150 g.

Les enfants ont mangé 150 g.

Ou $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$, les enfants ont mangé 900 g × $\frac{1}{6}$ = 150 g.

• *Problème 4 :* le commerçant a vendu le matin : 72 × $\frac{5}{8}$ = 45 chemises.

Il lui reste 72 – 45 = 27 chemises à vendre.

Ou $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$, il lui reste à vendre 72 × $\frac{3}{8}$ = 27 chemises.

• *Problème 5 :* aire des deux tiers de la pelouse : $\frac{2}{3} \times 1\,500 = 1\,000$ m^2.

Aire du sixième de la pelouse : $\frac{1}{6} \times 1\,500 = 250$ m^2.

Jean a tondu aujourd'hui : 1 000 m^2 + 250 m^2 = 1 250 m^2.

Ou $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$, Jean a tondu 1 500 m^2 × $\frac{5}{6}$ = 1 250 m^2.

6 Calcul instrumenté

Objectifs : Essayer de comprendre le fonctionnement de sa propre calculatrice en « calcul fractionnaire », s'entraîner à se poser des questions et à interpréter le résultat affiché.

Difficultés : Dans une classe, on trouve parfois de nombreux modèles de calculatrices différentes et il peut être nécessaire de donner plusieurs versions de l'énoncé de la question 1. Les élèves ne gardent souvent aucune trace de la séquence qu'ils ont entrée.

Gestion : Travail individuel. Demander aux élèves d'écrire quelques-unes des séquences puis en regardant leurs écrits, choisir quelques séquences et les écrire sur une affiche ou sur un transparent ce qui permet ensuite un travail collectif et la justification de la nécessité de bien connaître « sa » calculatrice.

Réponses :

2. a.

① $\frac{57}{18} + \frac{11}{36} + \frac{61}{9} = \frac{41}{4}$ ② $\frac{127}{6} + \frac{120}{600} = \frac{641}{30}$ ③ $\frac{671}{72} - \frac{23}{18} = \frac{193}{24}$

④ $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{19}{12}$ ⑤ $15 + \frac{7}{8} = \frac{127}{8}$ ⑥ $\frac{21}{53} \times \frac{44}{27} = \frac{308}{477}$

⑦ $\frac{25}{18} \times \frac{72}{7} \times \frac{14}{6} = \frac{100}{3}$ ⑧ $\frac{537}{9} \times \frac{45}{37} = \frac{2\,685}{37}$ ⑨ $625 \times \frac{21}{96} = \frac{4\,375}{32}$

7 Succession d'opérations

Objectifs : En lien avec les travaux du chapitre 1 : donner du sens à l'utilisation de la lettre pour remplacer un nombre, règles de priorités.

Gestion : Exploiter les modes de calcul différents $a + 2 + a + 4 + a$ et $6 + 3 \times a$.

Réponses :

1. Pour a = 5 cm, la longueur est 21 cm ; pour a = $\frac{13}{6}$ cm, la longueur est 12,5 cm.

2. a. Les deux expressions sont égales, si on effectue les calculs, on obtient 0,875 et $\frac{7}{8}$.

b. De la même façon, on obtient 4,475 et $\frac{179}{40}$.

Corrections des exercices

Exercices d'application

ADDITION, SOUSTRACTION

1 **a.** $\frac{9}{5}$ **b.** $\frac{6}{4}$ **c.** $\frac{45}{15}$ **d.** $\frac{7}{7}$
e. $\frac{38}{8}$ **f.** $\frac{36}{13}$

2 **a.** $\frac{3{,}8}{5}$ **b.** $\frac{6{,}2}{3}$ **c.** $\frac{12{,}4}{7}$ **d.** $\frac{2{,}36}{5}$

3 **a.** $\frac{11}{8}$ **b.** $\frac{11}{18}$ **c.** $\frac{10}{15}$ ou $\frac{2}{3}$ **d.** $\frac{27}{24}$ ou $\frac{9}{8}$
e. $\frac{35}{9}$ **f.** $\frac{31}{20}$

4 **a.** $\frac{55}{100}$ ou $\frac{11}{20}$ **b.** $\frac{76}{100}$ ou $\frac{38}{50}$ ou $\frac{19}{25}$
c. $\frac{13}{100}$ **d.** $\frac{54}{100}$ ou $\frac{27}{50}$

5 **a.** $\frac{19}{4}$ **b.** $\frac{36}{5}$ **c.** $\frac{26}{7}$ **d.** $\frac{25}{7}$
e. $\frac{60}{11}$ **f.** $\frac{1}{2}$

6 **a.** $\frac{19}{7}$ **b.** $\frac{3}{8}$ **c.** $\frac{5}{8}$

7 **a.** $\frac{3}{4}$ **b.** $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$ **c.** $\frac{3}{20}$

8 **a.** $\frac{45}{20}$ ou $\frac{9}{4}$ **b.** $\frac{19}{57}$ ou $\frac{1}{3}$

9

$\frac{2}{7}$	+	$\frac{11}{7}$	=	$\frac{13}{7}$
+		−		+
$\frac{10}{7}$	−	$\frac{6}{7}$	=	$\frac{4}{7}$
=		=		=
$\frac{12}{7}$	+	$\frac{5}{7}$	=	$\frac{17}{7}$

$\frac{20}{9}$	−	$\frac{13}{9}$	=	$\frac{7}{9}$
−		−		−
$\frac{15}{9}$	−	$\frac{12}{9}$	=	$\frac{3}{9}$
=		=		=
$\frac{5}{9}$	−	$\frac{1}{9}$	=	$\frac{4}{9}$

10 **2.** $\frac{9}{5} = \frac{7}{5} + \frac{2}{5}$. Écriture sous la forme de la somme de deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur.

$\frac{9}{5} = 1 + \frac{4}{5}$. Écriture sous la forme de la somme d'un entier et d'une fraction.

$\frac{9}{5} = 2 - \frac{1}{5}$. Écriture sous la forme de la différence d'un entier et d'une fraction.

$\frac{9}{5} = \frac{3}{10} + \frac{3}{2}$. Écriture sous la forme de la somme de deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateurs différents.

3. a. Par exemple $\frac{7}{6} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6}$ $\quad \frac{7}{6} = 1 + \frac{1}{6}$

$\frac{7}{6} = 2 - \frac{5}{6}$ $\quad \frac{7}{6} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

b. $\frac{9}{4} = \frac{3}{4} + \frac{6}{4}$ $\quad \frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$

$\frac{9}{4} = 3 - \frac{3}{4}$ $\quad \frac{9}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{2}$

c. $\frac{11}{7} = \frac{1}{7} + \frac{10}{7}$ $\quad \frac{11}{7} = 1 + \frac{4}{7}$

$\frac{11}{7} = 2 - \frac{3}{7}$ $\quad \frac{11}{7} = \frac{2}{14} + \frac{10}{7}$

11 Calcul du périmètre du triangle :
$\frac{5}{2} + 2 + 3 = \frac{5}{3} + 5 = \frac{20}{3}$. Le périmètre est $\frac{20}{3}$ cm.

12 **1.** $A = 7 + \frac{2}{3} = \frac{23}{3}$ $\quad B = 3 + \frac{8}{2} = 3 + 4 = 7$

$C = 3 + \frac{2}{11} = \frac{35}{11}$

2. $A = 7 + \frac{4{,}5}{3} = 7 + 1{,}5 = 8{,}5$

$B = 3 + \frac{8}{4{,}5} = 3 + \frac{80}{45} = 3 + \frac{16}{9} = \frac{43}{9}$

$C = 3 + \frac{4{,}5}{11} = \frac{37{,}5}{11}$

13 $\frac{3}{4}$ h + $\frac{1}{2}$ h + 1 h + $\frac{1}{2}$ h + 1 h + $\frac{1}{4}$ h = 4 h.
La série tiendra sur le DVD.

14 $\frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$. La proportion d'élèves qui ont lu un ou deux livres est $\frac{3}{4}$.

MULTIPLICATION

16 **a.** $\frac{51}{100}$ **b.** $\frac{243}{1\,000}$ **c.** $\frac{23{,}8}{100}$

17 **a.** $\frac{10}{21} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7}$ donc, par exemple $\frac{10}{21} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$.

b. $\frac{6}{49} = \frac{2 \times 3}{7 \times 7}$ donc par exemple $\frac{6}{49} = \frac{2}{7} \times \frac{3}{7}$.

c. $\frac{15}{14} = \frac{3 \times 5}{2 \times 7}$ d'où $\frac{15}{14} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{7}$.

d. $\frac{35}{33} = \frac{5}{3} \times \frac{7}{11}$ **e.** $\frac{39}{10} = \frac{3}{2} \times \frac{13}{5}$

f. de nombreuses réponses possibles, par exemple :

$$\frac{25}{36} = \frac{5}{3} \times \frac{5}{12}.$$

19 $a = \frac{21}{20}$ $\quad b = \frac{35}{45}$ ou $\frac{7}{9}$ $\quad c = \frac{5}{12}$ $\quad d = \frac{15}{8}$

$e = \frac{25}{49}$ $\quad f = \frac{28}{168}$ ou $\frac{14}{84}$ ou $\frac{1}{6}$ ou $\frac{4}{24}$ ou $\frac{2}{12}$

20 **a.** $\frac{21}{4}$ **b.** $\frac{9}{7}$ **c.** $\frac{40,5}{1,8}$ ou $\frac{405}{18}$ ou $\frac{45}{2}$

d. $\frac{25,6}{91}$ **e.** $\frac{108,5}{3}$ **f.** $\frac{0,238}{75}$

21 **a.** $\frac{14}{10}$ ou $\frac{7}{5}$ **b.** $\frac{168}{15}$ ou $\frac{56}{5}$ **c.** $\frac{624}{135}$ ou $\frac{208}{45}$

22 **a.** $\frac{240}{168}$ ou $\frac{10}{7}$ **b.** $\frac{126}{1\,134}$ ou $\frac{1}{9}$

c. $\frac{420}{1\,400}$ ou $\frac{3}{10}$

23

×	4	$\frac{7}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{5}{4}$	5	$\frac{35}{12}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{25}{24}$
$\frac{3}{2}$	6	$\frac{7}{2}$	1	$\frac{5}{4}$
$\frac{6}{7}$	$\frac{24}{7}$	2	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$

×	$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{4}{3}$
2	5	11	$\frac{8}{3}$
$\frac{3}{11}$	$\frac{15}{22}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{11}$
$\frac{5}{8}$	$\frac{25}{16}$	$\frac{55}{16}$	$\frac{5}{6}$

24 $\frac{28}{36}$ et $\frac{7}{9}$.

25 **a.** 36 **b.** 16 **c.** 60

26 **1.** $\frac{1}{5} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{100}$. La proportion d'élèves venant en scooter est 1 sur 100.

2. $600 \times \frac{1}{100} = 6$. 6 élèves viennent en scooter.

On peut aussi calculer le nombre d'élèves qui viennent en deux roues : $600 \times \frac{1}{20} = 30$ puis le nombre d'élèves qui viennent en scooter : $30 \times \frac{1}{5} = 6$.

3. La démarche peut être faite en deux étapes :

$$600 \times \frac{1}{2} = 300 \ ; \ \frac{3}{5} \times 300 = 180.$$

Ou en une étape : $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$; $600 \times \frac{3}{10} = 180$.

180 élèves vont passer l'épreuve de l'ASSR.

27 $\frac{3}{4}\text{ L} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12}\text{ L}$ ou $\frac{1}{2}$ L.

28

$\frac{2}{3}$	×	$\frac{5}{9}$	=	$\frac{10}{27}$
×		×		×
$\frac{3}{2}$	×	$\frac{3}{2}$	=	$\frac{9}{4}$
=		=		=
$\frac{6}{6}$	×	$\frac{15}{18}$	=	$\frac{90}{108}$

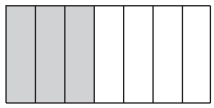
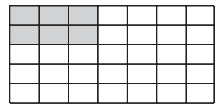
$\frac{7}{4}$	×	$\frac{2}{3}$	=	$\frac{14}{12}$
×		×		×
$\frac{3}{11}$	×	$\frac{11}{2}$	=	$\frac{3}{2}$
=		=		=
$\frac{21}{44}$	×	$\frac{11}{3}$	=	$\frac{7}{4}$

FRACTION DE FRACTION D'UNE QUANTITÉ

30 **a.** 3,5 **b.** $\frac{18}{21}$ ou $\frac{6}{7}$ **c.** $\frac{24}{20}$ ou $\frac{6}{5}$

31 **a.** 2,8 **b.** 4

32 **1.** Étape ① : dessin du rectangle. Étape ② : partage du rectangle en 7 parties égales pour pouvoir colorier facilement les $\frac{3}{7}$ du rectangle. Étape ③ : partage du rectangle en 5 parties égales, ce qui partage aussi les $\frac{3}{7}$ en 5 parties égales.

2.  

Les deux cinquièmes des trois septièmes du rectangle correspondent aux six trente cinquièmes du rectangle.

33 Prendre les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{5}$ de 40 revient à prendre $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ de 40 soit $\frac{2 \times 3}{3 \times 5}$ de 40 soit $\frac{2}{5}$ de 40.

$40 \times \frac{2}{5} = 16$. Je dois prendre 16 carrés de la tablette.

34 **1.** $84 \times \frac{4}{21} = 16$. 16 élèves ont eu une note supérieure à 15.

2. La proportion d'élèves qui ont eu plus de 15 est 4 sur 21.

35 Calculer les trois quarts des trois cinquièmes de 144 g revient à calculer $\frac{3}{4} \times \frac{3}{5}$ de 144 g.

$\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$ et $144\text{ g} \times \frac{9}{20} = 64{,}8$ g.

La masse d'acides gras saturés contenue dans la boîte est 64,8 g. La part de la boîte constituée d'acides gras saturés est $\frac{9}{20}$.

SUCCESSION D'OPÉRATIONS

36 **a.** $\frac{3}{2} - \left(\frac{12}{16} + \frac{7}{16}\right) = \frac{3}{2} - \frac{19}{16} = \frac{24}{16} - \frac{19}{16} = \frac{5}{16}$

b. $\frac{63}{15} - \frac{7}{15} - \frac{55}{15} = \frac{1}{15}$

37 **a.** $\frac{14}{15} + \frac{27}{15} = \frac{41}{15}$

b. $\frac{17}{11} - \frac{15}{22} = \frac{34}{22} - \frac{15}{22} = \frac{19}{22}$

38 **a.** $\frac{10}{6} + \frac{35}{12} = \frac{20}{12} + \frac{35}{12} = \frac{55}{12}$

b. $\frac{2}{3} \times \left(\frac{10}{4} + \frac{5}{4}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{15}{4} = \frac{5}{2}$

39 **a.** 8 **b.** $\frac{89}{9}$ **c.** $\frac{13}{3}$

40 ① et ④, valeur obtenue 52 ; ② et ⑥, valeur obtenue 14 ; ③ et ⑦, valeur obtenue 10 ; ⑤ et ⑧, valeur obtenue 4.

41 E ≈ 1,71   F ≈ 15,71   G ≈ 0,71   H ≈ 0,67

42 **a.** Ordre de grandeur :
$90 + \dfrac{400}{20} = 90 + 20 = 110$; valeur exacte 115.
b. Ordre de grandeur : $415 + \dfrac{120}{30} = 415 + 4 = 419$; arrondi au centième 418,61.
c. Ordre de grandeur : $1 \times \dfrac{50}{100} = 0{,}5$;
arrondi au centième 0,58.

43 **a.** $\dfrac{15}{7} + 3 - \dfrac{15}{7} = 3$
b. $4 + \dfrac{5}{3} - \dfrac{13}{6} = 4 + \dfrac{10}{6} - \dfrac{13}{6} = 4 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{7}{2}$

44 **1. a.** $3 + \dfrac{27}{7}$ **b.** $\dfrac{28}{32 - 14}$ **c.** $\dfrac{13 + 9}{13}$
2. $\dfrac{48}{7}$; $\dfrac{14}{9}$; $\dfrac{22}{13}$
3. 6,86 ; 1,56 ; 1,69

45 Distance parcourue pour ce trajet :
56 921 – 56 394 = 527 km
Part du réservoir consommée : $\dfrac{7}{8} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{5}{8}$.
Nombre de litres d'essence utilisés : $56\text{ L} \times \dfrac{5}{8} = 35\text{ L}$.
35 L consommés pour 527 km, soit $\dfrac{35}{527}$ L ou 0,066 L pour 1 km, soit 6,6 L pour 100 km.

46 ① vrai. ② faux, l'aire est $\dfrac{8}{49}$ m^2, valeur arrondie au millième 0,163 m^2 et la valeur arrondie au millième de $\dfrac{1}{6}$ m^2 est 0,167 m^2. ③ faux, le périmètre est égal à $\dfrac{12}{7}$ m et 1,7 est la valeur approchée arrondie au dixième de $\dfrac{12}{7}$.

ÉGALITÉ

47 **a.** $\dfrac{47}{5} = 9 + \dfrac{2}{5}$ **b.** $\dfrac{14}{3} = 3 + \dfrac{5}{3}$
c. $\dfrac{20}{7} = 2 + \dfrac{6}{7}$ **d.** $\dfrac{53}{6} + 9 = \dfrac{107}{6}$

48 **a.** $\dfrac{2}{3} + \dfrac{5}{2} = \dfrac{19}{6}$ $\dfrac{8}{17} - \dfrac{5}{17} = \dfrac{3}{17}$
b. $\dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{3} = 1$ $\dfrac{3}{2} \times \dfrac{5}{9} = \dfrac{15}{18}$

49 $3x = 3 \times \dfrac{11}{6} = \dfrac{11}{2}$;
$4y + 5 = 4 \times \dfrac{3}{8} + 5 = \dfrac{3}{2} + 5 = \dfrac{13}{2}$.
L'égalité est fausse pour les valeurs données.

Exercices d'approfondissement

POUR ALLER PLUS LOIN

50 **1.** Longueur de la ligne ACDEB : 4 × 4 cm = 16 cm.
2. Longueur de la ligne ACDEB : $4 \times \dfrac{8}{3}$ cm $= \dfrac{32}{3}$ cm, la valeur arrondie au dixième est 10,7 cm.

51 $\dfrac{7}{12}$ et $\dfrac{21}{36}$.

52 **1.** L'aire du grand triangle étant l'unité d'aire, $1 - \dfrac{1}{4}$ exprime par une différence l'aire non coloriée.
2. L'aire du grand triangle étant l'unité d'aire, $1 - \dfrac{2}{9} \times \dfrac{1}{4}$ exprime par une différence l'aire non coloriée.

53 **1.** $6x = 10$ et $3y - 2 = 10$: l'égalité est vraie.
2. $6y = \dfrac{15}{4}$ et $4x + 3 = \dfrac{18}{4}$: pour ces valeurs, $6y > 4x + 3$ est faux.

54 $E = \dfrac{7}{3} - \left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{6}\right) - \left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{6}\right)$
$= \dfrac{14}{6} - \dfrac{3}{6} - \dfrac{8}{6} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

POUR DÉBATTRE ET ARGUMENTER

55 L'égalité est vraie. Par exemple
$\dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{40} = \dfrac{3}{20}$ $\dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{12} = \dfrac{1}{4}$ $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{10} = \dfrac{3}{5}$
Puis calcul de la somme :
$$\dfrac{3}{20} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{3}{5} = \dfrac{3}{20} + \dfrac{5}{20} + \dfrac{12}{20} = 1.$$

56 $n = 49 \times \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{7} = \dfrac{14}{3}$;
$s = 2 \times \dfrac{7}{6} = \dfrac{14}{6}$; $p = \dfrac{35}{9} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{35}{12}$.
Il s'agit de comparer $\dfrac{14}{3}$; $\dfrac{14}{6}$ et $\dfrac{35}{12}$ ou encore $\dfrac{56}{12}$; $\dfrac{28}{12}$ et $\dfrac{35}{12}$. C'est n le plus grand.

57 **1. a.** $15 + \dfrac{x}{3}$ **b.** $\dfrac{24}{x - 6}$ **c.** $\dfrac{34 + 17}{x}$
2. a. 18   **b.** 8   **c.** $\dfrac{51}{9}$ ou $\dfrac{17}{3}$

58 **1.** La largeur du rectangle est $\dfrac{7}{3}$ cm, valeur approchée arrondie au dixième de centimètre : 2,3 cm.
Aire du rectangle : 4,5 cm × 2,3 cm = 10,35 cm^2.
2. Une écriture fractionnaire de la largeur est $\dfrac{7}{3}$ cm.
L'aire du rectangle est $4{,}5\text{ cm} \times \dfrac{7}{3}\text{ cm} = 10{,}5\text{ cm}^2$.
3. On n'obtient pas le même résultat, 10,35 cm^2 est une valeur approchée de l'aire puisque 2,3 cm est une valeur approchée de la largeur.

60 Après la première expérience, il reste $\frac{5}{9}$. À la deuxième, elle utilise $\frac{3}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$ de la boîte. Elle a utilisé en tout $\frac{4}{9} + \frac{1}{3} = \frac{7}{9}$ de la boîte. Il reste donc $\frac{2}{9}$ de la boîte.

61 La partie restante représente les $\frac{2}{5}$. Les $\frac{2}{3}$ des $\frac{2}{5}$ sont expédiés vers la région parisienne.
Il est vendu sur place le tiers de ces deux cinquièmes c'est-à-dire $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$.
En utilisant les données de l'énoncé :

$$1 - \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{15}.$$

62 $1 - \frac{1}{3} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$

63 **1.** Superficie semée en blé : 120 ha $\times \frac{1}{3} = 40$ ha.
Nombre d'hectares de blé endommagés :

$$40 \text{ ha} \times \frac{20}{100} = 8 \text{ ha}.$$

2. Expression de ce nombre d'hectares :

$$120 \times \frac{1}{3} \times \frac{20}{100} \text{ ha}.$$

64 Clément a consommé à midi et le soir :
$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{23}{24}$ de ce qui lui est permis.
Le reste $\frac{1}{24}$ correspond à 7 g, $\frac{23}{24}$ c'est 23 fois plus, $23 \times 7 = 161$ g. Clément a mangé 161 g de protides.

65 Ce problème peut être résolu de plusieurs façons, les élèves peuvent raisonner en nombre d'albums :
11 pour Anaïs, $\frac{5}{9}$ de 36 donc 20 pour Betty et 5 pour Chloé et conclure.
Certains élèves utilisent l'exemple de l'exercice résolu :
Anaïs reçoit $\frac{11}{36}$, il reste $\frac{25}{36}$ pour Betty et Chloé. Betty reçoit $\frac{5}{9}$, on l'écrit $\frac{20}{36}$, il reste $\frac{5}{36}$ pour Chloé. Ils concluent en disant que $\frac{20}{36}$ c'est $4 \times \frac{5}{36}$. D'autres continuent : $\frac{5}{36}$ de la collection, c'est 2 220 timbres, donc $\frac{1}{36}$ c'est 5 fois moins, soit 444 timbres, la collection c'est 36 fois plus, soit 15 984.
On obtient le nombre de timbres reçus par Anaïs :

$$15\,984 \times \frac{11}{36} = 4\,884\ ;$$

Betty : $15\,984 \times \frac{5}{9} = 8\,880$; et puisque Chloé a reçu 2 220 timbres, on peut répondre que Chloé a reçu le quart du nombre de timbres reçus par Betty.

66 **2.**

Pièce	Expression de la mesure de l'aire	Mesure de l'aire en écriture fractionnaire	Mesure de l'aire en écriture décimale
A la moitié du carré	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0,5
B la moitié de A	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0,25
C la moitié de B	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	0,125
D la moitié de C	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	0,0625
E la moitié de D	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	0,03125
F la moitié de E	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	0,015625
G la moitié de E aussi	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	0,015625

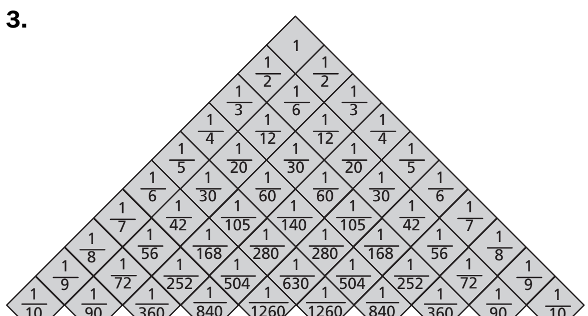
3.

Parties recouvertes par	Calcul de la mesure de l'aire en écriture fractionnaire	Mesure de l'aire en écriture décimale
A et B	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$	0,75
A, B et C	$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$	0,875
A, B, C et D	$\frac{7}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$	0,9375
A, B, C, D et E	$\frac{15}{16} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$	0,96875
A, B, C, D, E et F	$\frac{31}{32} + \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$	0,984375
A, B, C, D, E, F et G	$\frac{63}{64} + \frac{1}{64} = 1$	1

4. Les nombres se rapprochent de plus en plus de 1.

67 **1.** Chaque nombre est posé sur deux nombres dont il est la somme.

3.



Atelier maths

1 **2.** Une occasion d'utiliser la calculatrice et les touches de calcul fractionnaire.
Le programme de case en case amène à l'arrivée une fraction égale à la fraction de départ.

2 **1.**

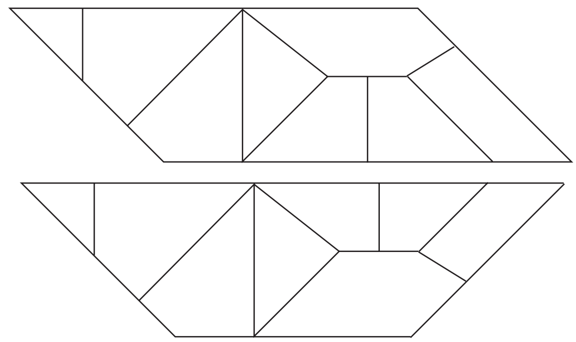
Nom de la pièce	A	B	C	D	E	F	G	H
Expression de l'aire	1	1	1	$\frac{7}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{2}$

2. Aire totale : $3 \times 1 + 3 \times \frac{7}{4} + \frac{5}{4} + \frac{1}{2} = 10.$

On peut déterminer cette aire par différence de l'aire du grand rectangle et des quatre demi-carrés,

$4 \times 3 - 4 \times \frac{1}{2} = 12 - 2 = 10.$

3.



4 NOMBRES RELATIFS OPÉRATIONS ET REPÉRAGE

Les tableaux des activités 3, 4, 6, 7 et les exercices 54 à 57 sont préparés pour être photocopiés en taille réelle ou agrandie.
Le transparent n° 6 présente la carte et le repère de l'activité 1, l'activité 2, les supports visuels pour la correction des exercices 2, 6 à 9, 43 et 44.
Le transparent n° 7 présente les supports des exercices 33, 53, 58 et 59 ainsi que de l'atelier « dessin mystérieux ».
Le transparent n° 8 prolonge le travail de repérage dans le plan (exercices 74, 81). Un repère vierge du plan permet de traiter rapidement les exercices de ce chapitre.
Le transparent n° 22 prolonge l'exercice 80.

Les nombres relatifs ne sont plus introduits en 6e. Le chapitre recouvre maintenant les compétences conjuguées de 6e et de 5e de l'ancien programme. De nombreuses compétences sont à acquérir (*sens et calcul* tel que le programme l'indique), en respectant quelques procédures sous peine de rencontrer des difficultés importantes de compréhension.

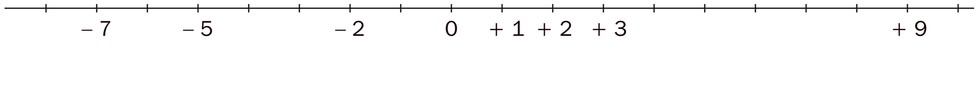
Dans un premier temps, des exemples tirés de l'environnement concret des élèves permettent d'introduire ces nombres : altitude et profondeur (en introduction), températures et repérage sur une droite à l'activité 1, bilan de scores sportifs à l'activité 3.
Puis il faut que les élèves les appréhendent comme des nombres, sur lesquels ils seront amenés à opérer par la suite. L'activité 2 propose ce travail : le nombre relatif est introduit comme l'outil indispensable pour trouver le résultat de soustractions déclarées impossibles jusqu'à présent.
Les exemples concrets et l'activité 2 sont complémentaires pour atteindre les objectifs fixés dans les programmes.
Le repérage sur une droite graduée permet d'introduire l'ordre sur les relatifs.

L'activité 4, prolongement de l'activité 3, permet d'introduire l'addition de nombres relatifs dans un modèle concret. La soustraction apparait en relation avec l'addition, comme recherche du terme inconnu d'une addition. L'activité 6 permet d'en établir les règles : « *établir que soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé* ». L'activité 9 prolonge l'expertise dans les calculs.
Des compétences au carrefour du numérique et du géométrique sont traitées aux activités 7 et 8 : distance de deux points d'abscisses données, repérage du plan. Ces domaines peuvent apparaitre plus concrets pour certains élèves. En les abordant, on consolide les connaissances acquises dans ce chapitre.

Activités

1 Températures hivernales

Objectifs : Utilisation, manipulation et comparaison de nombres relatifs en relation avec un modèle concret. Traitement du thème de convergence météorologie. Introduction du vocabulaire *abscisse, distance à zéro, opposé.*
Difficultés : Le repérage ne devrait pas poser trop de problème aux élèves. Quelques-uns peuvent rencontrer des difficultés pour comprendre la position des nombres négatifs. En ce début de chapitre, il n'est pas fait appel à une trop grande dextérité, les nombres sont simples.
Gestion : Laisser un temps de prise d'information sur la carte. Pour la question 4, préparer un transparent de l'axe gradué pour gagner en disponibilité, en particulier pour vérifier la position des nombres sur tous les cahiers.
Réponses :



2 De curieuses soustractions

Objectifs : Le prolongement de la soustraction des nombres positifs rencontrés jusqu'à présent impose la mise en place de nouveaux nombres. Le nombre relatif prend le statut de nombre avec lequel on peut effectuer des opérations.

Difficultés : Jusqu'à présent, les élèves ont appris qu'on ne pouvait pas soustraire un grand nombre à un petit nombre. Pour certains, cette rupture peut faire obstacle. Soit la réponse est « impossible », soit ils trouvent assez facilement l'écart « 3 », mais en donnent la valeur absolue.

Gestion : En petits groupes, les élèves doivent se mettre d'accord sur les réponses qui leur semblent convenables. On peut aussi leur laisser la possibilité d'ajouter d'autres réactions qui viendront enrichir les échanges lors de la mise en commun. Les réponses différentes sont débattues, en faisant expliciter les méthodes utilisées pour trouver les réponses.
Une fois la réponse exacte mise en évidence, la question 2 permet de consolider cette nouvelle notion. Les questions f, g et h demandent éventuellement un calcul posé. Ces opérations sont introduites pour vérifier le degré d'acquisition des élèves concernant les décimaux. Éviter absolument la calculatrice ! Le travail peut aussi être entamé en petits groupes.

Réponses :
2. a. 12 **b.** – 23 **c.** 9 **d.** – 8 **e.** – 36 **f.** 2,5 **g.** 1,45 **h.** – 0,03

3 Classement de la Ligue I de Football

Objectifs : Lecture d'un tableau et croisement de données. Le modèle concret permet d'introduire l'addition de nombres relatifs.

Difficultés : Le tableau est assez important, mais il est nécessaire de le travailler en entier pour s'attacher à présenter une situation réelle. Contrairement aux idées reçues, même les élèves allergiques au football se trouvent pris au jeu du classement.

Gestion : Il est nécessaire de faire travailler les élèves dans le calme. La question 1 doit être traitée en introduction. Laisser un petit temps de recherche pour les questions 2 et 3 et procéder à la mise en commun. Laisser ensuite les élèves avancer à leur rythme. Les plus rapides traiteront le tableau dans son entier pendant que les autres ne feront que les premiers calculs. On gagne un temps précieux à distribuer la photocopie du tableau.

Réponses :
J : matchs joués. G : matchs gagnés. N : matchs nuls. P : matchs perdus. p : but marqués par l'équipe. c : buts marqués contre l'équipe. Diff : la différence de buts qui permet l'introduction des nombres relatifs. Les clubs sont départagés par cette différence de buts lorsqu'ils sont ex aequo en points.
La rencontre Lens-AC Ajaccio n'avait pas encore eu lieu.

		Pts	J	G	N	P	p	c	Diff
8	Lens	14	9	3	5	1	14	6	+ 8
9	Marseille	14	10	4	2	4	11	12	– 1
10	Toulouse	14	10	4	2	4	9	11	– 2
11	Monaco	14	10	4	2	4	7	9	– 2
12	Nancy	13	10	4	1	5	14	8	+ 6
13	Nice	12	10	3	3	4	8	11	– 3
14	Nantes	11	10	3	2	5	8	8	0
15	AC Ajaccio	11	9	2	5	2	7	7	0
16	Rennes	11	10	3	2	5	11	22	– 11
17	Troyes	10	10	2	4	4	9	11	– 2
18	Sochaux	8	10	2	2	6	4	11	– 7
19	Strasbourg	6	10	0	6	4	5	10	– 5
20	Metz	4	10	0	4	6	4	15	– 11

4 Différence de buts et addition

Objectifs : Le modèle concret permet de découvrir les règles de l'addition de nombres relatifs.
Difficultés : Cette activité utilise les nombres écrits en écriture « nombres relatifs »
Gestion : Prévoir :
– un temps d'appropriation du tableau de l'activité 3 si cette activité n'a pas été traitée en classe,
– la photocopie du tableau à distribuer aux élèves,
– un temps d'appropriation de l'écriture en nombre relatif pour les points « contre ».
Il faut laisser un petit temps de recherche pour que tous les élèves aient au moins traité les lignes Paris SG et Auxerre. Pour les élèves les plus en difficulté, on peut prévoir le tableau complet de l'activité 3 avec les lignes sélectionnées surlignées.
Lors de la mise en commun, être vigilant à l'écriture correcte des additions. Les élèves les plus rapides pourront commencer à réfléchir à la formulation des règles. Il faut les énoncer sans attendre à la suite de la mise en commun.
Réponses :

		p	c	Diff	Additions
1	**Lyon**	+ 15	– 6	+ 9	(+ 15) + (– 6) = + 9
2	**Paris SG**	+ 14	– 8	+ 6	(+ 14) + (– 8) = + 6
5	**Auxerre**	+ 11	– 15	– 4	(+ 11) + (– 15) = – 4
7	**Le Mans**	+ 10	– 7	+ 3	(+ 10) + (– 7) = + 3
9	**Marseille**	+ 11	– 12	– 1	(+ 11) + (– 12) = – 1
14	**Nantes**	+ 8	– 8	0	(+ 8) + (– 8) = 0

5 Opérations cachées

Objectifs : Relation entre addition et soustraction. La soustraction permet de trouver un terme manquant de l'addition. Les nombres relatifs permettent de trouver la solution dans tous les cas.
Difficultés : La case vide représente une inconnue. Le signe = ne correspond pas à un calcul à effectuer mais marque l'identité.
Réponses :

a. (+ 2) + (+ 4) = + 6 — 6 – 2 = 4
b. (– 9) + (+ 4) = – 5 — – 5 – (– 9) = – 5 + 9 = 4
c. (+ 7) + (– 3) = + 4 — 4 – 7 = – 3
d. (– 5) + (– 2) = – 7 — – 7 – (– 5) = – 7 + 5 = – 2
e. (+ 6) + (– 10) = – 4 — – 4 – (+ 6) = – 10
f. (– 8) + (+ 10) = + 2 — + 2 – (– 8) = + 2 + 8 = + 10

6 Variations de températures

Objectifs : Prolongement de la soustraction aux nombres relatifs. Par la mise en relation avec les distances à zéro, introduire que soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé.
Difficultés : La différence 7 – (– 4) pose vite un problème. La présentation graphique doit pouvoir favoriser la compréhension.
Gestion : La recherche des soustractions pour lesquelles les élèves savent donner le résultat peut se faire en petits groupes. Après la mise en commun, la méthode graphique est présentée, puis les élèves l'appliquent individuellement. Il est utile de préparer plusieurs axes gradués sur transparent (gain de temps), un axe par opération (pour améliorer la lisibilité).
Réponses :

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Température à 7 h	4	9	(– 4)	7	(– 5)	(– 3)	(– 8)
Température à 16 h	7	3	7	(– 4)	(– 2)	(– 8)	(– 3)
Différence	7 – 4	3 – 9	7 – (– 4)	– 4 – (+ 7)	– 2 – (– 5)	– 8 – (– 3)	– 3 – (– 8)
Variation	3	– 6	11	– 11	3	– 5	5

Les élèves les plus rapides pourront commencer à réfléchir à la formulation des règles. Il faut les énoncer sans attendre à la suite de la mise en commun.

7 Distance de deux points sur une droite graduée

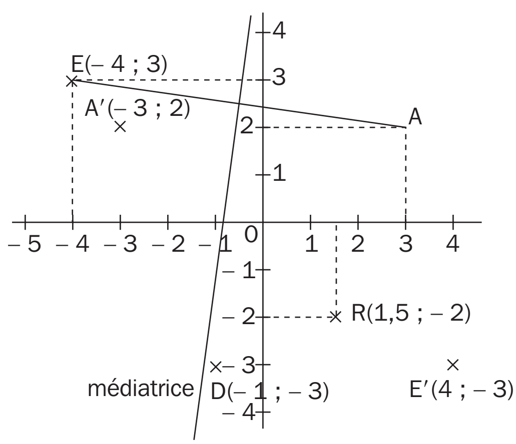
Objectifs : Procédure de détermination de la distance de deux points. Double éclairage : calcul et lecture graphique.
Gestion : Sur le manuel, l'unité mesure un centimètre, les mesures sont donc directement relevées sur la droite graduée. Distribuer le tableau vierge aux élèves permet de gagner un temps non négligeable.
Réponses :

	[AB]	**[BC]**	**[AC]**
Longueur du segment	3 cm	7 cm	4 cm
Abscisse du 1^{er} point	$x_A = 1$	$x_B = 4$	$x_A = 1$
Abscisse du 2^e point	$x_B = 4$	$x_C = -3$	$x_C = -3$
Comparaison des abscisses	$1 < 4$	$-3 < 4$	$-3 < 1$
Différence : abscisse la plus grande – abscisse la plus petite	$4 - 1 = 3$	$4 - (-3)$ $= 4 + 3$ $= 7$	$1 - (-3)$ $= 1 + 3$ $= 4$

Remarque : l'utilisation de la notation « x_A » peut éventuellement être introduite si la classe en a la maturité mathématique suffisante.
Les élèves les plus rapides pourront commencer à réfléchir à la formulation des règles. Il faut les énoncer sans attendre à la suite de la mise en commun.

8 Repérage dans le plan

Objectifs : Vocabulaire et conventions de lecture et de notation.
Introduction de quelques constructions pour montrer qu'il n'y a pas de dissociation entre la géométrie plane et l'utilisation d'un repère.
Difficultés : Verticalité et horizontalité se confondent pour certains élèves : partant de A, on se déplace « verticalement » pour rejoindre l'axe des abscisses « horizontal ». Certains élèves confondent, retiennent que « horizontal » se traite en premier, mais retiennent le mouvement horizontal. Ils indiquent donc l'ordonnée en premier.
Notation correcte des coordonnées : utilisation des parenthèses et du point virgule, ordre abscisse-ordonnée.
Gestion : Il est important que les élèves reproduisent eux-mêmes le repère pour s'approprier les échelles, la place des négatifs. Le professeur utilise un transparent comme support à la correction.
Réponses :
Le point D n'est pas sur la médiatrice de [AE], mais sa position est ambiguë. Voir sur un dessin n'est pas une preuve. Faire remarquer l'effet des deux symétries sur les coordonnées des points.



9 Des calculs

Objectifs : Calculer sur des exemples numériques des expressions dans lesquelles interviennent les signes +, – et éventuellement des parenthèses. Sur des exemples numériques, écrire, en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.

Gestion et difficultés :
Cette activité peut être traitée en travaillant en parallèle les points méthode de la page 70.
1. Faire observer des regroupements utiles des termes.
2. Sommes algébriques et règles de priorités. On ne peut pas faire l'économie de l'analyse des deux statuts des signes + et – : signes des relatifs et signes opératoires (méthode 2).
3. Utilisation et écriture algébrique d'un programme. La lettre x est ici une variable.
Réponses :
1. Calculs malins
A = 0. Nombres opposés.
B = (+ 2) + (– 9) + (– 2) + (– 7) + (+ 14) = (+ 2) + (– 2) + (+ 14) + (– 9) + (– 7) = – 2
Nombres opposés, regroupement des nombres négatifs (un seul nombre positif).
C = (– 15) + (+ 6) + (+ 9) = 0. Regroupement des deux nombres positifs.
D = (+ 4,3) + (– 7,5) + (– 2,5) + (– 4,3) = (+ 4,3) + (– 4,3) + (– 7,5) + (– 2,5) = – 10
Regroupement des nombres opposés.
2. Calculs et priorités
E = – 8 + (– 17) – (– 25) = 0
F = (– 9 + 2) – (– 4 – 7) = – 7 – (– 11) = 4
G = (3,4 – 9,2) – (7,8 – 14) = – 5,8 – (– 6,2) = – 5,8 + 6,2 = 0,4. Faire poser les calculs.
3. Programme de calcul : erratum « Applique le programme au nombre + 5 ».
Expression : $(x + (-3) - (-17)) - (5 \times x)$
Pour (+ 5), on obtient – 6.

Corrections des exercices

Exercices d'application

NOMBRE RELATIF

Exercices portant sur la notion de nombre relatif : exemples pris dans l'environnement des élèves puis terme inconnu dans une addition.

1 ① Nous sommes trois jours avant la surprise.

② Vercingétorix se rendit à Jules César en 52 avant J.-C. année de référence.

③ La surface de la mer Morte se situe à 390 m en dessous du niveau zéro des mers.

④ Le Kilimandjaro culmine à 5895 m au-dessus du niveau du sol (niveau zéro des mers).

2 Lorsqu'il est 10 h en Angleterre, il est 12 h au Caire et au Cap. Il est 4 h à San Francisco. Il est 6 h à Mexico et 13 h à Kinshasa, Berlin et Paris.

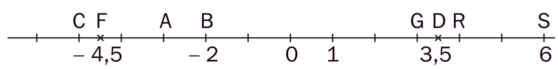
3

Équipe	Points marqués	Points contre	Bilan
Biarritz	152	79	+ 73
Bourgoin	165	108	57
Clermont	211	152	59
Montpellier	113	143	– 30
Pau	109	225	– 116
Stade Français	164	103	61
Toulon	89	203	– 114
Toulouse	247	108	139

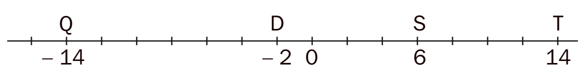
4 **a.** 3 + (– 2) = 1 **b.** 14 + 18 = 32
c. – 4 + 8 = 4 **d.** – 6 + 11 = 5
e. – 5 + 5 = 0 **f.** 10 + (– 6) = 4

REPÉRAGE SUR UNE DROITE GRADUÉE

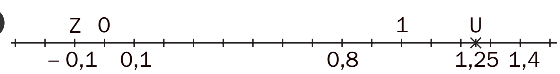
Suite de la mise en place de la notion de nombre relatif par l'utilisation en tant qu'outil de repérage.

5 **1.** $x_C = -5$, $x_A = -3$, $x_G = 3$, $x_R = 4$.
2.


3. La distance à zéro de – 2 est 2. La distance à zéro de 3,5 est 3,5. La distance à zéro de 6 est 6. La distance à zéro de – 4,5 est 4,5.

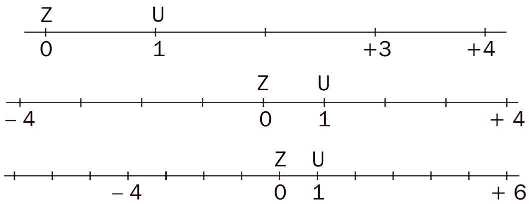
7 **1.** Il y a 8 unités entre 6 et 14 et 4 graduations entre S et T. Chaque graduation représente donc 2 unités.


2. La distance à zéro de 6 est 6. La distance à zéro de 14 est 14. La distance à zéro de – 2 est 2. La distance à zéro de – 14 est 14.
3. Les abscisses des points T et Q sont opposées. Les points T et Q sont symétriques par rapport à l'origine du repère. L'abscisse du milieu du segment [TQ] est 0.

8


La distance à zéro de – 0,1 est 0,1. La distance à zéro de 1,25 est 1,25.

9 *Il s'agit de choisir l'échelle convenable en fonction des nombres à placer. Notion de proportionnalité.*



COMPARAISON

Introduction de la notion d'ordre.

10 Utiliser le symbole < pour ordonner les nombres.

11 8 848 > 4 807 > 1 134 > – 28 > – 390 > – 11 000

12 Oxygène – Fluor – Néon – Hydrogène – Hélium.

13 **a.** 39 > 6,8 – 34 < 43
b. – 6 < 6 – 19 < – 3
c. – 8 < 0 – 6,5 > – 9,2
d. – 5 < – 4 – 5 432 < 0,2
e. – 1,2 = – 1,20 – 7,3 > – 7,31

14 **a.** – 4,2 < 4,6 – 23,4 < 23,46
b. 2,88 < 2,9 18,4 > – 18,43
c. – 0,3 < 0,1 – 65,8 < – 65,7
d. – 512 < 1,4 – 0,3 < – 0,02
e. – 1,8 < – 1,20 – 67,3 < – 67,21

Exercices 15b et 16 : ordre dans les décimaux.

15 **a.** – 3,1 < – 2,6 < – 2,5 < – 1,4 < 3,8 < 5 < 7,3
b. – 3,3 < – 3 < – 1,3 < – 0,3 < 0 < 0,3 < 1,3 < 3,1

16 730 > 7,3 > 7,13 > – 0,37 > – 0,7 > – 0,713 > – 73

17 ♣ : – 2 ou – 1 ♥ : – 8 ou – 7
♦ : – 1 ; 0 ; + 1 ou + 2 ♠ : – 6 ou – 5

18 De multiples réponses sont possibles. Cet exercice peut faire l'objet d'un enrichissant débat de classe lors de la correction, permettant de consolider les connaissances des élèves.

ADDITION

Il est important de commencer à faire travailler les élèves sur des nombres « simples » pour consolider les pratiques avant de passer à des nombres plus « compliqués » constituant des obstacles supplémentaires.

19 **a.** – 10 ; – 8 ; – 6 ; – 4 ; – 2 ; 0 ; 2.
b. 12 ; 6 ; 0 ; – 6 ; – 12 ; – 18 ; – 24.
c. – 16 ; – 12 ; – 8 ; – 4 ; 0 ; + 4 ; + 8.
d. 6 ; 4,5 ; 3 ; 1,5 ; 0 ; – 1,5 ; – 3.
e. – 7 ; – 12 ; – 17 ; – 22 ; – 27 ; – 32 ; – 37.

20 **a.** (+ 3) + (+ 7) = 10 (– 4) + (– 7) = – 11
(+ 8) + (– 5) = + 3 (– 3) + (– 6) = – 9
b. (– 15) + (– 12) = – 27 (– 4) + (+ 11) = + 7
(+ 15) + (– 24) = – 9 (– 36) + (+ 42) = + 6

21

– 4	7	4	– 3	4
5	– 11	– 5	8	– 3
– 2	– 8	– 2	– 4	– 16
– 3	1	7	10	15
– 4	– 11	4	11	0

23 *Entraînement aux calculs posés.*
a. 55,6 – 85,6 246,6 – 0,42
b. – 0,36 27,45 3,34 – 46,88

SOUSTRACTION

24 **a.** 13 ; – 20 ; – 4. **b.** 5 ; – 25 ; 44.
c. – 75 ; – 45 ; – 20.

25 ♠ = – 16 ♣ = – 3 ♦ = – 16 ♥ = 14.

26 **a.** – 2 – 17 + 6 + 8
b. – 5 + 14 – 41 + 61

27 **a.** 7 – (– 3) = 10 12 – (– 18) = 30
– 15 – (+ 6) = – 21 (– 9) – 0 = – 9
b. – 4 – 2 = – 6 2 – 18 = – 16
23 – 19 = 4 0 – 104 = – 104

28 *Entraînement aux calculs posés*
a. 0,7 – 2,9 2,1 – 14,4
b. 1,21 – 7,43 – 2,51 2,68.

29 – 277 ou 277 avant l'an I et 214 après l'an I.

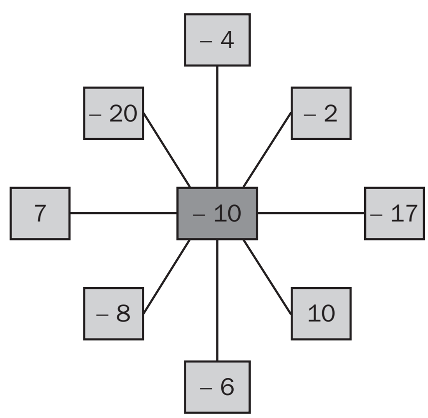
30 **1.** Température à midi : 9° C.
2. Niveau du départ : – 8 ou 8e sous-sol.
3. Année de naissance de Platon : – 427 ou 427 avant J.-C.

CALCULS MÊLÉS

31 **1.** (– 3) ; (– 14) ; 11 ; (– 22) ; (– 11).
2. 0 ; (– 11) ; 14 ; (– 19) ; (– 8).
3. Retrancher (– 3) revient à ajouter 3 : (+ 7) ; (– 4) ; 21 ; (– 12) ; (– 1).

32 A = – 7 ; B = – 6 ; C = – 12 ; D = + 7 ; E = – 11 ; F = 12 ; G = – 12 ; H = 7.
F a pour opposé C ou G. A a pour opposé D ou H.

33



Pour les exercices 34 à 42, consulter les méthodes page 70.

34 A = 382 + (– 382) + (– 3) + (– 37) + 29
A = – 40 + 29 = – 11
B = (– 9) + 10 + (– 1) + 36 + (– 4) + (– 31)
B = 36 + (– 35) = 1
C = (– 24) + (– 17) + (– 8) + 60 + 32
C = – 49 + 92 = 43

SUITE D'ADDITIONS ET DE SOUSTRACTIONS

Deux exercices identiques (35 et 36) pour permettre d'en traiter un en classe puis de donner le même à faire à la maison.
Signes d'opérations : $\ominus$ et $\oplus$
Signes des nombres : laissés tels quels.

35 A = – 2 $\oplus$ (– 3,5) $\oplus$ (+ 10) $\ominus$ (– 8) = 12,5
B = 15 $\ominus$ (– 7) $\oplus$ (+ 12) $\oplus$ (– 7) = 27
C = – 13 $\oplus$ 61 $\ominus$ 27 $\oplus$ 10 = 31

36 D = 21 $\ominus$ 17 $\oplus$ 32 $\ominus$ (– 8) = 44
E = (– 5,6) $\oplus$ (+ 6) $\ominus$ (+ 4,4) $\oplus$ (– 4,7) = – 8,7
F = 3,4 $\ominus$ 0,6 $\oplus$ 8,5 $\ominus$ 2,9 = 8,4

37 **a.** 14 + (– 23) est la somme de 14 et de (– 23).
– 24 – (– 13) est la différence de (– 24) et de (– 13).
– 82 + (– 14) est la somme de (– 82) et de (– 14).
b. 32 – 65 est la différence de 32 et 65.
– 75 + 17 est la somme de (– 75) et 17.
– 8 – 24 est la différence de (– 8) et 24.

38 **1.** Nombre de départ : 7, résultat : 3.
Nombre de départ : (– 12), résultat : – 35.
2. Programme B.

39 **a.** – 26 36 **b.** 1,87 – 0,76

CALCULS ET PARENTHÈSES

Se référer à la méthode 3 page 70.

40 **a.** (7 – 10) + (12 – 5) = – 3 + 7 = 4
– 4 – (45 – 32) = – 4 – 13 = – 17
b. (29 – 36) – (– 6 – 4) = – 7 – (– 10) = 3
29 + (8 – 12) – (+ 16) = 29 – 4 – 16 = 9

41 **a.** (4,6 – 3,2) + (– 6,5 + 4,8) = 1,4 – 1,7 = – 0,3
26 – (12,4 – 5,08) – (+ 1,08) = 26 – 7,32 – 1,08 = 17,6
b. (– 3,7 – 9,3) – (2 – 7,9) = – 13 + 5,9 = – 7,1
– 5,6 + (+ 4,06) – (4,06 – 5,6) = 0

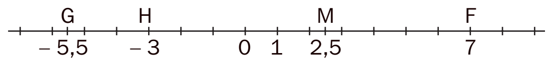
42 **a.** (– 12) + 5 × 4,3
b. 14 – 25
c. ((– 4) + 7) × (– 3)

43 0 – 45 – 12 + 8 – 23 + 5 = – 67. L'épave se trouve à 67 m de profondeur.

44 1 600 + 850 – 230 + 450 – 120 = 2 550.
Le lac est à 2 550 m d'altitude.

DISTANCE DE DEUX POINTS

45 $x_A = -6$; $x_B = -3$; $x_C = -2$; $x_D = 4$; $x_E = 5$.
Démarche pour calculer la distance AB :
$x_A = -6$; $x_B = -3$; $-6 < -3$; AB = – 3 – (– 6)
AB = – 3 + 6 AB = 3
BC = 1, CD = 6, DE = 1, CE = 7.

46


FG = 12,5 ; HM = 5,5 ; FH = 10 ; MF = 4,5 ; GH = 12,5.

47 Tibère : 37 – (– 42) = 79 ans
Caligula : 41 – 12 = 29 ans
Claude : 54 – (– 10) = 64 ans
Néron : 68 – 37 = 31 ans
Galba : 69 – (– 5) = 74 ans
Mais si on tient compte que l'année zéro n'a pas existé, il faut enlever un an de vie à chacun.
Tibère a vécu le plus longtemps, Caligula le moins longtemps.

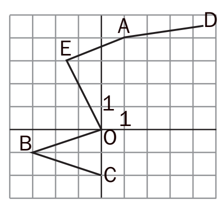
REPÉRAGE DANS LE PLAN

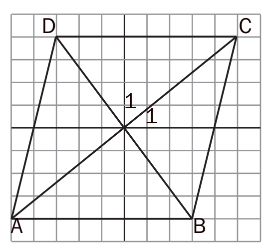
48 U et R ont la même abscisse (– 2).
S et K ont la même abscisse 2.
U et S ont la même ordonnée 3.
R et L ont la même ordonnée (– 1).

Exercices 49, 51 et 52 : Être très vigilant à l'exactitude des notations de coordonnées : pas de signe =, un point-virgule entre les deux coordonnées et évidemment le respect de l'ordre abscisse-ordonnée.

49 A (1 ; 2) B (– 4 ; 2) C (4 ; 4) D (– 2 ; – 2)
E (3 ; – 2) F (– 3 ; 5)

Exercices 50 à 52 : prendre 1 cm ou un grand carreau comme unité sur les deux axes du repère.

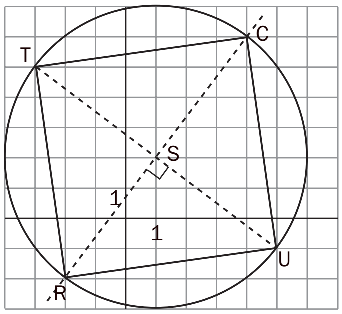
50


51 **1.**


2. C (5 ; 4) et D (– 3 ; 4).
3. Comme C et D sont les symétriques de A et B par rapport à l'origine du repère, l'origine du repère est le milieu des segments [DB] et [AC]. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme car ses diagonales ont le même milieu.

52 *Construction raisonnée dont la rédaction peut faire l'objet d'un travail à la maison suite à des explications orales en classe. Un dessin à main levée du carré, une fois T et S placés sur le repère, peut aider à trouver la solution.*

1.



2. R(– 2 ; – 2), U(5 ; – 1) et C(4 ; 6).

Exercices d'approfondissement

POUR ALLER PLUS LOIN

53 Hexagone : – 37 ; triangle : 48 ; carré : – 35.

Exercices 54 à 59 : ces exercices permettent de manier additions et soustractions après avoir choisi au préalable l'opération pertinente.

54

13
15 | – 2
8 | 7 | – 9
– 5 | 13 | – 6 | – 3

55

– 92
– 34 | 58
– 1 | 33 | – 25
14 | 15 | – 18 | 7

56

6	⟶	– 1	⟶	– 8	⟶	– 15
↓		↓		↓		↓
15	⟶	8	⟶	1	⟶	– 6
↓		↓		↓		↓
24	⟶	17	⟶	10	⟶	3

57 → signifie « ajouter 5 ». ↓ signifie « ajouter (– 3) ».

– 1	⟶	4	⟶	9
↓		↓		↓
– 4	⟶	1	⟶	6
↓		↓		↓
– 7	⟶	– 2	⟶	3

59 **a.**

0	– 2	– 10
– 14	– 4	6
+ 2	– 6	– 8

b. La somme magique est – 9.

3	– 13	1
– 5	– 3	– 1
– 7	7	– 9

60 **1.** – 3 ; – 2 ; ... ; + 5. **2.** – 9 ; – 8 ; ... ; + 3.

61 – 22 ; 22 ; 8.

62 A = – 19,5 B = – 34,5 C = 1,5 D = 43,5

Exercices 63 à 66 : être vigilant à amener les élèves à rédiger correctement les justifications et les réponses.

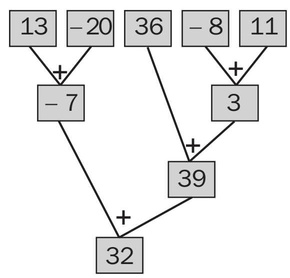
63 **1.** $x + y = - 2$ **2.** $x + y = - 14$

64 c doit être inférieur à 3.
Exemple de rédaction :
Lorsque $c = 2$, $- 7 + c = - 7 + 2 = - 5$.
Comme $- 5 < - 4$, c peut être égal à 2.

65 $n = - 5$

66 7 + (– 5) : somme de 7 et de (– 5).
(14 – 8) × (– 5 + 7) : produit de la différence de 14 et de 8 et de la somme de (– 5) et de 7.
– 8 – (– 3) : différence de – 8 et de (– 3).

67 **1.**



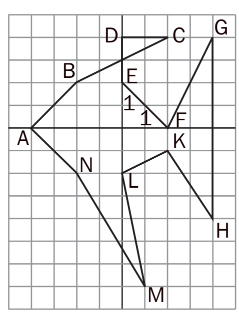
2. (13 + (– 20)) + (36 + (– 8 + 11))

Exercices 68 et 69 : il s'agit de choisir une échelle permettant de placer une série de nombres sur une portion de droite graduée.

68 Sur un grand cahier, on peut choisir de représenter 10 unités par un centimètre. Sur un cahier à grands carreaux, un carreau peut représenter 10 unités.

69 1 cm ou un grand carreau représente 7 unités.

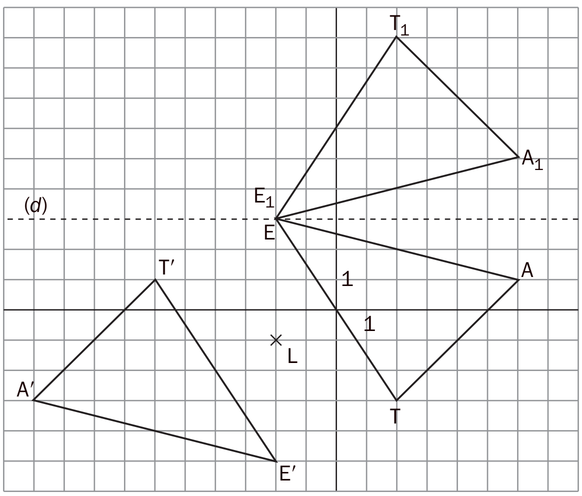
70



71

Planètes	Températures (en °C)	Position sur l'axe gradué (2 cm pour 100 °C)
Jupiter	– 120	– 2,4
Mars	– 60	– 1,2
Mercure	430	8,6
Neptune	– 200	– 4
Pluton	– 230	– 4,6
Saturne	– 170	– 3,4
Terre	14	0,28
Uranus	– 220	– 4,4
Vénus	460	9,2

72 **1.**



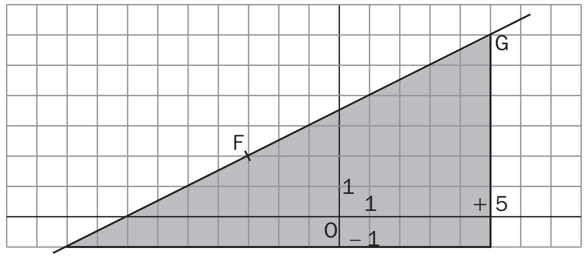
2. T′(– 6 ; 1) A′(– 10 ; – 3) E′(– 2 ; – 5)
On peut faire placer x_T, x_L et $x_{T'}$ et montrer que x_L est située au milieu des deux autres repères.

3. T_1 (2 ; 9) E_1(– 2 ; 3) A_1(6 ; 5)
Les points symétriques ont la même abscisse. E et E_1 sont confondus car E est sur l'axe de symétrie.

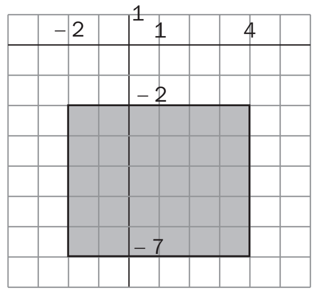
73 *Activité pouvant être traitée sous forme d'un message voyageant entre « émetteur » et « récepteur ».*

74 ***Erratum :*** *D est mal placé, ses coordonnées ne correspondent pas au texte. Il faut le décaler d'une unité vers la gauche.*
A (– 6 ; 4) ; B (2 ; 7) ; C (2 ; 3).
Lorsque les axes sont perpendiculaires, les coordonnées restent inchangées et les milieux aussi. Les longueurs égales restent égales, les angles égaux restent égaux, le parallélisme est conservé. Les mesures d'angles et de longueurs ne sont pas conservées.

75



76



POUR DÉBATTRE ET ARGUMENTER

77 *Inciter les élèves à produire une démarche rigoureuse.*
1. Quatre possibilités :
– 12 + 15 + (– 8) = – 5 – 12 + 15 – (– 8) = 11
– 12 – 15 + (– 8) = – 35 – 12 – 15 – (– 8) = – 19
2. Huit possibilités :
(– 12 + 15) + (– 8) = – 5 ; (– 12 + 15) – (– 8) = 11
(– 12 – 15) + (– 8) = – 35 ; (– 12 – 15) – (– 8) = – 19
– 12 + (15 + (– 8)) = – 5 ; – 12 + (15 – (– 8)) = 11
– 12 – (15 + (– 8)) = – 19 ; – 12 – (15 – (– 8)) = – 11
3. *On peut essayer de faire émerger les règles de suppression de parenthèses pour celles tout du moins qui ne présentent pas trop de difficultés pour les élèves. Ne pas essayer d'introduire des notions qui pourraient déstabiliser inutilement les élèves.*

78 **1.** x et y peuvent être tous les deux négatifs :
(– 4) + (– 5) = – 9.
2. La somme de deux nombres positifs est positive.
3. x et y peuvent être de signes contraires :
(– 14) + (+ 5) = – 9.

79 **1.** (+13) – (+6) = 7
2. (– 15) – (+ 8) = (– 15) + (– 8) : sur cet exemple, on montre que $k - j$ correspond à la somme de deux nombres négatifs. $k - j$ est donc négative.
3. (– 15) – (– 8) = (– 15) + 8 = 7
4. *Prolongement : Reprendre les questions de l'exercice quand la différence des deux nombres k et j est égale à (– 13,4).*

80 Hégire : 622 ; couronnement de Charlemagne : 800 ; découverte de l'Amérique : 1492 ; fondation de Constantinople : 330 ; prise de Constantinople : 1453.

81 *Il faut répartir le travail entre les élèves de la classe. Les faire travailler à deux ou en petits groupes sur le même dessin afin de donner du dynamisme au travail.*

Manuel	O(0 ; 0)	A(0 ; 3)	B(1 ; 4)
Dessin 1	O(0 ; 0)	A(0 ; – 3)	B(1 ; – 4)
Dessin 2	O(0 ; 0)	A(0 ; – 3)	B(– 1 ; – 4)
Dessin 3	O(0 ; 0)	A(3 ; 0)	B(4 ; 1)
Dessin 4	O(– 2 ; 0)	A(– 2 ; 3)	B(– 1 ; 4)
Dessin 5	O(5,5 ; – 4)	A(5,5 ; – 1)	B(6,5 ; 0)

Manuel	C(2 ; 3)	D(2 ; 2,5)	E(5 ; 2,5)
Dessin 1	C(2 ; – 3)	D(2 ; – 2,5)	E(5 ; – 2,5)
Dessin 2	C(– 2 ; – 3)	D(– 2 ; – 2,5)	E(– 5 ; – 2,5)
Dessin 3	C(3 ; 2)	D(2,5 ; 2)	E(2,5 ; 5)
Dessin 4	C(0 ; 3)	D(0 ; 2,5)	E(3 ; 2,5)
Dessin 5	C(7,5 ; – 1)	D(7,5 ; – 1,5)	E(10,5 ; – 1,5)

Manuel	F(5 ; 6)	G(8 ; 6)	H(8 ; 0)
Dessin 1	F(5 ; – 6)	G(8 ; – 6)	H(8 ; 0)
Dessin 2	F(– 5 ; – 6)	G(– 8 ; – 6)	H(– 8 ; 0)
Dessin 3	F(6 ; 5)	G(6 ; 8)	H(0 ; 8)
Dessin 4	F(3 ; 6)	G(6 ; 6)	H(6 ; 0)
Dessin 5	F(10,5 ; 2)	G(13,5 ; 2)	H(13,5 ; – 4)

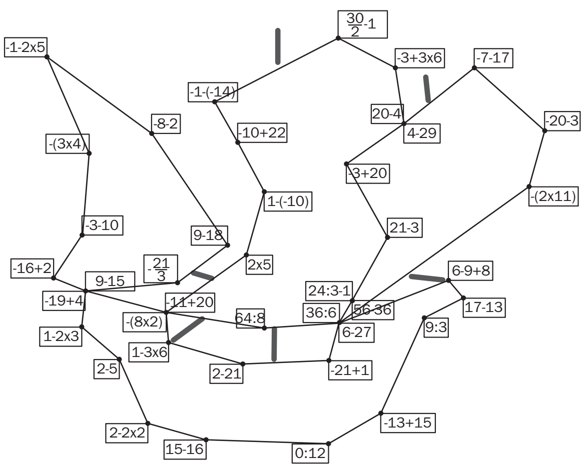
Manuel	K(5 ; 0)	L(2 ; 0)
Dessin 1	K(5 ; 0)	L(2 ; 0)
Dessin 2	K(– 5 ; 0)	L(– 2 ; 0)
Dessin 3	K(0 ; 5)	L(0 ; 2)
Dessin 4	K(3 ; 0)	L(0 ; 0)
Dessin 5	K(10,5 ; – 4)	L(7,5 ; – 4)

Dessin 1 : symétrie par rapport à l'axe des abscisses.
Dessin 2 : symétrie centrale par rapport à l'origine du repère (composition de deux symétries axiales).
Dessin 3 : symétrie axiale par rapport à la première diagonale du repère.

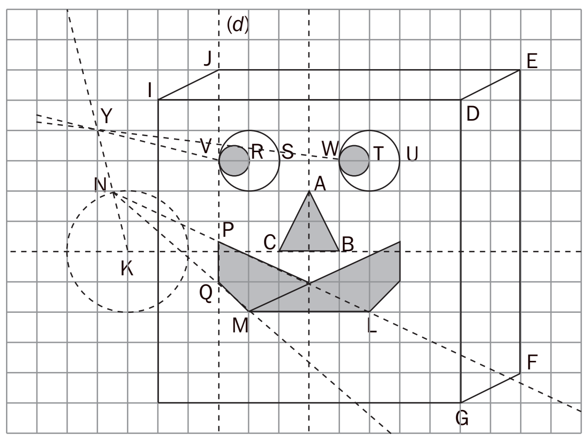
82 ① **1.** Une « dette » est un nombre négatif : une dette de 10 € est notée (– 10). Un « bien » est un nombre positif : un bien de 10 € est noté (+10).
« *Une dette retranchée de zéro devient un bien* » :
0 – (– 10) = + 10
« *Un bien retranché de zéro devient une dette* » :
0 – (+ 10) = 0 + (– 10) = – 10
2. Dates de Brahmagupta : 598-660 environ.
② Le jeton placé au dessus vaut 5.
7 dettes + 3 payes, reste 4 dettes.
8 dettes + 6 payes, reste 2 dettes.
9 dettes + 7 payes, reste 2 dettes.
7 dettes + 6 payes, reste 1 dette.

Atelier maths

1 Dessin mystérieux : la Santa Maria de Christophe Colomb.



2 Figure animée



Bibliographie
• *Des mathématiques en sixième,* commission inter-IREM, 1998 (partie du programme de 6e transféré en 5e).
• *Des mathématiques au cycle central*, T1, commission inter-IREM premier cycle, 1997.
• *Les nombres relatifs au collège*, IREM de Poitiers, 1996.

5 TRIANGLES

Les figures des activités 2, 11 et les exercices 24, 25 sont préparés pour être photocopiés en taille réelle ou agrandie.
Le transparent n° 9 complète le travail demandé dans l'activité 7 page 85 du manuel et l'atelier maths page 100.

Ce chapitre est le premier chapitre de géométrie plane. Il s'insère dans une volonté voulue par le programme de mettre le triangle au centre des notions étudiées. Il s'agit donc de compléter les savoirs des élèves au sujet du triangle, en abordant le problème de sa construction par le biais de l'inégalité triangulaire dont l'énoncé est admis. Plusieurs activités et exercices de construction, de tâtonnement ont été établis autour de l'inégalité triangulaire. Ces phases de recherche, par essais/erreurs, permettent de mettre en évidence la propriété, y compris le cas de l'égalité pour la caractérisation du segment. Ce peut être l'occasion d'un travail de mise en commun afin d'approcher la notion d'isométrie et en particulier les trois cas d'isométrie qui seront démontrés en classe de 2de.

Le travail, entamé en classe de 6^{e}, du passage d'une géométrie d'observation à une géométrie déductive est renforcé. Les activités et exercices de ce chapitre ont été créés afin que les élèves s'approprient progressivement la démarche d'investigation et de raisonnement déductif. C'est ce que permet, entre autres, l'étude des propriétés des droites remarquables d'un triangle. En 6^{e}, les élèves ont eu l'occasion de rencontrer la caractérisation de la médiatrice d'un segment à l'aide de l'équidistance. Cette propriété appliquée au triangle débouche sur la démonstration de l'existence du point de concours des trois médiatrices. On trouvera une démonstration formelle dans l'activité 9 après avoir réalisé une phase de travail de recherche au cours de l'activité 8 qui utilise l'apport dynamique d'un logiciel de construction géométrique.

Activités

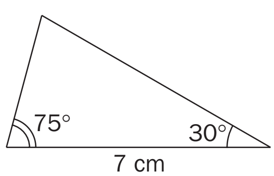
1 Puzzle

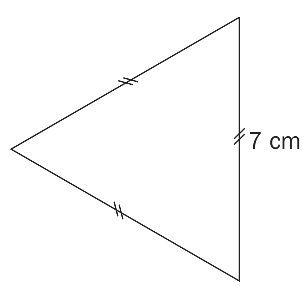
Objectifs : Reprendre contact avec les propriétés des triangles particuliers. Utiliser les instruments pour construire en dimensions réelles : soin et attention sont utiles.

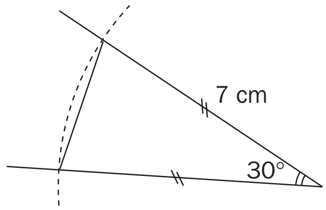
Difficultés : Manipulation des instruments pour certains élèves, notamment celle du rapporteur.

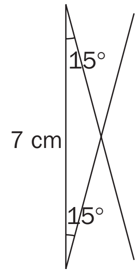
Gestion : On peut demander aux élèves de travailler en groupes de quatre. Dans ce cas, chaque élève trace une pièce et indique les propriétés de son triangle. Le groupe cherche à reconstituer le quadrilatère et à en donner la nature. Une mise en commun finale permet d'avancer des arguments qui ne pourront être vérifiés qu'avec la propriété de la somme des angles d'un triangle.

Réponses : Échelle 1/2







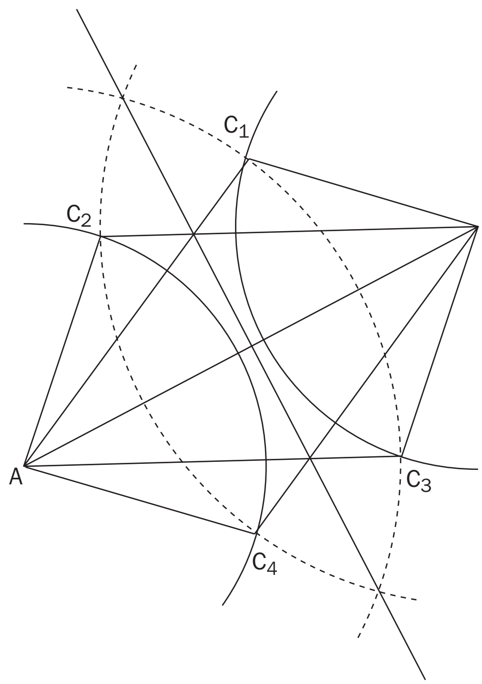


❷ Le bon choix

Objectifs : Travail sur les consignes en associant texte et figure. On reste à ce niveau sur de l'observation. Cet exercice est issu de l'enquête européenne PISA, plutôt bien réussie par les élèves français.
Difficultés : Absence de codage, prégnance de l'horizontal et du vertical pour appréhender l'angle droit, position du quatrième triangle.
Gestion : On peut demander aux élèves de travailler individuellement ou en groupes. Une mise en commun finale permet d'avancer des arguments que l'on cherche à avoir de plus en plus précisés.
Réponse : figure ④.

❸ Une construction

Objectifs : Utiliser les instruments et en particulier le compas pour construire un triangle dont les longueurs des côtés sont connues. Un problème n'a pas toujours une seule solution.
Difficultés : Manipulation des instruments pour certains élèves, notamment celle du compas. Ne pas « voir » toutes les solutions possibles.
Gestion : Travail individuel puis mise en commun dans la classe qui permet d'obtenir toutes les solutions de construction.
Réponses : Il y a quatre triangles possibles symétriques par rapport à (AB) ou la médiatrice de [AB].



❹ Un message

Objectifs : Prendre des informations sur un dessin. Rédiger un texte avec le vocabulaire connu. Se rendre compte de l'utilité de précision du vocabulaire. Importance des informations minimales pour construire une figure.
Difficultés : Le niveau de vocabulaire implicite entre les locuteurs.
Gestion : On peut demander aux élèves de travailler individuellement puis d'échanger à deux leur texte. La mise en commun des textes au sein de la classe doit permettre de faire le tri de toutes les informations pour ne garder que celles utiles. On arrivera à la connaissance d'un triangle par la donnée des trois longueurs, ou la donnée d'un angle compris entre deux longueurs connues, ou la donnée d'une longueur comprise entre deux angles connus.
Réponses : Selon les textes des élèves.

5 Avec trois nombres

Objectifs : Introduire l'inégalité triangulaire. Utiliser la touche « random » de la calculatrice. Les mesures sont donc obtenues de manière aléatoire, on obtient rapidement un maximum de chiffres au hasard. Travailler par essais/erreurs et on obtient rapidement des situations intéressantes.

Difficultés : Imprécision de langage des élèves. Difficulté pour quelques rares élèves d'utilisation de la touche « random ».

Gestion : On peut demander aux élèves de travailler individuellement ou en groupes. Ils obtiennent des mesures, cherchent à construire des triangles. Une mise en commun finale permet de discuter sur une condition d'existence en insistant sur la précision du langage utilisé. Le cas des points alignés est souvent présent dans la discussion.

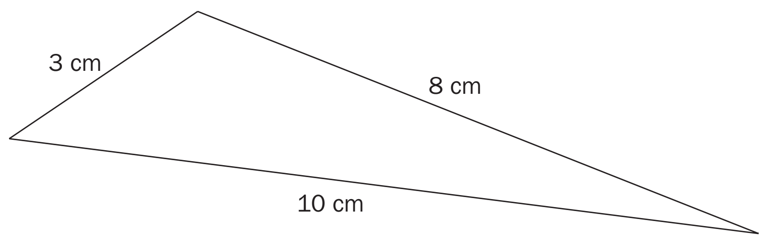
Réponses : Condition de l'inégalité triangulaire et la caractérisation du segment.

6 Une belle famille

Objectifs : Utiliser la propriété d'inégalité triangulaire pour justifier la constructibilité d'un triangle.
Difficultés : Manipulation de l'inégalité et erreurs de calculs. Difficulté du vocabulaire « le » et « un ».

Gestion : Travail individuel puis mise en commun des arguments de constructibilité. On peut également faire une étape intermédiaire en faisant rédiger les arguments des élèves par groupes.

Réponses :
1.



2. a. oui car $6 < 15$; **b.** oui car $9 < 12$; **c.** non car $12 > 9$; **d.** oui, les points sont alignés.

7 Égale distance

Objectifs : Revoir les propriétés directe et réciproque d'égale distance des points situés sur la médiatrice d'un segment. Approcher le cercle circonscrit d'un triangle.

Difficultés : Passer du tâtonnement à l'utilisation de propriété.

Gestion : Travail d'abord individuel afin que les élèves s'approprient la consigne et le tâtonnement des constructions. Inciter les élèves à préciser la position de points situés à égale distance et l'utilisation des propriétés de la médiatrice. On peut tracer la figure sur un transparent ou utiliser le transparent n° 9 pour faire venir les élèves au tableau et discuter de la position des points. Le cercle apparaît facilement.

Réponses :
1. Construction de la médiatrice de [TK].
2. Construction de la médiatrice de [TJ] et du point d'intersection des deux médiatrices.

8 À la recherche du centre d'un cercle

Objectifs : Établir une conjecture concernant l'existence et la position du centre du cercle circonscrit à un triangle.

Difficultés : Connaître les commandes du logiciel de construction géométrique utilisé.

Gestion : Travail individuel et phase d'approche de la propriété qui sera démontrée dans l'activité suivante.

Réponses :
4. Les deux segments [OE] et [OS] ont leurs longueurs égales lorsque les points E, L et S se déplacent.
5. Les deux segments [OS] et [OL] ont leurs longueurs égales lorsque les points E, L et S se déplacent.
6. Le cercle de centre O et passant par le point E passe également par les points L et S.
7. La médiatrice (d_3) passe par O.

9 Une démonstration

Objectifs : Démontrer l'existence du centre du cercle circonscrit à un triangle. Début de mise en œuvre en classe de 5e de preuves de plus en plus élaborées et formalisées. Différencier *sembler* et *être sûr*.

Difficultés : La nécessité d'une démonstration n'est pas ressentie par tous les élèves. C'est l'une des premières démonstrations que les élèves appréhendent en classe, aussi la recherche et la rédaction de la démonstration sont ici guidées.

Gestion : Recherche individuelle suivie d'une mise en commun pour faire expliciter les idées et les démarches. On pourra photocopier les cadres sur des transparents et les rétroprojeter pour servir de support au débat de classe. On pourra demander aux élèves de rédiger les étapes de la démonstration et d'énoncer une propriété.

Réponses :

O est un point de (d_1) médiatrice de [ES]. Énonce la propriété des points d'une médiatrice : Tous les points situés sur la médiatrice d'un segment sont à égale distance des extrémités de ce segment. On peut donc écrire que OS = OE.	O est un point de (d_2) médiatrice de [EL]. Énonce la propriété des points d'une médiatrice : Tous les points situés sur la médiatrice d'un segment sont à égale distance des extrémités de ce segment. On peut donc écrire que OE = OL.

En comparant les deux égalités,
on peut écrire OS = OL.
O est à la même distance des deux points S et L.
O est donc un point de la médiatrice du segment [SL].

On dit alors que les trois médiatrices sont *concourantes* en O.
Les distances OE, OS et OL sont égales,
donc les points E, S et L sont à la même distance du point O.
Par définition le centre du cercle passant par E, S, et L est le point O.

10 Que de droites !

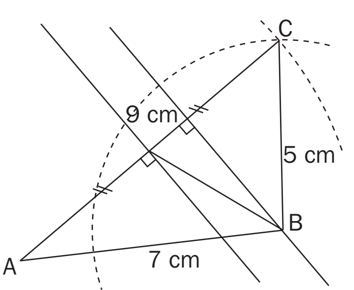
Objectifs : Différencier les droites remarquables dans un triangle. Étude du cas particulier du triangle isocèle.

Difficultés : La multiplicité des constructions. Il faut être coordonné et hiérarchiser les étapes.

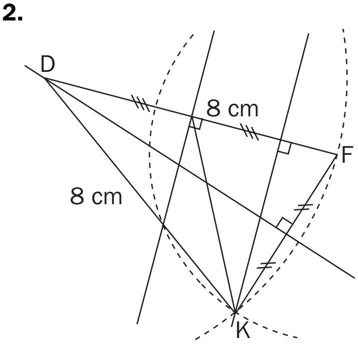
Gestion : Travail individuel puis mise en commun finale.

Réponses : Échelle 1/2.

1.



2.



Pour le côté [FK], la médiatrice est aussi hauteur et médiane relative au triangle isocèle DFK.

11 Énoncés et figures

Objectifs : Remarquer qu'à un énoncé, il peut correspondre plusieurs figures, et qu'une figure peut correspondre à plusieurs énoncés.
Difficultés : Lecture de consigne. Mauvaise prise en compte des codages.
Gestion : On peut photocopier sur transparent les figures et les rétroprojeter. Les élèves cherchent d'abord individuellement puis la mise en commun s'appuie sur les figures projetées au tableau, en insistant sur la prise en compte des codages.
On pourra faire construire d'autres figures correspondant aux énoncés.
On pourra faire rédiger d'autres énoncés correspondant aux figures.
Réponses :
énoncé ⓐ et figure ④ ; énoncé ⓑ et figure ② ; l'énoncé ⓒ n'est associé à aucune figure ; énoncé ⓓ et figure ① ; énoncé ⓔ et figure ③.

Corrections des exercices

Exercices d'application

OBSERVATION

Exercices où les élèves doivent observer puis prendre les codages utiles pour déterminer quelles sont les droites particulières sur les figures.

1 ① médiane ② médiatrice ③ hauteur ④ aucune ⑤ hauteur ⑥ aucune

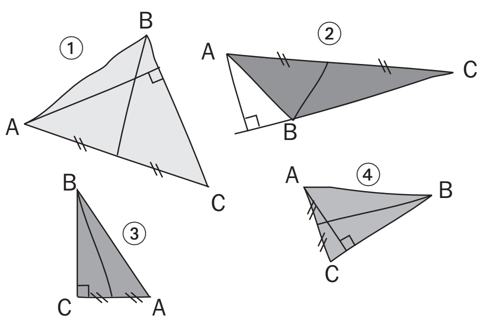
2 ① bissectrice ② médiatrice ③ hauteur ④ aucune ⑤ médiane ⑥ aucune ⑦ aucune

3 Bissectrice : (BD) dans ACD ; médiatrice : (BD) dans ACD ou dans ACE ; hauteur : (BD) dans ACD ou (DF) dans ADE ou (AD) dans ACE.

CONSTRUCTION

Construction à main levée (exercice 4) ou avec les instruments (exercices 9 à 13) des droites remarquables d'un triangle. Utilisation de la propriété d'inégalité triangulaire pour savoir si les triangles sont constructibles ou non (exercices 5 à 8).

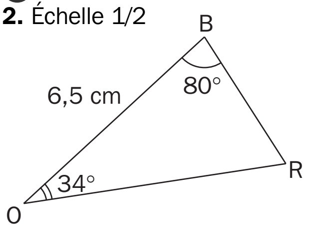
4



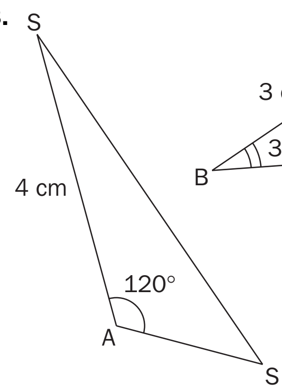
5 MLK : possible car 7 < 5,5 + 3 ; GHI : G, H, I points alignés dans cet ordre car 1,9 + 3,1 = 5 soit GH + HI = GI ; ABC : possible car 7 < 4 + 7 ; DEF : impossible car 7,3 > 4,1 + 2,4.

6 **1.** 8 < 3 + 6 soit BC < AB + AC donc ABC possible.
2. 7,8 > 5 + 2,4 soit ST > RT + RS donc RST impossible.
3. 12 > 8 + 3 soit OL > PL + PO donc POL impossible.
4. 3,2 + 9,3 = 12,5 soit VH = DV + DH donc DVH triangle aplati.
5. 6,3 < 4 + 4,8 soit MG < EG + EM donc EGM possible.

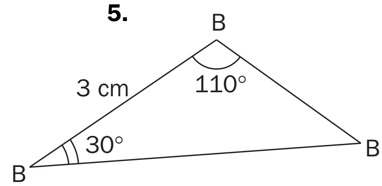
7 **1.** et **4.** Impossible.
2. Échelle 1/2



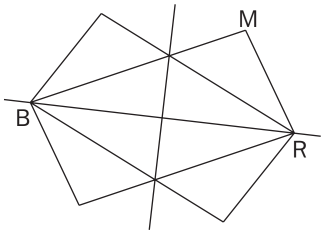
3.



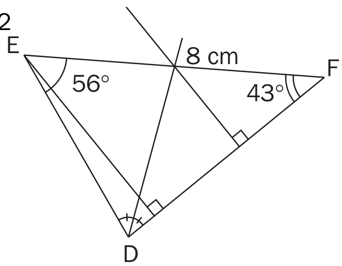
5.



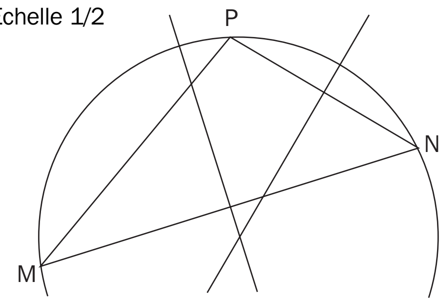
8 Échelle 1/2



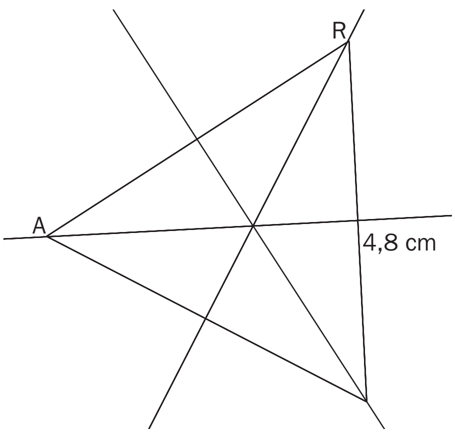
9 Échelle 1/2



10 Échelle 1/2

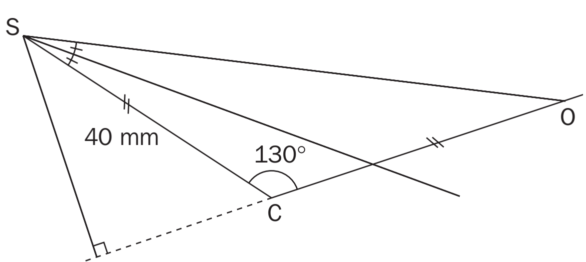


11

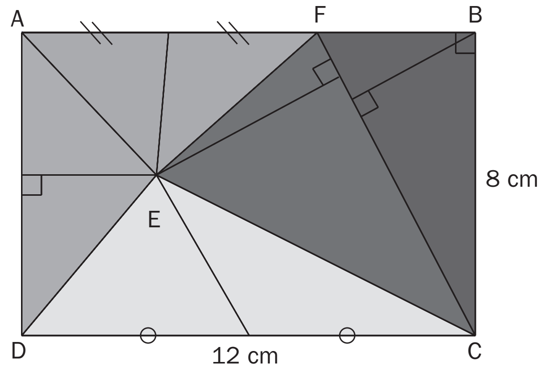


Dans le triangle équilatéral RAL, les hauteurs, médiatrices et médianes sont confondues.

12



13 Échelle 1/2.

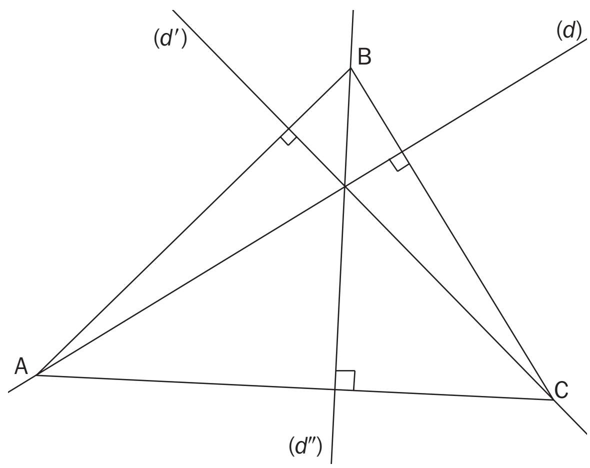


RÉDACTION, DÉDUCTION

Il est attendu des phrases de plus en plus élaborées pour expliquer les réponses, soit pour utiliser une propriété, soit pour formuler une conjecture.

14 Utiliser le compas pour reporter les longueurs. La longueur du segment le plus long est supérieure à la somme des deux autres, donc on ne peut pas construire un tel triangle.

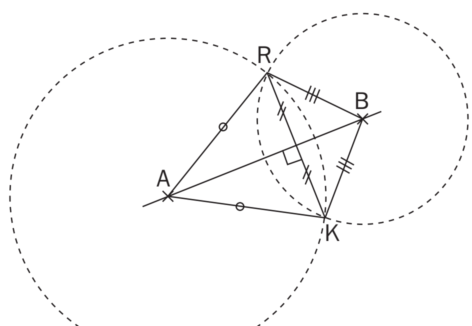
15



En déplaçant les trois sommets, on observe que les trois hauteurs sont concourantes.

7. L'intersection des trois hauteurs est : **a.** à l'intérieur lorsque les angles sont aigus, **b.** à l'extérieur lorsqu'un angle est obtus, **c.** confondu avec un sommet lorsque le triangle est rectangle.

16 **1.**

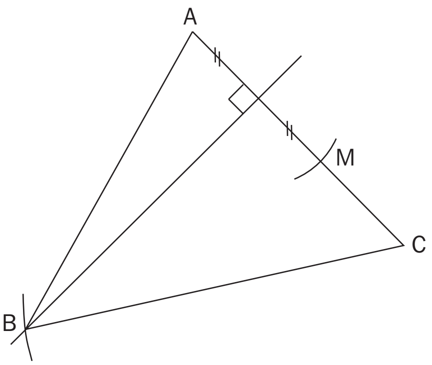


2. La médiatrice de [RK] passe par les centres A et B des cercles car tous les points de la médiatrice sont à égale distance des extrémités du segment.
3. ARBK est un cerf-volant, on a : AR = AK, BR = BK, $\widehat{ARK} = \widehat{AKB}$, (AB) est axe de symétrie.
4. ARBK est un losange lorsque les deux cercles ont le même rayon.

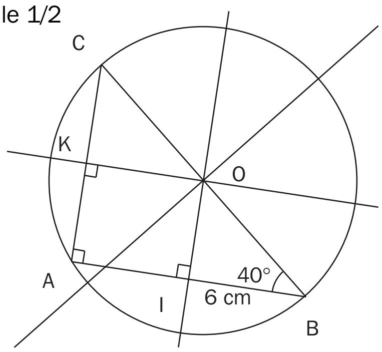
17 On pourra demander d'agrandir les décalques des cercles. Par construction d'au moins deux médiatrices, dans chaque cas, on obtient le centre des cercles.

Exercices 19 à 21 : figurent des constructions raisonnées où interviennent des propriétés des médiatrices d'un segment et du centre du cercle circonscrit à un triangle.

19

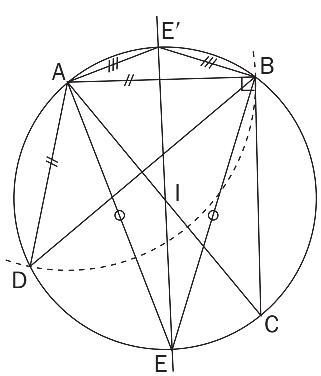


20 **1.** Échelle 1/2



2. O semble être le milieu de [BC].
3. Le quadrilatère a trois angles droits (triangle rectangle et deux médiatrices), AIOK est un rectangle.

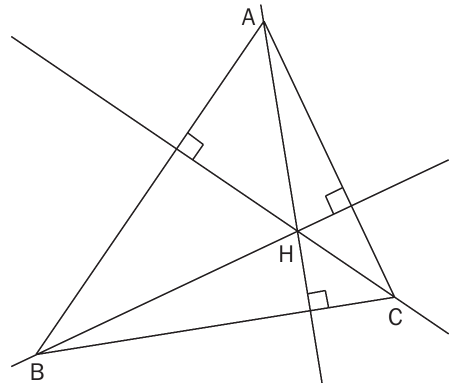
21 Échelle 1/2



Il y a deux possibilités pour E.

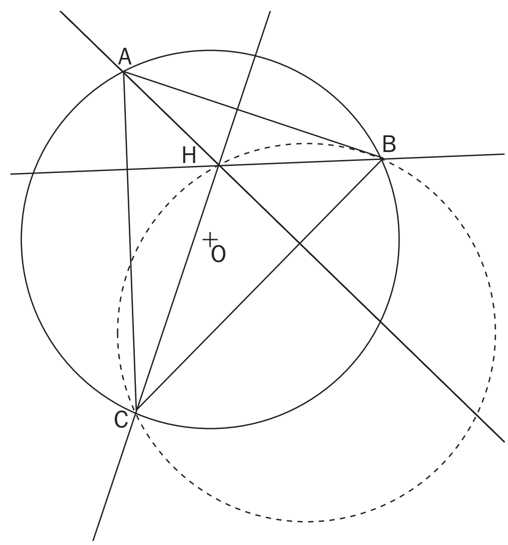
Exercices 22 et 23 : l'utilisation d'un logiciel de construction géométrique permet de réaliser plusieurs constructions, de tâtonner et d'établir des conjectures.

22



C est à l'intersection de la perpendiculaire à (BH) passant par A et de la perpendiculaire à (AH) passant par B.

23



H semble se déplacer sur un cercle de même rayon, symétrique du cercle $\mathscr{C}$ par rapport à (BC).

Exercices d'approfondissement

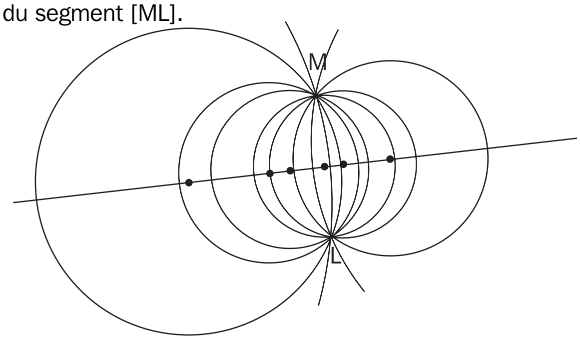
POUR ALLER PLUS LOIN

Exercices 24 et 25 : utilisation des définitions des droites remarquables d'un triangle dans des figures plus complexes.

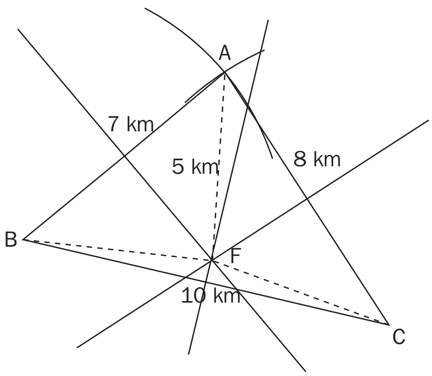
24 Dans le triangle ERA, (RU) est la *médiane issue de* R (ou *relative* au côté [AE]).
Dans le triangle RMU, (KM) est la *médiane issue de* M (ou *relative* au côté [RU]).
Dans le triangle AUR, (UM) est la *médiane issue de* U (ou *relative* au côté [AR]).

25 ① (EK) est *hauteur* dans AEK, dans AEI, dans AEL ; (AE) et (EL) sont *hauteurs* dans AEL.
(EI) est *médiane* dans AEL.
② (AE) et (EL) sont *hauteurs* dans AEL ; (EI) est *médiane* dans AEL ; (AK) est *hauteur* dans AEI.
③ (AE) et (AL) sont *hauteurs* dans AEL ; (KI) est *hauteur*, *médiane* et *médiatrice* dans AKL ; (KI) est *hauteur* dans AKI et dans KIL ; (AI) est *hauteur* dans AKI ; (IL) est *hauteur* dans KIL.

26 Les centres des cercles sont situés sur la médiatrice du segment [ML].

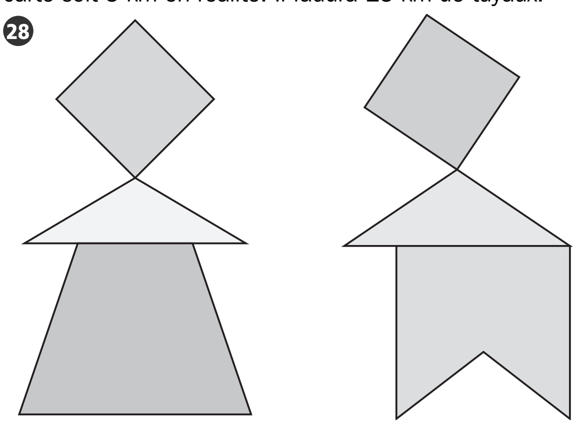


27

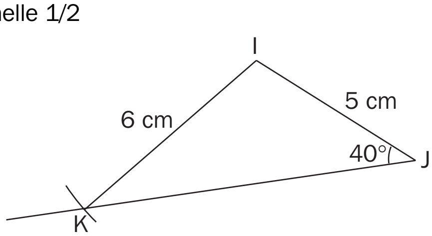


Du point F de forage à chaque village, il y a 5 cm sur la carte soit 5 km en réalité. Il faudra 15 km de tuyaux.

28



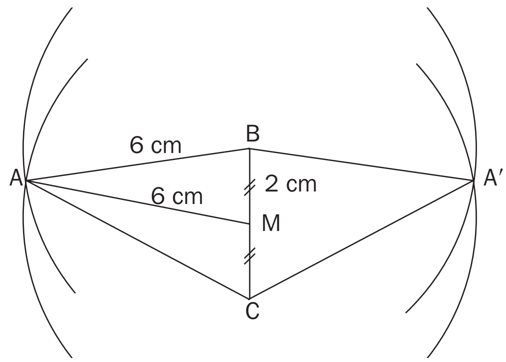
29 Échelle 1/2



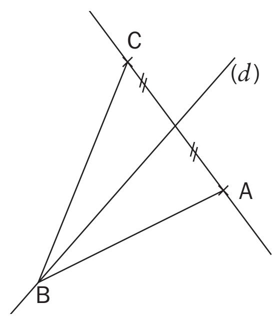
Trace le segment [IJ] ; trace l'angle $\widehat{IJx}$ de mesure égale à 40° ; trace un arc de cercle de centre I et de rayon 6 cm, cet arc coupe la demi-droite [Jx) en K ; complète le triangle.

30 BC < AC + AB ; 7 < AC + 6 donc AC > 1.
AC < AB + BC ; AC < 6 + 7 donc AC < 13.
Les seuls multiples de 5 compris entre 1 et 13 sont 5 et 10. Il y a deux réponses : AC = 5 et AC = 10.

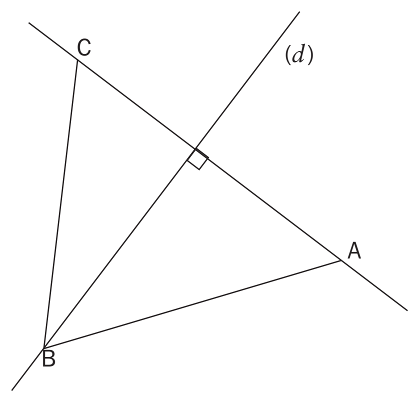
31 Échelle 1/2



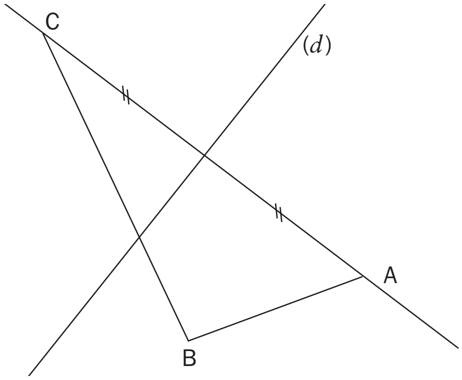
32 **2.** Il y a une infinité de possibilités avec le point B sur (d) et le point C sur une sécante à (d) passant par A de telle sorte que le point d'intersection soit le milieu de [AC].



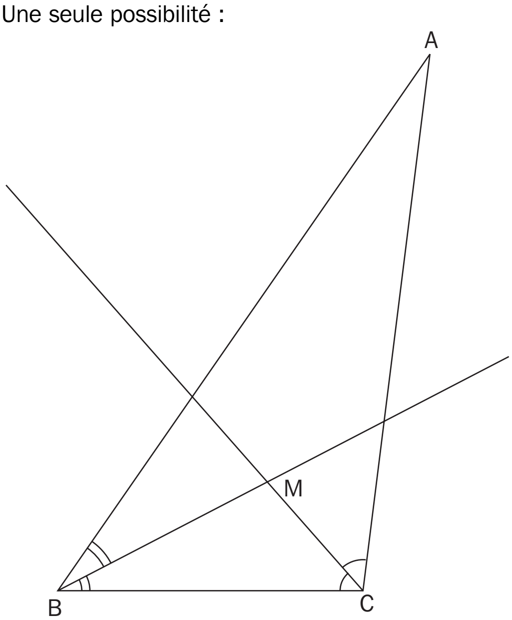
3. Il y a une infinité de possibilités avec le point B sur (d) et le point C sur une perpendiculaire à (d) passant par A.



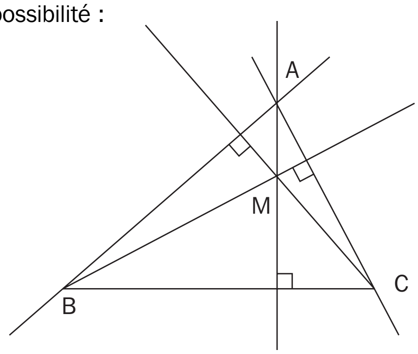
4. Il y a une infinité de possibilités avec C symétrique de A par rapport à (d) et le point B placé n'importe où dans le plan.



33 **2.** Une seule possibilité :



3. Une seule possibilité :



4. Impossible avec le dessin du texte, il faut que M soit situé sur la médiatrice de [BC].

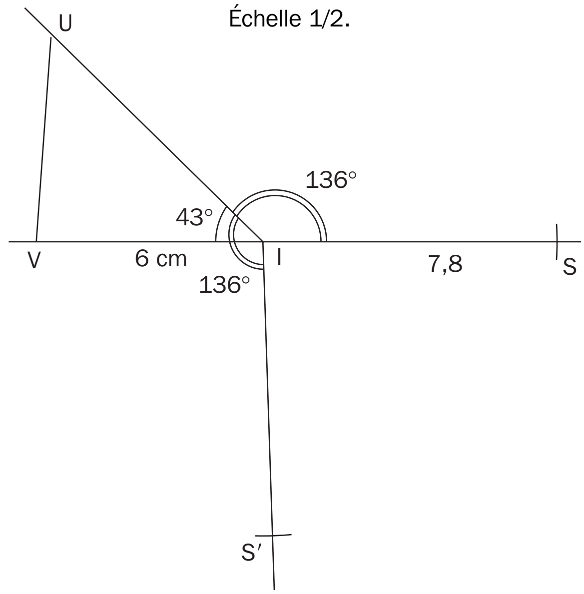
POUR DÉBATTRE ET ARGUMENTER

Ces exercices sont à mener sous forme de débats dans la classe après une phase de recherche individuelle. Les élèves doivent avoir l'occasion d'argumenter du bien-fondé de leurs réponses par une propriété ou un contre-exemple.

34 **1.** $p = 15$ cm donc le troisième côté a une longueur de 7 cm. Comme $7 < 5 + 3$, c'est possible.
2. $p = 14$ cm donc la somme des deux autres est égale à 6 cm. Comme $8 > 6$, ce n'est pas possible.

35 Triangle bleu impossible : $p = 9{,}2$ cm et $a = 5$ cm donc la somme des deux côtés de même longueur est égale à 4,2 cm et l'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée.
Triangle vert impossible : la somme des deux côtés de même longueur est égale à 10 cm, ce qui est plus grand que le périmètre.

36 Il y a deux possibilités pour le point S. Pour l'une, les points V, I et S semblent alignés mais ce n'est pas vrai car 43° + 136° = 179°.



37 **a.** Deux triangles possibles : 8 cm, 8 cm, 5 cm ou 8 cm, 6,5 cm, 6,5 cm.
b. Pas de triangle possible : si un côté a pour longueur 12 cm, un autre côté ne peut mesurer 12 cm car 24 cm serait plus grand que le périmètre 21 cm. Cela laisse comme possibilité 9 cm pour somme des deux autres qui serait plus petite que le plus grand côté.

38 Faux si les trois points sont alignés.

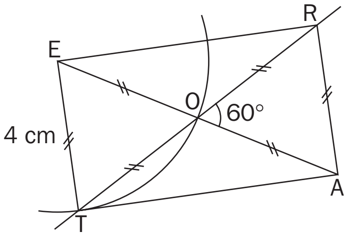
39 **1. a.** Non car $3 + 12 = 15$ et $15 > 5 + 7$.
b. Non car $3 + 10 = 13$ et $13 > 5 + 7$.
c. Oui car $3 + 8 = 11$ et $11 < 5 + 7$.
2. $3 + EC < 5 + 7$ d'où $EC < 9$.

40 BC est le plus grand côté donc sa longueur doit être plus grande que 6 cm.
$BC < AC + AB$ donc $BC < 11$ d'où quatre possibilités : BC peut être égal à 7 cm, 8 cm, 9 cm ou 10 cm.

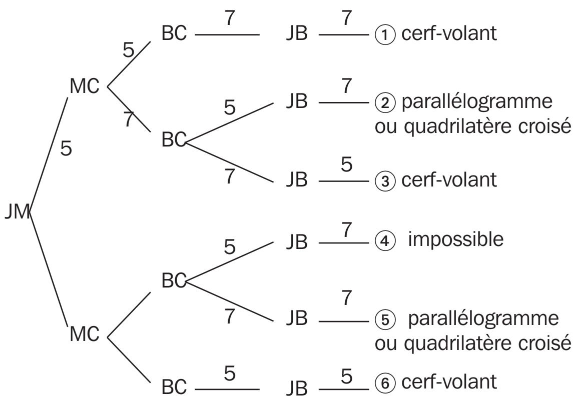
41 La longueur d'un côté est inférieure à la somme de deux rayons donc inférieure à 10 cm. Le périmètre est donc toujours plus petit que 30 cm.

42 Jaouad a raison : on place dans l'ordre E, O puis A avec O milieu de [EA], on trace une droite telle que l'angle $\widehat{AOR}$ soit égal à 60°, puis on trace un arc de cercle de centre E et de rayon 4 cm qui coupe la droite en T et enfin on place R tel que O soit le milieu de [RT].

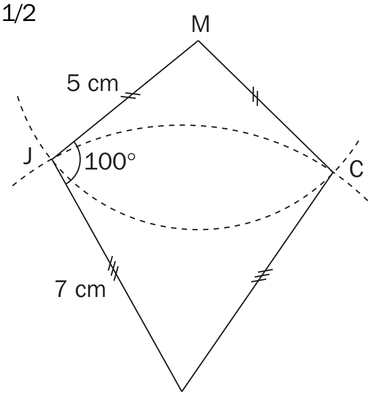
Échelle 1/2



43 **1.** On peut avoir de multiples possibilités, obtenues éventuellement en utilisant un arbre :

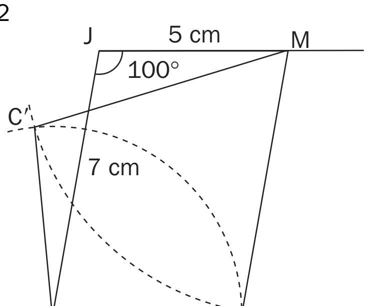


① Échelle 1/2

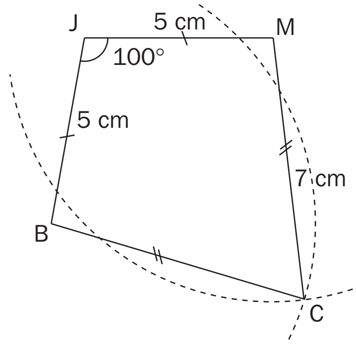


② Deux possibilités : parallélogramme ou quadrilatère croisé.

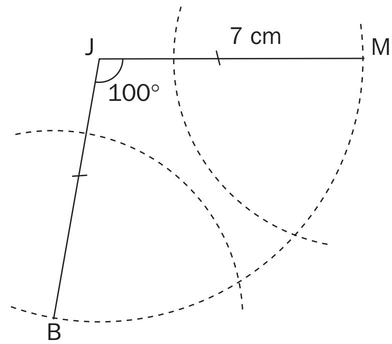
Échelle 1/2



③ Échelle 1/2

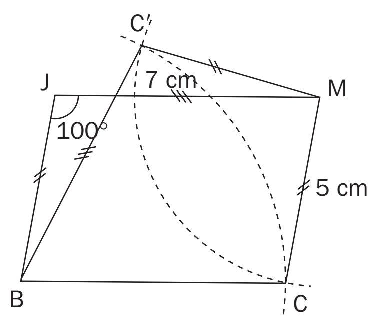


④ Impossible.

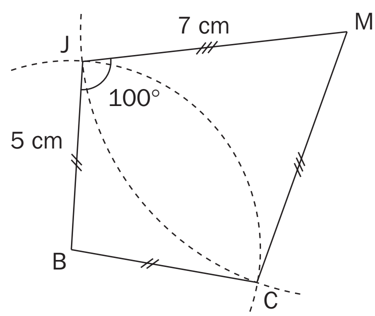


⑤ Deux possibilités : parallélogramme ou quadrilatère croisé.

Échelle 1/2



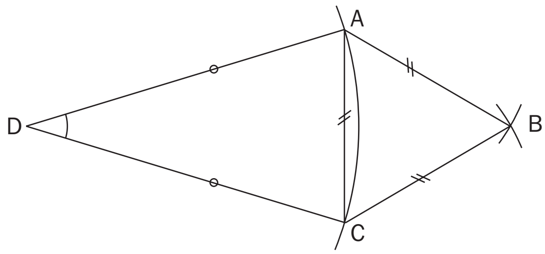
⑥ Échelle 1/2



2. En fait, il y a sept figures possibles et sur certaines, les longueurs de [BM] sont 9,3 cm ou 7,8 cm.

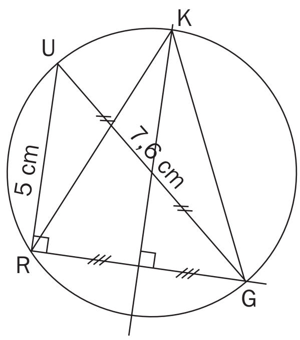
DEVOIRS À LA MAISON

44 ①



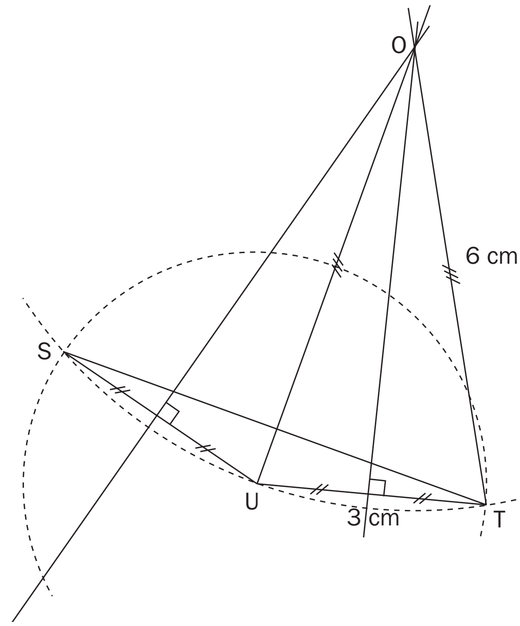
② **1.** et **2.** Trace un segment [UR] de longueur 5 cm ; trace la perpendiculaire à (UR) passant par R puis trace un arc de cercle de centre U et de rayon 7,6 cm. Cet arc coupe la perpendiculaire en G. Place le milieu de [UG], centre du cercle circonscrit au triangle URG.

3. Trace la médiatrice de [RG] qui coupe le cercle en K. Échelle 1/2



45 ① (EB) ⊥ (CA) et (AF) ⊥ (EC) donc l'intersection des deux hauteurs (EB) et (AF) dans le triangle ACE est le point G.
Le triangle DCE est rectangle en D donc les hauteurs se coupent en D.
(AC) ⊥ (EG) et (EC) ⊥ (AG) donc l'intersection des deux hauteurs (AC) et (EC) dans le triangle AGE est le point C.

②



UTO isocèle en O donc OU = OT et la médiatrice de [UT] passe par O.
S est le symétrique de T par rapport à (OU) donc OS = OT = OU et la médiatrice de [US] passe par O.

46 ① **Topographie :** vient d'un mot grec ; technique de relevé de cartes ou de plans de terrain, grande importance au siècle de Louis XIII et Louis XIV.
Géométrie : vient d'un mot grec ; science de l'étude des mesures sur la terre et des figures du plan ; à rapprocher de l'arpentage.
② Chemin violet : 400 m ; chemin vert : 700 m ; chemin rose : 500 m ; à vol d'oiseau : 292 m.
En appliquant l'inégalité triangulaire au chemin violet, on obtient que AB est plus petit que la somme des deux autres côtés violets.

Atelier maths

D est situé dans le groupe d'arbres encerclés par les routes, entre deux arbres en haut, I est situé près de l'entrée du pont, R est situé près du point C.
Le point T est situé sur la ligne est-ouest au bord de la rivière.

6 SYMÉTRIE CENTRALE

Les figures des activités 2 et 5, les exercices 7, 8, 9, 42 sont préparés pour être photocopiés en taille réelle ou agrandie.
Les transparents n° 10, 11, 12 et 13 complètent et approfondissent les activités d'introduction de la symétrie centrale et l'étude de ses propriétés.

L'étude des symétries se poursuit en classe de 5e en introduisant la symétrie autour d'un centre. Cette fois-ci les élèves vont avoir l'obstacle de l'environnement culturel qui privilégie la symétrie axiale dans les constructions architecturales ou même l'environnement social de la nature. C'est là que va résider l'obstacle le plus fort, la recherche d'un axe de symétrie. Les propriétés de la symétrie axiale vont faire écran à l'appropriation d'un centre de symétrie. L'amorce des activités doit donc rester au niveau de phases de découverte à la suite de manipulation, d'observation pour comprendre cette transformation comme demi-tour ou double pliage. Ce n'est qu'un peu plus tard que la compréhension de la symétrie en tant que telle va se mettre en place. Les commentaires du programme donnent d'ailleurs de l'importance au travail expérimental, aux manipulations, aux dessins et aux mesures.
Les activités de ce chapitre et les exercices ont été élaborés en correspondance avec trois niveaux d'appréhension du concept de symétrie :
– l'aspect concret où le perceptif a un rôle important dans la découverte des relations entre les configurations géométriques ;
– la notion de transformation où l'on met en lumière les propriétés de conservation et les propriétés liées au centre, milieu des segments joignant un point et son image ;
– l'objet mathématique « symétrie » qui est construit et utilisé pour la résolution de problèmes. Les propriétés sont alors utilisées dans des figures plus complexes.

Activités

1 Une nouvelle symétrie

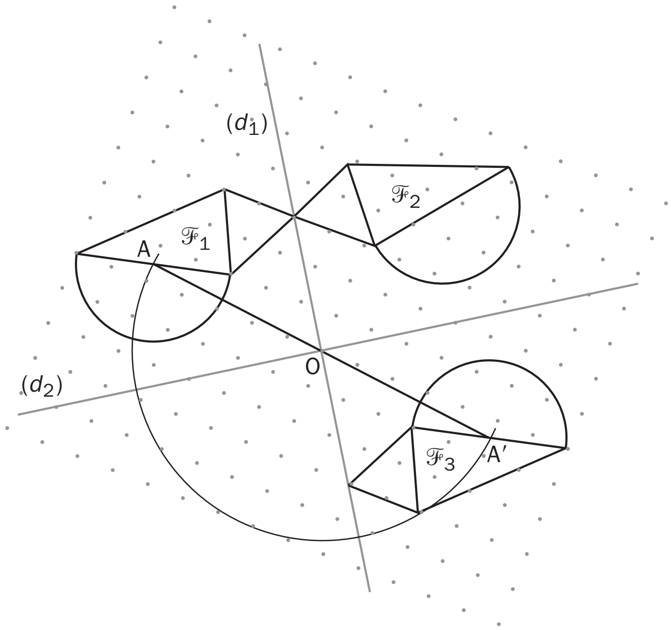
Objectifs : Différencier symétrie axiale et symétrie centrale par un travail expérimental : observations et manipulations. Expérimenter et conjecturer sur des figures simples. Éventuellement dégager des amorces de propriétés.
Difficultés : Prégnance du modèle social de la symétrie axiale. Présence d'une droite qui peut être ou non un axe de symétrie.
Gestion : On peut demander aux élèves de décalquer les figures ou distribuer une photocopie des figures du transparent n° 10. Laisser ensuite les élèves tâtonner, plier les feuilles pour trouver expérimentalement un ou des axes de symétrie sur les figures. Ils peuvent également s'essayer à construire un axe de symétrie en utilisant les propriétés connues. La position de certaines figures tend à essayer un double pliage voire un demi-tour. Privilégier les manipulations à l'usage des propriétés.
Réponses :
1. (d) est un axe de symétrie pour les figures ①, ④, ⑥.
2. La position de certaines figures conduit à essayer un double pliage voire un demi-tour.

2 Un demi-tour

Objectifs : Poursuivre le travail expérimental sur des figures simples. Réinvestir les connaissances de construction des figures symétriques par rapport à un axe. Relier la notion de symétrie centrale au demi-tour autour d'un point ou à un double pliage. Voir le centre de symétrie comme milieu du segment joignant un point et son image.
Difficultés : Position des axes et des points de la trame de papier qui ne privilégie pas l'horizontal et le vertical.
Gestion : Faire décalquer la figure ou la faire reconstruire sur du papier pointé ou distribuer une photocopie que l'on trouvera en fin du fascicule. Faire procéder aux différentes constructions puis mettre en commun. Lors de ce temps de synthèse, souligner l'importance du rôle du point

O, centre de la nouvelle symétrie. Insister sur l'emplacement des figures les unes par rapport aux autres.

Réponses :



En tournant d'un demi-tour, la figure $\mathscr{F}_1$ se superpose avec la figure $\mathscr{F}_3$.
O est le milieu du segment [AA′].

❸ Propriétés

Objectifs : Poursuivre le travail expérimental sur des figures simples. Dégager les propriétés invariantes dans une symétrie centrale. Différencier symétrie axiale et symétrie centrale par un travail expérimental et à travers les propriétés. Considérer des transformations qui ne conservent pas les grandeurs.

Gestion : Faire travailler les élèves individuellement ou en groupes. Un élève de chaque groupe présente à l'ensemble de la classe les résultats obtenus et le professeur gère un débat de classe. On dégage et on compare avec les propriétés de la symétrie axiale. Une synthèse permet de récapituler les résultats à retenir et fait noter les énoncés mathématiques des propriétés.

Réponses :

1. Les figures $\mathscr{A}$ et $\mathscr{B}$ sont symétriques par rapport à un point dans les cas ③, ⑤, ⑥.
① Les deux figures ne sont pas inversées, elles sont symétriques par rapport à un axe.
② Les deux figures ne sont pas de même taille et ne sont pas inversées.
④ Les deux figures ne sont pas inversées, l'une a glissé par rapport à l'autre.

2. Par tâtonnement ou construction, les élèves construisent le milieu d'un segment joignant deux points homologues.

3. Propriétés de conservation des longueurs, des angles, des aires, d'alignement, de l'image d'un cercle.

❹ Avec un logiciel de construction géométrique

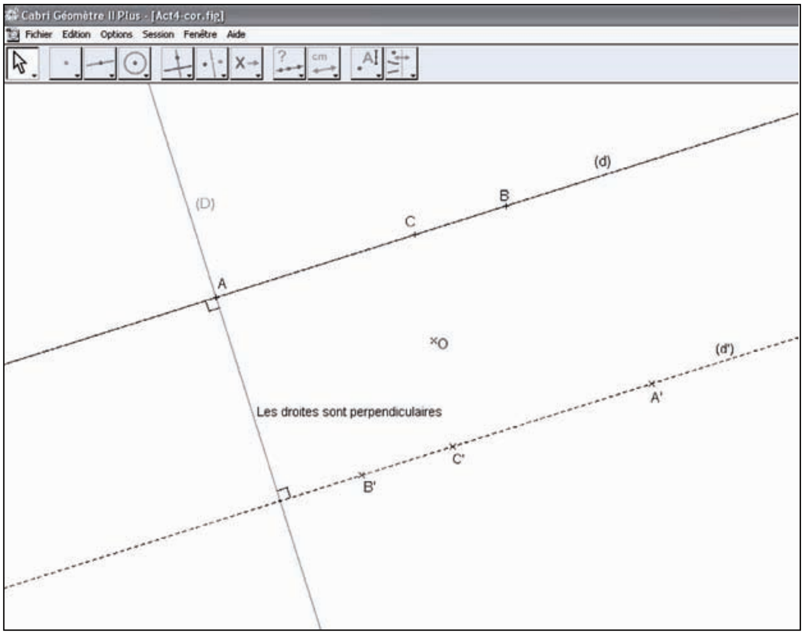
Objectifs : Poursuivre le travail expérimental autour des propriétés d'alignement, du parallélisme. Utiliser un logiciel de construction géométrique pour renforcer le travail de conjecture. Commencer à différencier conjecture et preuve mathématique pour justifier.

Difficultés : Prise en main du logiciel pour certains élèves. Non différenciation d'une conjecture et d'une preuve.

Gestion : L'activité peut se conduire en salle informatique, les élèves étant un à deux par poste, ou dans la classe avec un vidéoprojecteur. Dans ce cas le professeur ou un élève pilote les constructions. Laisser les élèves s'approprier le logiciel et suivre les indications. Faire une mise en commun finale.

Réponses :

1. 2.



3. Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles : (D) est perpendiculaire à (d) et (D) est perpendiculaire à (d'), donc les droites (d) et (d') sont parallèles.

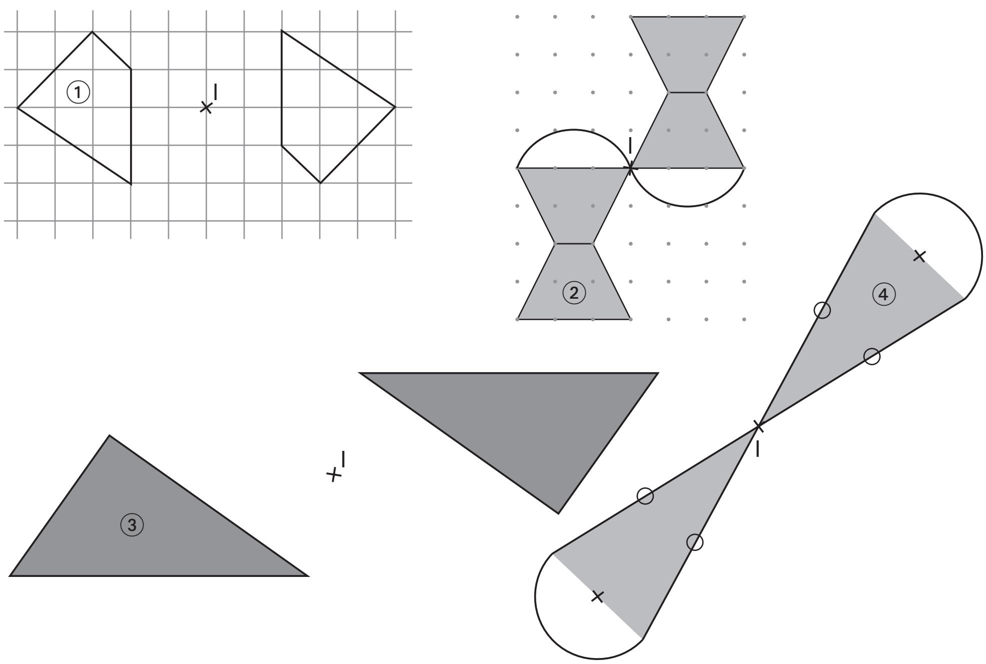
5 Des constructions

Objectifs : Construire des figures symétriques par rapport à un centre avec divers procédés, en utilisant les constructions point par point ou les propriétés ou la position milieu du centre de symétrie.

Difficultés : Prégnance de la symétrie axiale. La position des centres des arcs de cercle.

Gestion : Faire individuellement reproduire ou décalquer les figures. Le travail sera plus ou moins long si l'on demande ou non de reproduire les figures aux instruments ou si on les fait décalquer. On pourra faire rédiger les programmes de construction soit en travail de classe pour gérer l'hétérogénéité, soit en devoir de rédaction à la maison. Une mise en commun est nécessaire pour comparer diverses méthodes de construction pour une même figure.

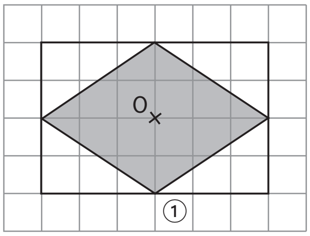
Réponses :

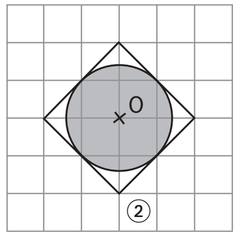


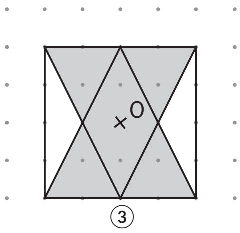
6 Figures à centre de symétrie

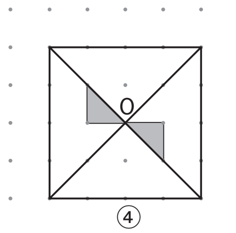
Objectifs : Construire des figures symétriques par rapport à un centre avec divers procédés, en utilisant les constructions point par point ou les propriétés ou la position milieu du centre de symétrie.
Compléter des figures qui ont un centre de symétrie.
Difficultés : Travail sur une figure un peu plus complexe dans la deuxième partie. Usage raisonné des couleurs.
Gestion : Même type de gestion qu'au cours de l'activité 5.
Réponses :

1.

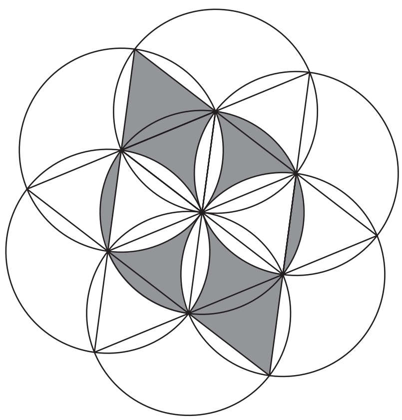






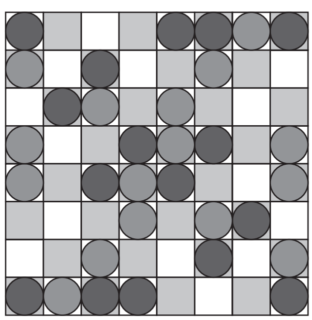


2.



7 Jeu et symétrie

Objectifs : Poursuivre l'étude de figures simples. Observer et manipuler.
Gestion : On pourra utiliser un damier et des pions de couleurs.
Réponses :



Corrections des exercices

Exercices d'application

VOCABULAIRE, NOTATION, OBSERVATION

Dans cette partie les élèves doivent faire appel à l'observation en relation avec les connaissances de base sur la symétrie (définition et propriétés).

1 ① Oui ; ② non (les deux figures sont dans le même sens) ; ③ non (une figure est plus près du centre de symétrie).

2 ① Les 5 ne sont pas inversés ; ② les 5 ne sont pas de même taille ; ③ les 5 ne sont pas de même taille ; ④ symétriques ; ⑤ les 5 sont mal inversés.

3 ❶ Vrai ; ❷ faux (aucun codage) ; ❸ faux (les points H, T et F ne sont pas alignés).

4 **a.** E est le symétrique de D par rapport à C.
b. la droite (AD) est parallèle à la droite (EF).
c. G est le symétrique de B par rapport à C.
d. F est le symétrique de A par rapport à C.
e. le milieu de [DE] est le point C.
f. le symétrique de ADC par rapport à C est FEC.

5 **1.** 6 et 11 ; 4 et 9 ; 3 et 10.
2. 1 et 8 ; 5 et 12 ; 2 et 7 ; 4 et 9.

6 **a.** Le triangle ② est le symétrique du triangle ① par la symétrie de centre A.
b. Le triangle ③ est le symétrique du triangle ① par la symétrie d'axe (AB).
c. Le triangle ④ est le symétrique du triangle ① par la symétrie de centre C.
d. Le triangle ⑤ est le symétrique du triangle ① par la symétrie de centre B.

7 ① oui, centre du cercle ; ② oui, centre de la fleur ; ③ non ; ④ non.

8

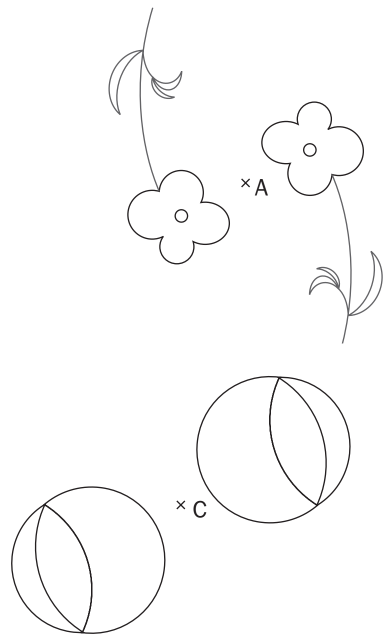
Figure n°	①	②	③	④
Axe(s)	1	non	2	2
Centre	non	1	1	1

9

Figure n°	①	②	③	④
Axe(s)	4 (diagonales du carré et médiatrices du carré)	1 (diagonale des deux carrés)	non	non
Centre	1 (centre du carré)	non	1 (centre du cercle)	1 (au centre du dessin)

CONSTRUCTION

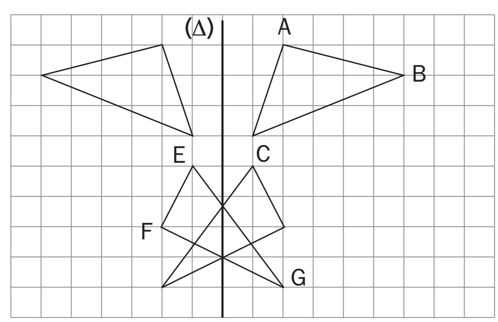
10

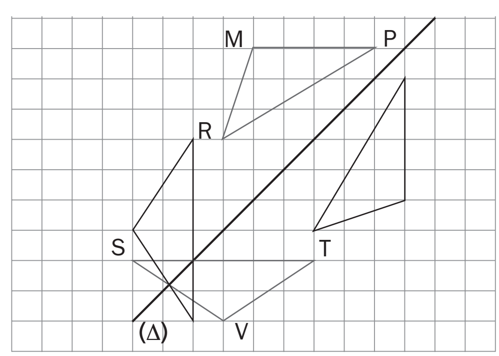


11 Construction à l'aide d'un logiciel.

12 Construction à l'aide d'un logiciel.

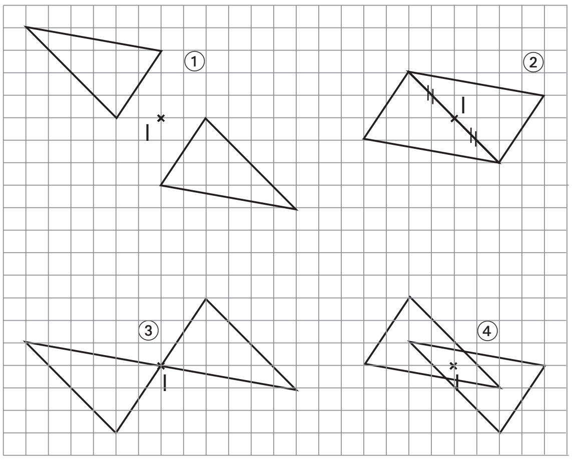
13



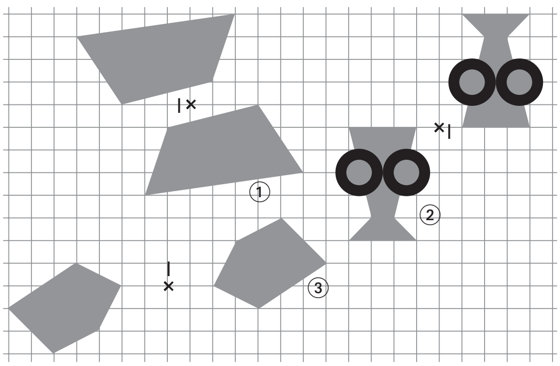


Exercices 14 à 16, 18 et 19 : exercices de construction, utilisation des quadrillages.

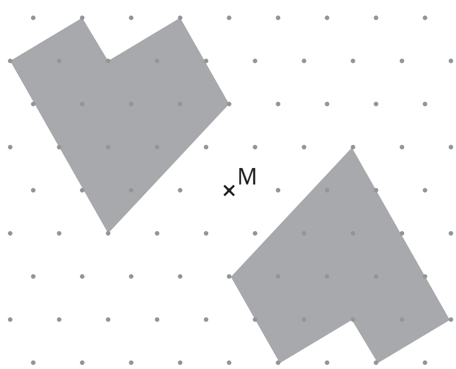
14



15



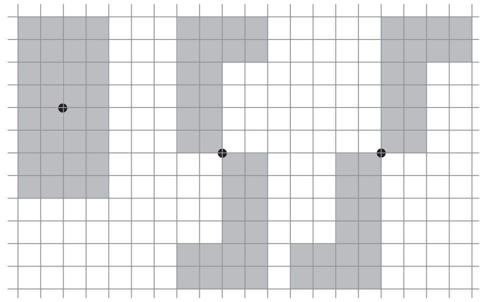
16



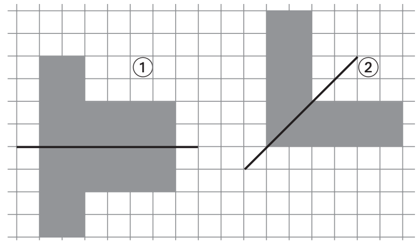
17 **1.** Placer M, N et I, puis placer M′ et N′, milieux des segments [MM′] et [NN′], par report de longueurs égales à la règle graduée.

2. Placer M, N et I, puis tracer les droites (MI) et (NI) et les cercles de centre I et passant respectivement par M et par N. Placer M′ et N′ aux points d'intersection des cercles et des droites.

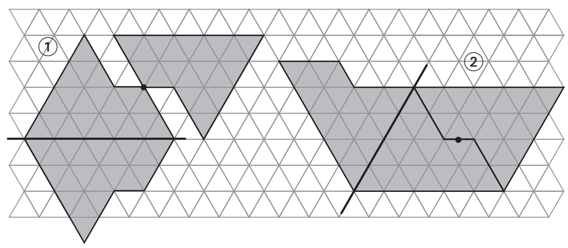
18 **1.**



2.

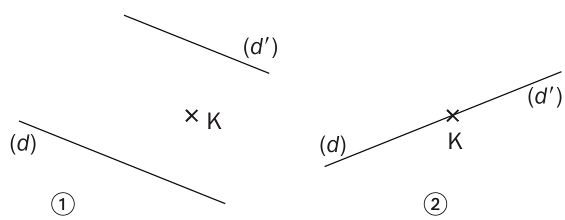


19

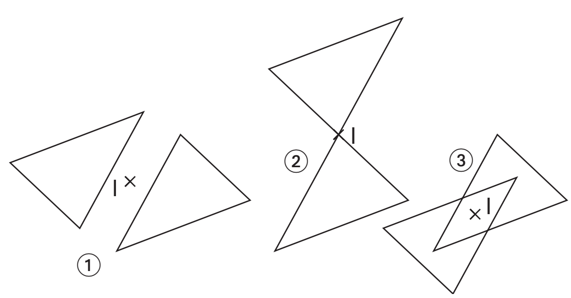


Exercices 20 à 24 : exercices de construction avec les instruments sur papier blanc, non tramé.

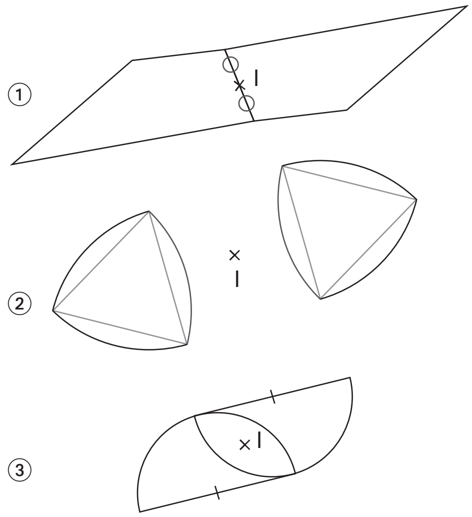
20



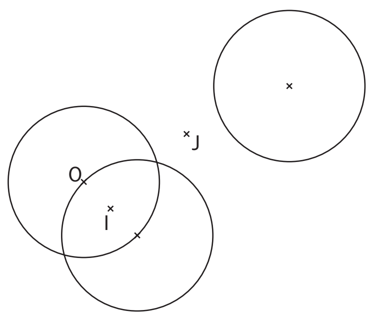
21



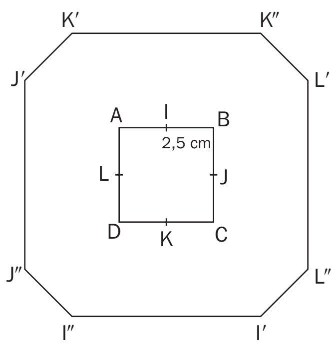
22



23 Échelle 1/4.

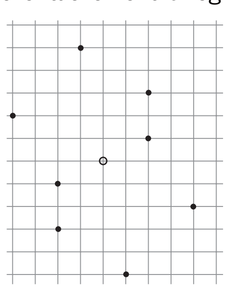


24 Échelle 1/4.



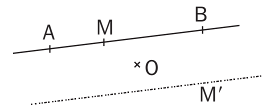
RÉDACTION, DÉDUCTION

25 On peut utiliser le comptage des carreaux ou la règle graduée ou éventuellement la règle et le compas.



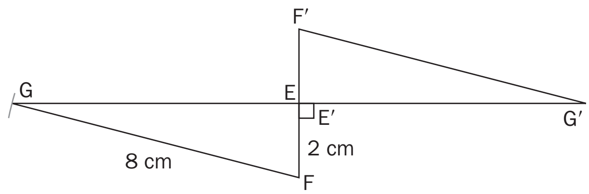
Exercices 26 à 35 : utilisation des propriétés pour construire ou justifier des mesures.

26



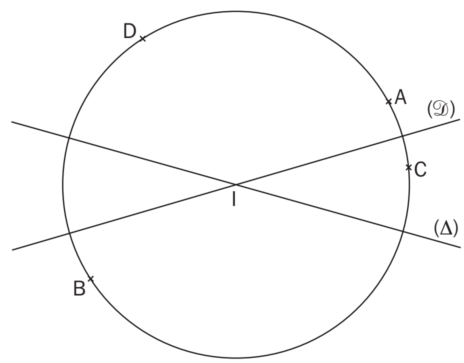
M′ se déplace sur une droite parallèle à (AB), car les symétriques de points alignés sont des points alignés.

28 Échelle 1/2.



E′F′G′ est un triangle rectangle en E′ car l'image d'un angle est un angle de même mesure.

29 **1.** et **2.**



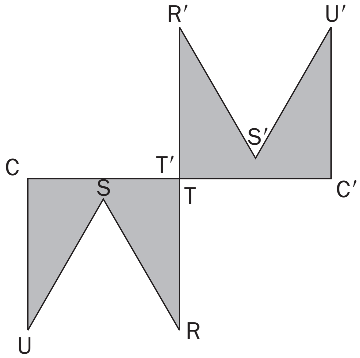
3. Dans une symétrie centrale et une symétrie axiale, les distances sont conservées ; donc : IA = IB, IA = IC, IB = ID et par conséquent IA = IB = IC = ID. Les points sont sur un cercle de centre C et de rayon IC.

30 Place deux points sur (d_1) et un point extérieur à (d_1).
Trace le symétrique des deux points de (d_1) par rapport au point extérieur.
Joins la droite passant par les deux points symétriques.

31 Le symétrique d'un angle est un angle de même mesure, donc :
$\widehat{JKL} = 71°$; $\widehat{KJL} = 42°$; $\widehat{JLK} = 67°$.

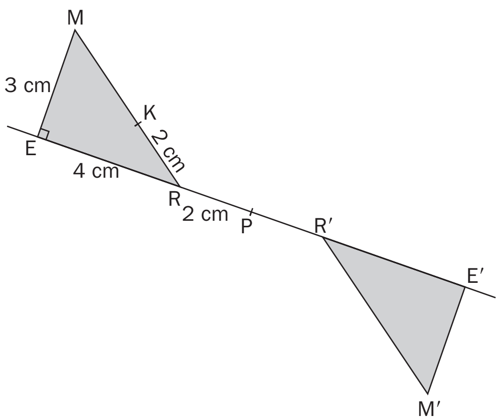
32 Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur, donc :
JR = SK = 3 cm ; JM = KN = 9,4 cm ; RM = SN = 8 cm.
Les deux triangles ont le même périmètre : 20,4 cm.

33 Échelle 1/2.



Dans une symétrie centrale, les distances sont conservées donc :
CU = C′U′ = 4 cm ; CT = C′T′ = 4 cm ;
TR = T′R′ = 4 cm ; RS = R′S′ = 4 cm ;
SU = S′U′ = 4 cm ;
p = T′R′ + R′S′ + S′U′ + U′C′ + C′T′
soit $p = 5 \times 4 = 20$.
Le périmètre du pentagone est égal à 20 cm.

34 **1.** et **2.** Échelle 1/2

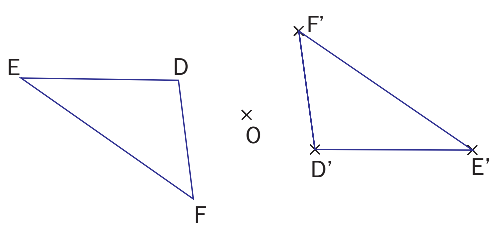


3. Tracer un arc de cercle de centre R′ et de rayon 2 cm.

4. M′E′R′ a la même aire que MER

soit $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ cm².

35 **1.**



2. Tracé avec O milieu de segments [EE′], [FF′], [DD′].

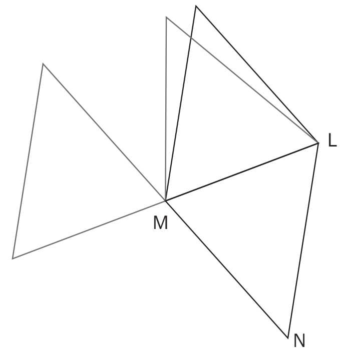
3. Tracé de deux arcs de cercle de centre E′ et de rayon ED et de centre F′ et de rayon FD.

4. On utilise la propriété de conservation des distances.

Exercices d'approfondissement

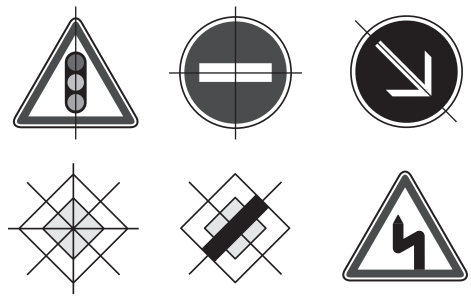
POUR ALLER PLUS LOIN

36



Les quatre triangles ont les mêmes mesures de longueurs, d'angles, d'aires.

37 **1.**



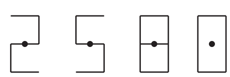
2. Recherche libre des élèves.
3. Relation avec la SSR.

38 Recherche libre à l'initiative des élèves : marques automobiles, logos publicitaires. On pourra faire un montage de figures et demander aux élèves d'en sélectionner puis de les construire en taille agrandie.

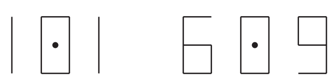
39 H I N O S X Z

40 **a.** Du fait des nombres ou lettres écrits dans les coins, les cartes n'ont pas d'axes de symétrie.
b. Les cartes admettent un centre sauf l'as de pique et l'as de trêfle.

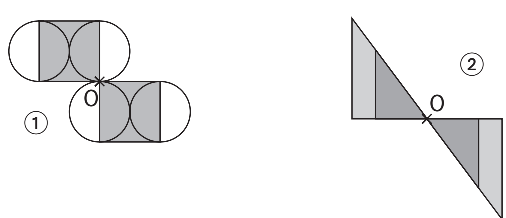
41 **1.**

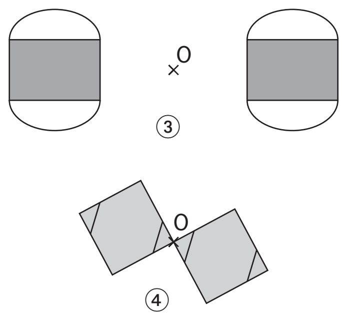


2.

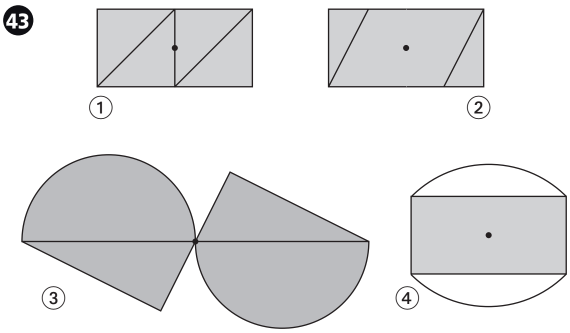


42 Il peut y avoir plusieurs réponses, on trouvera ci-dessous toutes les possibilités résumées. On pourra aussi privilégier une partie des dessins et occulter l'autre partie.

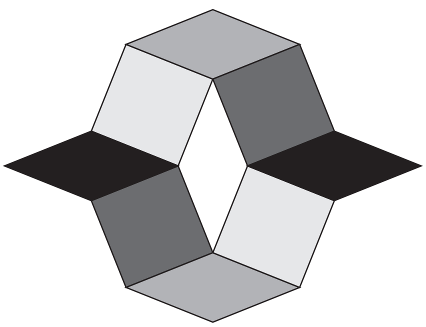




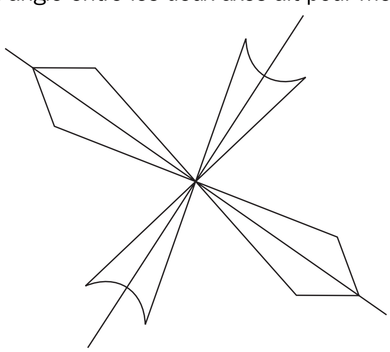
43



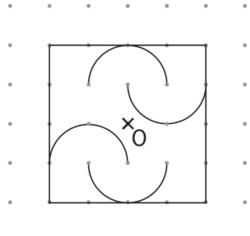
44



45 Pour que la figure admette des axes de symétrie, il faut que l'angle entre les deux axes ait pour mesure 90°.



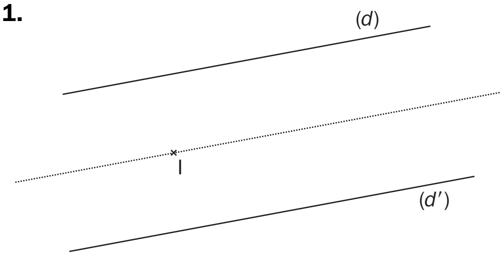
46



POUR DÉBATTRE ET ARGUMENTER

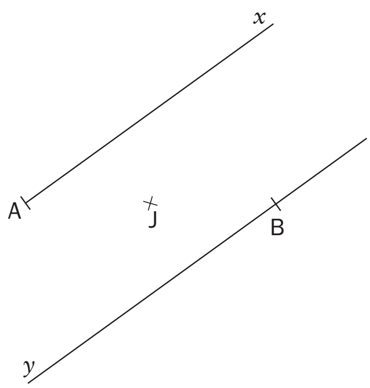
Ces exercices sont à mener sous forme de débats dans la classe après une phase de recherche individuelle. Les élèves doivent avoir l'occasion d'argumenter du bien-fondé de leurs réponses par une propriété ou un contre-exemple.

47 **1.**

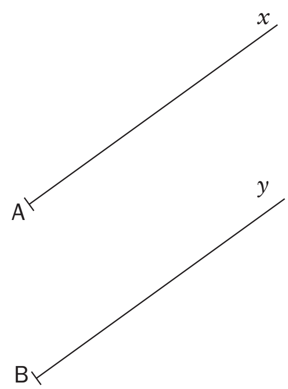


Le point I doit être à égale distance des deux droites. Il y a une infinité de points I.

2.

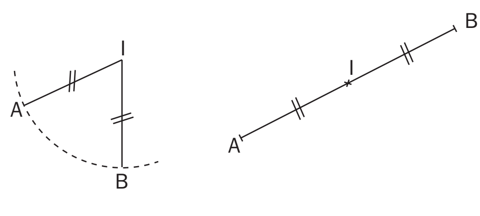


Une seule possibilité : J milieu de [AB].

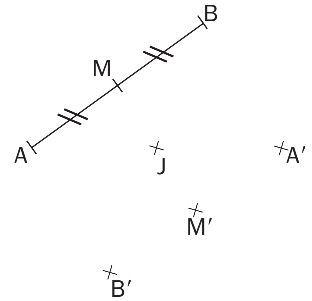


J n'existe pas lorsque les demi-droites ont le même sens.

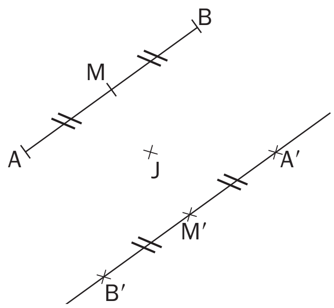
48 Benjamin n'a raison que si les points A, I et B sont alignés, c'est-à-dire si I est le milieu de [AB].



49 Exemple de deux possibilités :

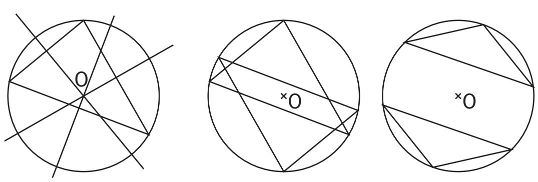


Construction des symétriques A′ et M′ des points A et M puis du point B′ tel que M′ soit le milieu de [A′B′].

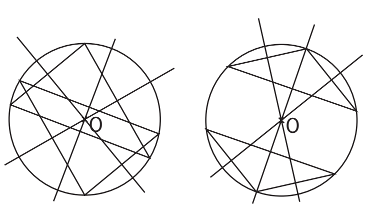


Construction du symétrique A′ de A, tracé de la droite parallèle à (AB) passant par A′, report de la distance AM à partir de A′ puis de M′ pour obtenir B′.

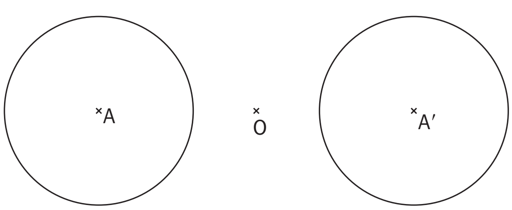
50



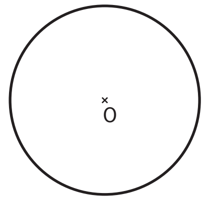
Le symétrique du triangle a le même cercle circonscrit que le triangle de départ.
Les trois médiatrices du triangle et celles du triangle symétrique sont confondues. Elles se coupent au centre du cercle.



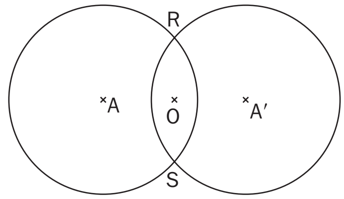
51



Aucun point d'intersection

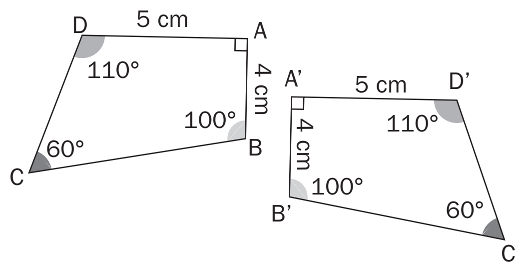


Une infinité de points d'intersection



Deux points d'intersection R et S.

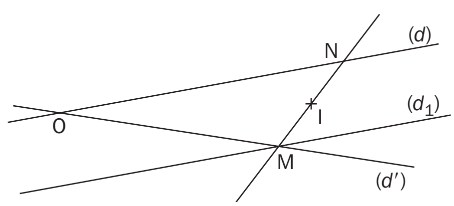
52 La construction est possible à condition que les droites (AD) et (A′D′) soient parallèles.
On utilise les propriétés de conservation des mesures de longueurs et d'angles.



53 C'est faux. Il faut que les deux axes soient perpendiculaires.

DEVOIRS À LA MAISON

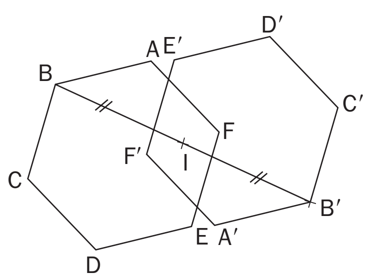
54 ①



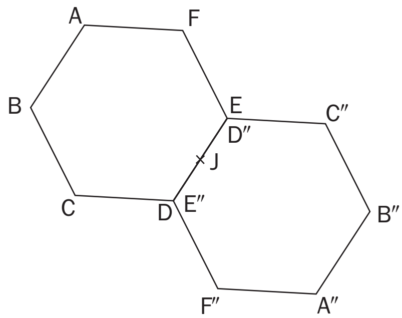
Le point M est sur (d_1) donc le symétrique de M est sur (d) symétrique de (d_1) par rapport à I, et il est aligné avec M et I. C'est donc le point N. Les points M et N sont symétriques par rapport à I.

②

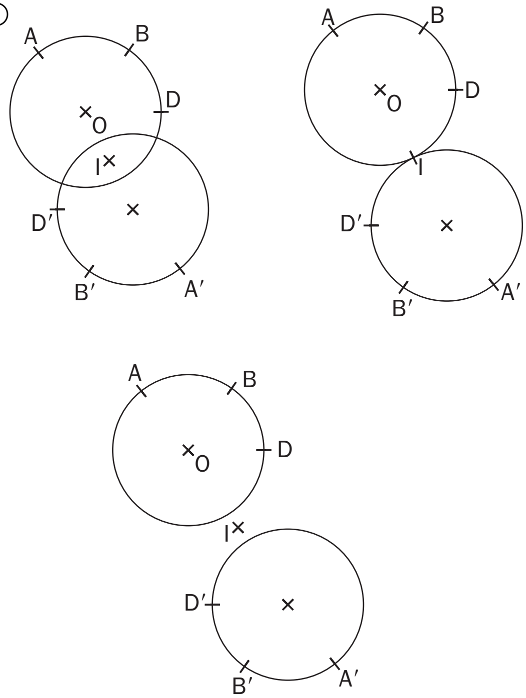
1.



2.

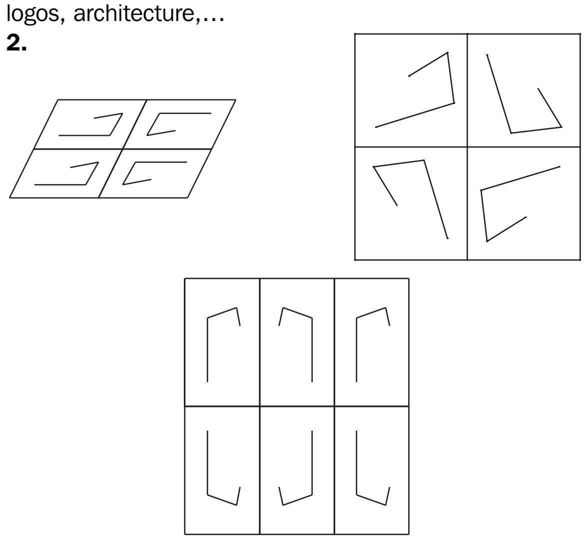


55 ①



On utilise la propriété « le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon », le centre étant le symétrique du centre du premier cercle.
Les points A′,B′ et D′ sont sur le cercle symétrique du cercle $\mathscr{C}$ par rapport à I.
② ***Erratum :*** *il manque la question : Que peut-on dire des points E, O et F ?*
Les points E, O et F sont alignés, en effet :
[AC] et [BD] sont les diagonales du rectangle ABCD donc elles ont même longueur et O est le milieu commun d'où AO = OD et BO = OC. Le point O est sur la médiatrice de [AD] et de [BC]. O est le centre de symétrie du rectangle ; le milieu de [AD], O et le milieu de [BC] sont alignés.
AED est un triangle équilatéral donc AE = ED donc E est sur la médiatrice de [AD].
BFC est un triangle équilatéral donc FB = FC donc F est sur la médiatrice de [BC].

56 **1.** Recherche à l'initiative des élèves : flore, faune, logos, architecture,…
2.



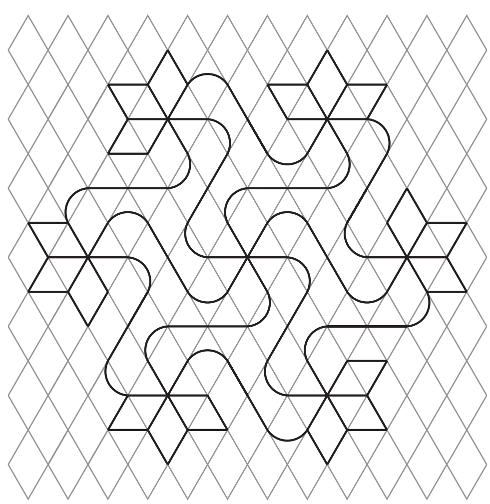
3. Recherche à l'initiative des élèves.

Atelier maths

1 ***Erratum :*** *question 2, 2^e colonne, 2^e ligne : il manque un 3, ce n'est pas 30 40 mais 30 403.*
1. En lisant de droite à gauche ou de gauche à droite, on lit le même mot ou groupe de mots.
2. Idem pour les nombres 11, 585, 45654
38 + 83 = 121
30 103 + 30 203 + 30 403 = 90709
44 + 55 + 66 + 77 = 242
$2178 \times 4 = 8712$ (2178 se lit à l'envers)
$11 \times 11 \times 11 = 1331$
$5 \times 7 \times 11 \times 13 = 5005$
3. Recherche à l'initiative des élèves, à discuter lors d'une mise en commun.

2 **1.** Elles ont fait tourner le motif à angle droit, puis glisser vers le bas. Ensuite on applique une symétrie centrale. On complète par une frise autour du motif central.

2.



7 ANGLES

Les transparents 14 et 15 reprennent l'activité 5 et la page Vers la démonstration *de ce chapitre.*

En classe de sixième, l'apprentissage du rapporteur a été amorcé. Il va être poursuivi en cinquième à travers plusieurs chapitres, par exemple le chapitre *Triangles*.
Cette année, le vocabulaire concernant les angles particuliers (*nul*, *aigu*, *droit*, *obtus*, *plat*) est entretenu, mais il est élargi aux **couples** d'angles (*angles correspondants*, *angles supplémentaires*, ...). Les élèves ne perçoivent pas toujours cette distinction et ils leur arrivent de confondre un angle droit avec des angles complémentaires en parlant d'un *angle complémentaire*. Ces couples d'angles devront aussi être reconnus au sein d'une figure complexe.
En cette première année du cycle central, le raisonnement hypothético-déductif se met progressivement en place. Plusieurs propriétés de ce chapitre offrent l'occasion d'entraîner les élèves à ce type de justification et de preuve.
De plus en plus, la mesure d'angle sur la figure cède la place au calcul. Le résultat sur la somme des angles d'un triangle est sans cesse utilisé.
La caractérisation angulaire du parallélisme de deux droites sera également l'occasion d'une démarche de démonstration.

Activités

1 Des mesures

Objectifs : Utilisation du rapporteur pour mesurer un angle. Rappeler qu'une mesure est un résultat approché et que l'on peut tolérer, par exemple, une erreur de 1°. Première approche d'un résultat démontré à l'exercice 46 page 134 : la somme des quatre angles d'un triangle est égale à 360°.
Gestion : Gestion individuelle puis correction par le professeur ou les élèves en utilisant le rétroprojecteur : la figure et un rapporteur sur transparent devront être préparés.
Réponses :
$\widehat{BCD} = 67°$, $\widehat{ABC} = 98°$, $\widehat{DAB} = 146°$ et $\widehat{CDA} = 49°$
$\widehat{BCD} + \widehat{ABC} + \widehat{CDA} + \widehat{DAB} = 360°$.

2 À vue d'œil

Objectifs : Réactiver le vocabulaire *aigu* et *obtus*. Estimer les mesures en degrés d'angles.
Difficultés : Les angles ② et ⑤ sont tous les deux proches de l'angle droit et des confusions sont possibles.
Réponses :
1. Les angles ① et ③ sont aigus. Les angles ②, ④ et ⑤ sont obtus.
2.

Mesure (en degrés)	26	107	47	98	170
Angle n°	③	②	①	⑤	④

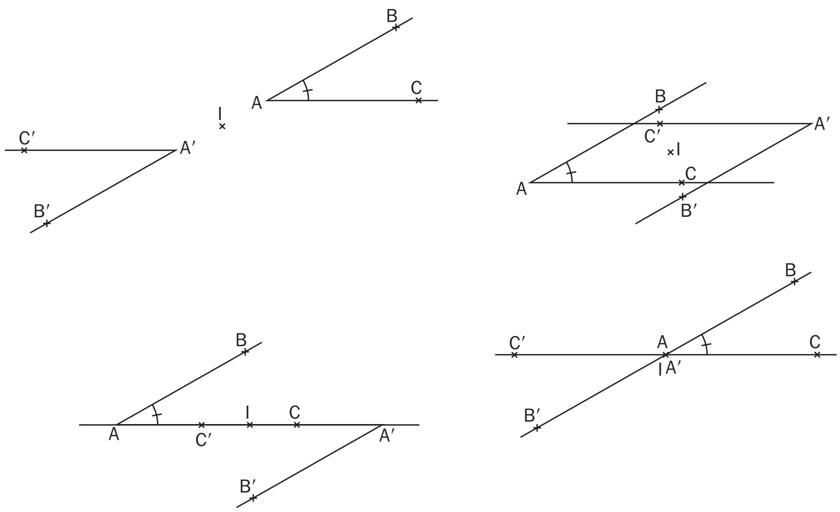
3 Des calculs

Objectifs : Mettre en place le vocabulaire *angles opposés par le sommet*, *angles complémentaires* et *angles supplémentaires*. Exercer le sens d'observation des élèves en leur faisant observer les positions relatives des côtés des angles.
Gestion : L'oral devra être privilégié afin d'inciter les élèves à expliquer leurs méthodes et remarques.
Réponses :
Cas ① : Impossible.
Cas ② : L'angle cherché est opposé à l'angle de 92°, donc il mesure aussi 92°.

Cas ③ : L’angle cherché est supplémentaire à l’angle de 55°. Donc il mesure 125°.
Cas ④ : Impossible.
Cas ⑤ : Impossible.
Cas ⑥ : L’angle cherché est complémentaire à l’angle de 40°. Donc il mesure 50°.

❹ À partir d’un angle

Objectifs : À partir du symétrique d’un angle, étudier différentes configurations clés du chapitre telles que les angles opposés par le sommet et les angles alternes-internes. Utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour faire varier la position d’un point.
Gestion : Ce travail peut être mené en salle informatique où chaque élève pourra manipuler, ou bien en classe entière avec un vidéoprojecteur.
Réponses :
2. a. Le point I peut être choisi dans les deux zones délimitées par les demi-droites, sur une des demi-droites et sur le sommet de l’angle.



b. Si deux angles sont symétriques par rapport à un point, alors ces deux angles ont la même mesure.
c. Si deux droites sont symétriques par rapport à un point, alors ces deux droites sont parallèles.

❺ Angles d’un triangle

Objectifs : Obtenir par découpage un premier niveau de preuve de la propriété sur la somme des angles d’un triangle.
Difficultés : Le découpage suggéré par le dessin étant quelconque, la reconnaissance de l’angle plat pourra être plus difficile.
Gestion : On pourra alterner des temps de recherche individuelle avec des mises en commun à chaque question. Le professeur pourra prévoir un transparent pour la correction (voir le transparent n° 14) ou bien une manipulation similaire à celle des élèves, les trois morceaux de papier étant maintenus au tableau par des aimants.
La conjecture établie dans cette activité est démontrée à l’exercice 39 page 133.
Réponses :
4. En assemblant les trois morceaux, on peut reconnaître un angle plat.
Conjecture : La somme des trois angles d’un triangle est égale à 180°.

❻ Des triangles particuliers

Objectifs : Observer, puis prouver les résultats sur les angles des triangles isocèles, rectangles et équilatéraux. Constater que la réduction d’une figure ne modifie pas les mesures de ses angles.
Gestion : Ce travail peut être proposé à la maison.

Réponses :

1. Triangle rectangle

a. La somme des trois angles d'un triangle étant égale à 180°, on a :

$\widehat{EFD} = 180° - (38° + 90°) = 52°$

b. $\widehat{DEF} + \widehat{EFD} = 38° + 52° = 90°$

c. Ces deux angles sont complémentaires.

2. Triangle isocèle

a. La droite (AM) représente un axe de symétrie pour le triangle ABC.

b. $\widehat{BAM} = \widehat{MAC} = 54° : 2 = 27°$

$\widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 90°$

$\widehat{ABM} = 180° - (27° + 90°) = 63°$

$\widehat{ACM} = 180° - (27° + 90°) = 63°$

c. Un triangle isocèle a deux angles égaux.

3. Triangle équilatéral

a. Les angles mesurent 60° avec une tolérance de 1°.

b. Plusieurs réponses vont être proposées par les élèves : 60° mais aussi 30°.

c. Le résultat sur les angles du triangle isocèle permet de montrer que le triangle équilatéral a trois angles égaux.

7 Des angles égaux vers les droites parallèles

Objectifs : Prouver la propriété « si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes égaux, alors ces droites sont parallèles ». Lire des informations codées sur une figure. Mettre en place progressivement un raisonnement hypothético-déductif.

Difficultés : Celles engendrées par le principe même de la démonstration.

La droite (AC) n'est plus à considérer pour la conclusion générale, ce qui peut apparaître comme une difficulté.

Gestion : La recherche peut être faite à l'oral avec le groupe classe. Un minimum de résultats sera noté au tableau. Puis une rédaction individuelle et sur feuille sera demandée en devoir maison.

Réponses :

1. $\widehat{BAL} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ est droit.

2. Les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont complémentaires puisque le triangle ABC est rectangle en C.

$\widehat{CAB} = 90° - \widehat{ABC}$

3. $\widehat{CAL} = \widehat{CAB} + \widehat{BAL}$

$\widehat{CAL} = 90° - \widehat{ABC} + \widehat{BAL}$

$\widehat{CAL} = 90° - \widehat{ABC} + \widehat{ABC}$

$\widehat{CAL} = 90°$

4. Les droites (LM) et (NP) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC) donc elles sont parallèles.

5. Si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes égaux alors ces deux droites sont parallèles.

8 Des droites parallèles vers les angles égaux

Objectifs : Prouver la propriété « si deux droites coupées par une sécante sont parallèles, alors elles forment des angles alternes-internes égaux ». Utiliser la propriété sur les angles de la symétrie centrale.

Difficultés : Pour faciliter la désignation des angles de la figure, nommer certains points peut être suggéré aux élèves.

Réponses :

1. Le centre de symétrie est le milieu de [AB].

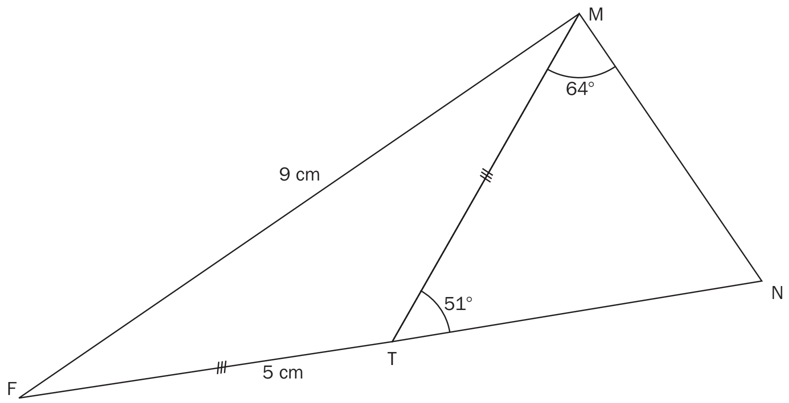
2. Les angles correspondants sont égaux car : si deux angles sont symétriques alors ces angles ont la même mesure.

3. Si deux droites coupées par une sécante sont parallèles, alors elles forment des angles correspondants égaux.

9 Voir et prouver

Erratum : Il faut ajouter une information au sujet de la figure : « Les points F, T et N sont alignés. »

Objectifs : Faire la distinction entre voir et prouver. Mettre en place progressivement une démarche de démonstration.
Gestion : Il est intéressant de faire un sondage sur la nature du triangle FMN avant d'effectuer les calculs nécessaires pour prouver ou invalider les conjectures.
Réponses :
1.



2. Le triangle FMN semble rectangle en M.
$\widehat{MTF} = 180° - 51° = 129°$ car les angles $\widehat{MTF}$ et $\widehat{MTN}$ sont supplémentaires.
$\widehat{TMF} = \widehat{MFT} = (180° - 129°) : 2 = 25{,}5°$
$\widehat{FMN} = 25{,}5° + 64° = 89{,}5°$ car les angles $\widehat{FMT}$ et $\widehat{TMN}$ sont adjacents.
Donc le triangle FMN n'est pas rectangle.

Corrections des exercices

Exercices d'application

OBSERVATION

Exercices 1 à 8 : exercices basés sur la reconnaissance visuelle des angles particuliers du programme.

1 ① Les angles n'ont pas le même sommet.
② Les angles sont adjacents.
③ Les angles n'ont pas le même sommet.
④ Les angles sont adjacents.
⑤ Les angles ne sont pas situés de part et d'autre de leur côté commun.
⑥ Les angles sont adjacents.

2 ① Les angles n'ont pas le même sommet.
② Les côtés ne sont pas dans le prolongement l'un de l'autre.
③ Les angles sont opposés par le sommet.

3 Les angles ① et ④ sont complémentaires.

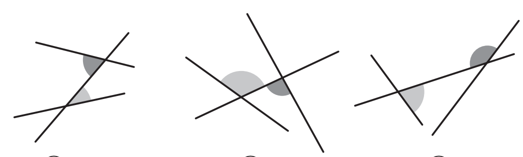
4 Les angles ① et ⑤ sont supplémentaires.
Les angles ② et ⑥ sont supplémentaires.

5 *Il est possible de travailler sur les sous-figures de chaque question en utilisant le rétroprojecteur : on repasse au feutre sur tableau blanc la sous-figure puis on éteint le rétroprojecteur.*
a. $\widehat{AUR}$ et $\widehat{RUO}$ sont complémentaires.
b. $\widehat{ARU}$ et $\widehat{URH}$ sont supplémentaires.
c. $\widehat{AIR}$ et $\widehat{UIJ}$ sont opposés par le sommet.
d. $\widehat{AIR}$ et $\widehat{RIJ}$ sont supplémentaires.
e. $\widehat{UHA}$ et $\widehat{DHO}$ sont complémentaires.
f. $\widehat{UOR}$ et $\widehat{DOH}$ sont opposés par le sommet.

6 ① Les angles ne sont pas situés de part et d'autre de la sécante.
② Les angles sont alternes-internes.
③ Un angle n'est pas situé à l'intérieur des deux droites.

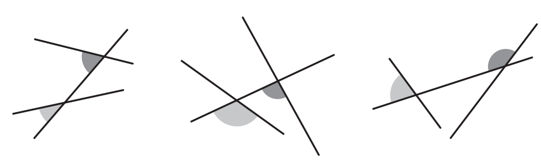
7 ① Les angles ne sont pas situés du même côté de la sécante.
② Les deux angles sont à l'intérieur des deux droites.
③ Les angles sont correspondants.

8 **1.**



① ② ③

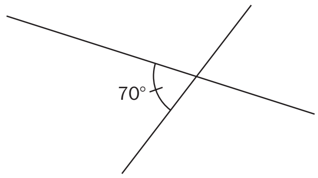
2.



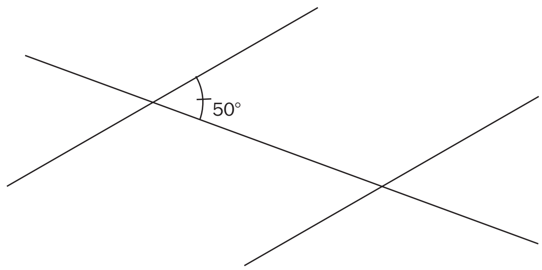
① ② ③

CONSTRUCTION

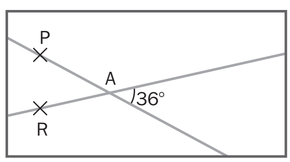
9



10



11 *Il est possible de réaliser la figure sur une feuille que l'on photocopiera pour chaque élève afin que la situation évoquée dans l'énoncé (angle dessiné au bord de la feuille) soit réelle.*

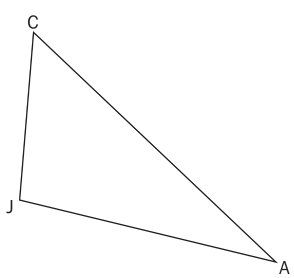


Il faut prolonger les tracés pour faire apparaître des angles opposés par le sommet et utiliser la propriété : « si deux angles sont opposés par le sommet, alors ces deux angles sont de même mesure ».

12 Il est impossible de construire le triangle car la somme des trois angles aurait dû faire 180°.

$\widehat{POS} + \widehat{PSO} + \widehat{SPO} = 179°$

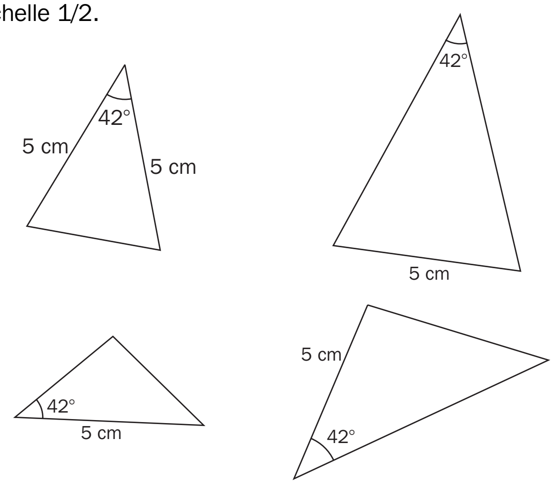
13 *La démarche de calculer l'angle $\widehat{JAC}$ nécessaire à la construction du triangle est laissée à l'initiative des élèves – ce qui peut être une difficulté pour certains.*
Échelle 1/2.



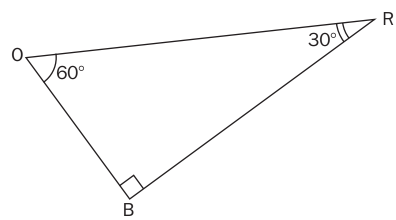
Pour construire le triangle JAC, il faut préalablement calculer l'angle $\widehat{JAC}$.

$\widehat{JAC} = 180° - (99° + 51°) = 30°$

14 *Dans un premier temps, des dessins à main levée permettent d'envisager tous les cas possibles.*
Il y a quatre triangles possibles.
Échelle 1/2.



15 *Selon le niveau des élèves et la place de cet exercice dans la progression annuelle, une mise en équation peut être suggérée par le professeur ou les élèves.*
Un angle mesure 30° et l'autre 60°.



RÉDACTION, DÉDUCTION

16 *Cet exercice peut être précédé du travail proposé à la page 129* Vers la démonstration, *repris aussi sur le transparent n° 15. Il permet d'habituer les élèves à « décortiquer » une figure et à associer les propriétés connues aux figures clés décelées.*

Figure ①

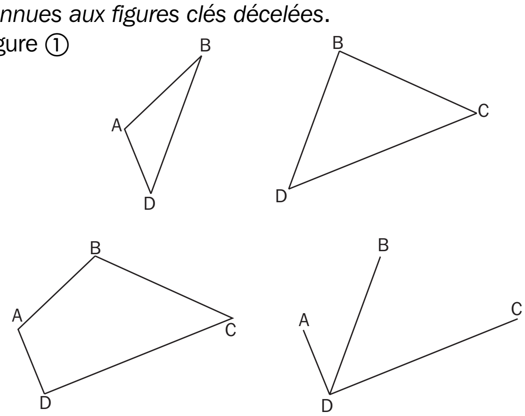
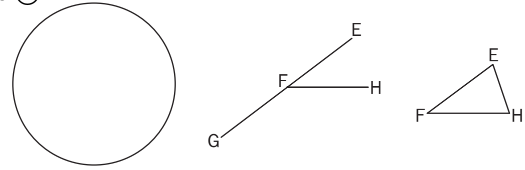


Figure ②



Exercices 17 à 26 : ces exercices mettent en œuvre toutes les propriétés amenant à des calculs ou égalités d'angles.

17 **1.** $\widehat{GLA} = 42° + 137° = 179°$
L'angle $\widehat{GLA}$ n'est pas un angle plat donc les points G, L et A ne sont pas alignés.

2. $\widehat{MDV} = 53° + 27° = 80°$
L'angle $\widehat{MDV}$ n'est pas droit donc les droites (DM) et (DV) ne sont pas perpendiculaires.

19 **a.** $\widehat{ACB} = 180° - (128° + 15°) = 37°$

b. $\widehat{BAC} = 180° - (42° + 67°) = 71°$

c. $\widehat{ABC} = 180° - (70° + 70°) = 40°$

d. $\widehat{ACB} = 180° - (60° + 60°) = 60°$

20 $\widehat{MNO} = 180° - (90° + 43°)$ car la somme des trois angles du triangle MNO est égale à 180°.

$\widehat{MNO} = 47°$

$\widehat{LOI} = 180° - (43° + 112°)$ car l'angle $\widehat{NOI}$ est plat.

$\widehat{LOI} = 25°$

$\widehat{ILO} = 180° - (55 + 25°)$ car la somme des trois angles du triangle LOI est égale à 180°.

$\widehat{ILO} = 100°$

21 $\widehat{PLU} = 180° - (45° + 90°)$ car la somme des trois angles du triangle PLU est égale à 180°.
$\widehat{PLU} = 45°$
Le triangle PLU a deux angles égaux ($\widehat{PUL} = \widehat{PLU}$) donc il est isocèle en P.
Par conséquent, il a deux côtés de même longueur : PU = PL.

22 **1.** $\widehat{BAE} = 180° - (100° + 40°)$ car la somme des trois angles du triangle AEB est égale à 180°.
$\widehat{BAE} = 40°$

2. Le triangle EBA est isocèle en E car ses angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{EBA}$ ont la même mesure.

3. $\widehat{AEC} = 180° - 100°$ car les angles $\widehat{AEC}$ et $\widehat{AEB}$ sont supplémentaires.
$\widehat{AEC} = 80°$
$\widehat{ACE} = 180° - (50° + 80°)$ car la somme des trois angles du triangle ACE est égale à 180°. $\widehat{ACE} = 50°$
Le triangle ACE est isocèle en E car ses angles $\widehat{EAC}$ et $\widehat{ACE}$ ont la même mesure.

4. $\widehat{CAB} = 50° + 40°$ car les angles $\widehat{CAE}$ et $\widehat{EAB}$ sont adjacents. $\widehat{CAB} = 90°$
Le triangle ACB a un angle droit donc c'est un triangle rectangle.

23 Les côtes étant parallèles, on a des angles alternes-internes égaux.
L'angle cherché est supplémentaire avec l'angle de 50°. Donc il mesure 130°.

24 ① **?** = 128° car si deux droites coupées par une sécante sont parallèles, alors elles forment des angles alternes-internes égaux.

② **?** = 180° – (28° + 40°) = 112° car la somme des trois angles d'un triangle est égale à 180°.

③ **?** = 65° car si un triangle est isocèle, alors il a deux angles égaux.
? = 180° – (65° + 65°) = 50° car la somme des trois angles d'un triangle est égale à 180°.

④ **?** = 54° car si deux angles sont symétriques par rapport à un point alors ces deux angles ont la même mesure.

25 *Différentes propriétés se côtoient dans cet exercice. Un raisonnement sur les données fournies par la figure permet de sélectionner la bonne propriété. Les élèves peuvent s'aider du* Point méthode *page 128 ou de la liste des propriétés sur les pages de couverture*.

(BC) et (IJ) sont deux droites parallèles coupées par la sécante (BA). Donc les angles correspondants $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AIJ}$ qu'elles forment sont égaux : $\widehat{AIJ} = 60°$.

$\widehat{BIJ} = 180° - 60° = 120°$ car les angles $\widehat{BIJ}$ et $\widehat{AIJ}$ sont supplémentaires.

$\widehat{BAC} = 180° - (60° + 80°) = 40°$ car la somme des trois angles du triangles ABC est égale à 180°.

26 (AB) et (NM) sont deux droites parallèles coupées par la sécante (AC). Donc les angles correspondants $\widehat{BAC}$ et $\widehat{MNC}$ qu'elles forment sont égaux.

Exercices 27 à 29 : il est question dans ces exercices de s'interroger sur le parallélisme de droites.

27 Le plateau de la table est parallèle au sol car les angles alternes-internes ont la même mesure.

28 ① Les droites (AB) et (CD) sont parallèles car : « si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors ces deux droites sont parallèles. »

② $\widehat{HGC} = 180° - 47° = 133°$ car les angles $\widehat{DGH}$ et $\widehat{HGC}$ sont supplémentaires.
Les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. Si elles avaient été parallèles, elles auraient formées avec la sécante (EH) des angles correspondants égaux.

29 Le quadrilatère VALO n'est pas un rectangle car un rectangle a ses côtés opposés parallèles. Or (VA) n'est pas parallèle à (OL). Si ces droites avaient été parallèles, elles auraient formées avec la sécante (OA) des angles alternes-internes égaux.

30 $\widehat{DAG} = 180° - (54 + 59°) = 67°$ car la somme des trois angles d'un triangle est égale à 180°.
(FL) n'est pas parallèle à (DA). Si ces droites avaient été parallèles, elles auraient formées avec la sécante (GL) des angles correspondants égaux.

Exercices d'approfondissement

POUR ALLER PLUS LOIN

31 **1.** Les angles $\widehat{LJG}$ et $\widehat{MBD}$ sont correspondants avec $\widehat{LCB}$.

2. Les angles $\widehat{MBC}$ et $\widehat{KJC}$ sont alternes-internes avec $\widehat{BCJ}$.

3. $\widehat{CJG}$ est opposé par le sommet à $\widehat{KJH}$.

32 $\widehat{RAI}$ = 180° – (94° + 21°) = 65° car la somme des trois angles du triangles RAI est égale à 180°.

$\widehat{RAV}$ = $\widehat{VAI}$ = 65° : 2 = 32,5° car [AV) est la bissectrice de l'angle $\widehat{RAI}$.

$\widehat{RVA}$ = 180° – (94° + 32,5°) = 53,5° car la somme des trois angles du triangles RAV est égale à 180°.

$\widehat{AVI}$ = 180° – (32,5° + 21°) = 126,5° car la somme des trois angles du triangles VAI est égale à 180°.

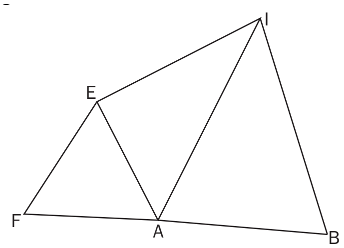
33 $\widehat{IAB}$ = (180° – 44°) : 2 = 68° car le triangle IAB est isocèle en A donc a ses angles $\widehat{IAB}$ et $\widehat{IBA}$ égaux.

$\widehat{EAI}$ = 180° – (36° + 90°) = 54° car la somme des trois angles du triangle EAI est égale à 180°.

$\widehat{EAF}$ = 60° car le triangle EAF est équilatéral.

$\widehat{FAB}$ = 60° + 54° + 68° = 182°

L'angle $\widehat{FAB}$ n'est pas plat donc les points F, A et B ne sont pas alignés.



34 $\widehat{CMA}$ = 180° – (22° + 88°) = 70° car la somme des trois angles du triangle CAM est égale à 180°.

$\widehat{CMB}$ = 180° – 70° = 110° car les angles $\widehat{AMC}$ et $\widehat{CMB}$ sont supplémentaires.

$\widehat{CBM}$ = 180° – (35° + 110°) = 35° car la somme des trois angles du triangle CMB est égale à 180°.

Le triangle CMB a ses angles $\widehat{MCB}$ et $\widehat{CBM}$ égaux donc il est isocèle.

35 **Erratum :** remplacer 28° par 50° sur la figure.

$\widehat{UMR}$ = 180° – (73° + 73°) = 34° car le triangle MUR est isocèle en M et la somme de ses angles est égale à 180°.
$\widehat{XUA}$ = 180° – (96° + 50°) = 34° car la somme des trois angles du triangle XUA est égale à 180°.
$\widehat{OUM}$ = $\widehat{XUA}$ = 34° d'après le codage.
Les droites (AU) et (MR) sont coupées par la sécante (MU) en formant des angles alternes-internes $\widehat{OUM}$ et $\widehat{UMR}$ égaux. Donc les droites sont parallèles.

36 *Une figure contient une liste de propriétés. Un travail sur les conditions nécessaires et suffisantes est mené dans cet exercice.*

1. Exemple de réponse : Tracer un triangle ABD rectangle en A. Placer C au milieu de [BD].

2. Puisque le triangle ABC est équilatéral, les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BAC}$ mesurent 60°.
Les points B, C et D sont alignés puisque C est le milieu de [BD], donc l'angle $\widehat{BCD}$ vaut 180° :

$$\widehat{ACD} = 180° - 60° = 120°.$$

ABC est équilatéral donc BC = AC.
C est le milieu de [BD] donc BC = CD.
Par conséquent, AC = CD et ACD est un triangle isocèle en C.
$\widehat{CAD}$ = (180° – 120°) : 2 = 30° car le triangle CAD isocèle a deux angles égaux et la somme de ses angles vaut 180°.
$\widehat{BAD}$ = $\widehat{BAC}$ + $\widehat{CAD}$ = 60° + 30° = 90°
Donc le triangle BAD est bien rectangle en A.

3. Le triangle ACD est isocèle en C donc CD = CA.
Le point C est le milieu de [BD] donc CD = CB.
Par conséquent, CA = CB et ABC est un triangle isocèle en C.
$\widehat{CAB}$ = $\widehat{ABC}$ = 60° car le triangle ABC isocèle a deux angles égaux.
$\widehat{ACB}$ = 180° – (60° + 60°) = 60° car la somme des angles du triangle ABC est égale à 180°.
Le triangle ABC a ses trois angles qui mesurent 60° donc il est équilatéral.

37 *La propriété sur la somme des angles d'un triangle est démontrée à partir de la symétrie centrale.*
[OR] et [OP] sont deux rayons du cercle donc les longueurs OR et OP sont égales et le triangle OPR est isocèle en O.
$\widehat{PRO}$ = (180° – 90°) : 2 = 45° car le triangle OPR isocèle a deux angles égaux et la somme de ses angles est égale à 180°.
Les droites (PR) et (TA) sont parallèles donc la sécante (OR) forme des angles alternes-internes égaux. Ainsi : $\widehat{PRO}$ = $\widehat{ROA}$ = 45°.
[OR] et [OA] sont deux rayons du cercle donc les longueurs OR et OA sont égales et le triangle OAR est isocèle en O.
$\widehat{OAR}$ = (180° – 45°) : 2 = 67,5° car le triangle OAR isocèle a deux angles égaux et la somme de ses angles est égale à 180°.

38 **Erratum :** ajouter le point T sur (CG) sur la figure.
$\widehat{AFG}$ = $\widehat{AFT}$ + $\widehat{TFG}$ car les angles $\widehat{AFT}$ et $\widehat{TFG}$ sont adjacents.
$\widehat{AFG}$ = 67° + 64° = 131°
$\widehat{HGC}$ = 180° – 47° = 133° car les angles $\widehat{DGH}$ et $\widehat{HGC}$ sont supplémentaires.
Les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles car sinon elles auraient formé avec la sécante (EH) des angles correspondants égaux.

39 **2.** B′ est le symétrique de B par rapport à J, et C et A sont symétriques par rapport à J puisque J est le milieu de [AC].
(AB′) et (BC) sont symétriques par rapport à J donc elles sont parallèles car si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles.
$\widehat{BCA}$ et $\widehat{CAB'}$ sont symétriques par rapport à J donc ils ont la même mesure car si deux angles sont symétriques par rapport à un point alors ils ont la même mesure.

3. Comme à la question 2, on démontre que les droites (AC′) et (BC) sont parallèles et que les angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{BAC'}$ ont la même mesure.

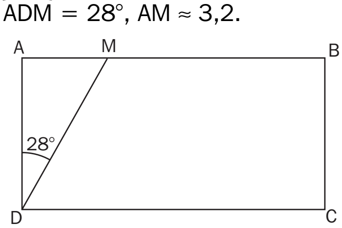
4. Les droites (AC′) et (AB′) sont toutes les deux parallèles à (BC) donc elles sont parallèles entre elles. Puisque le point A appartient à ces deux droites, elles sont confondues et les points C′, A et B′ sont alignés.

5. $\widehat{CBA} + \widehat{BAC} + \widehat{BCA} = \widehat{BAC'} + \widehat{BAC} + \widehat{CAB'} = 180°$.

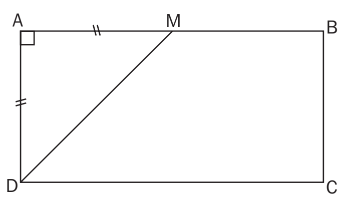
40 Le triangle CAL est isocèle en C donc les angles $\widehat{CAL}$ et $\widehat{CLA}$ sont égaux.
$\widehat{CAL} = \widehat{CLA} = x$
La somme des trois angles du triangle CAL vaut 180°.
Donc : $x + x + y = 180°$.
Par conséquent, $y = 180° - 2 \times x$.

41 *Utilisation de la lettre en tant qu'inconnue. Réduction d'une expression littérale*.
La somme des angles $\widehat{B}$, $\widehat{E}$, $\widehat{S}$ et $\widehat{L}$ est égale à 360°.
Donc : $a + 5 + a - 5 + 60° + a = 360°$
$3 \times a + 60° = 360°$; $3 \times a = 300°$; $a = 100°$.

42 **Erratum :** Modifier la dernière ligne :
• $90° - x$ • $x - y + 90°$ • $y - x$
Utilisation de la lettre en tant que variable. Le professeur peut pointer la différence de statut des résultats obtenus aux questions 1 et 2 puisqu'à la première question, il s'agit d'une mesure, d'où des imprécisions, alors qu'un calcul est effectué à la deuxième question, d'où un résultat exact.
1. Lorsque $\widehat{ADM} = 28°$, AM ≈ 3,2.



2. M est au milieu de [AB] donc AM = AB : 2 = 6.
AD = AM = 6 donc le triangle ADM est isocèle en A. De plus il est rectangle en A.
Donc $\widehat{ADM} = (180° - 90°) : 2 = 45°$.



3. $\widehat{AMD} = 90° - x$; $\widehat{MDC} = 90° - x$;
$\widehat{BMC} = x - y + 90°$; $\widehat{BCM} = y - x$;
$\widehat{MCD} = x - y + 90°$

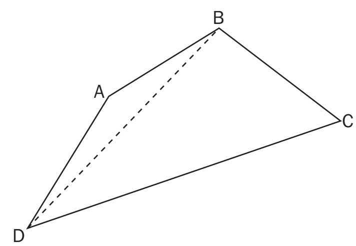
43 *Utilisation de la lettre en tant qu'inconnue*.
La somme des trois angles du triangle EAU est égale à 180°.
$3x + 2x + x = 180°$; $6x = 180°$; $x = 30°$.
Donc $\widehat{EAU} = 30°$; $\widehat{AUE} = 60°$ et $\widehat{UEA} = 90°$.

POUR DÉBATTRE ET ARGUMENTER

44 *Cet exercice est l'occasion d'expliciter qu'un énoncé mathématique est soit vrai, soit faux mais pas « parfois vrai » comme certains élèves le pensent*.
Faux. Contre-exemple : un triangle dont les angles mesurent 60°, 100° et 20° n'est pas équilatéral.

45 Tous les dessins ne vont pas être les mêmes. Ils seront des réductions ou agrandissements les uns des autres.

46 La somme des quatre angles d'un quadrilatère vaut 360°.
$\widehat{DAB} + \widehat{ABC} + \widehat{BCD} + \widehat{CDA}$
$= \widehat{DAB} + (\widehat{ABD} + \widehat{DBC}) + \widehat{BCD} + (\widehat{CDB} + \widehat{BDA})$
$\widehat{DAB} + \widehat{ABC} + \widehat{BCD} + \widehat{CDA}$
$= (\widehat{DAB} + \widehat{ABD} + \widehat{BDA}) + (\widehat{DBC} + \widehat{BCD} + \widehat{CDB})$
$\widehat{DAB} + \widehat{ABC} + \widehat{BCD} + \widehat{CDA} = 180° + 180° = 360°$.



47 *La démonstration du résultat observé avec le logiciel est difficile. Un travail en groupes de niveau peut être proposé où des consignes plus ou moins guidées seront proposées selon les groupes*.
2. En déplaçant le point R, on remarque que l'angle $\widehat{RML}$ fait toujours 90°.

$\widehat{LRM} = (180° - a) : 2 = 90° - \frac{a}{2}$

$\widehat{BLR} = a$ car les droites (PO) et (EB) étant parallèles, elles forment des angles alternes-internes égaux.

$\widehat{MLR} = \frac{a}{2}$

La somme des trois angles du triangle MLR est égale à 180°.

Donc $\widehat{RML} = 180° - 90° + \frac{a}{2} - \frac{a}{2} = 90°$.

48 *L'agrandissement d'une figure n'entraîne pas de modification des mesures de ses angles.*
En doublant les longueurs des côtés d'un triangle, les angles ne changent pas. Par exemple, on peut raisonner sur le triangle équilatéral.

49 *Comme pour l'exercice 47, on peut organiser un travail de groupes avec différenciation des consignes pour répondre à la dernière question.*

2. L'angle $\widehat{MOB}$ semble être le double de l'angle $\widehat{MAB}$.
Appelons x la mesure en degré de l'angle $\widehat{MAB}$.

Le triangle MOA est isocèle en O donc $\widehat{OMA} = \widehat{OAM} = x$.

La somme des trois angles du triangle OMA vaut 180° : $\widehat{MOA} = 180° - 2x$.

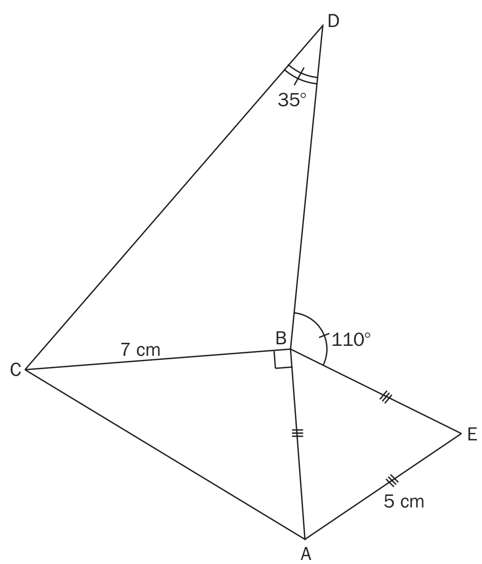
L'angle $\widehat{AOB}$ est plat :

$$\widehat{MOB} = 180° - (180° - 2x) = 2x = 2 \times \widehat{MAB}.$$

DEVOIRS À LA MAISON

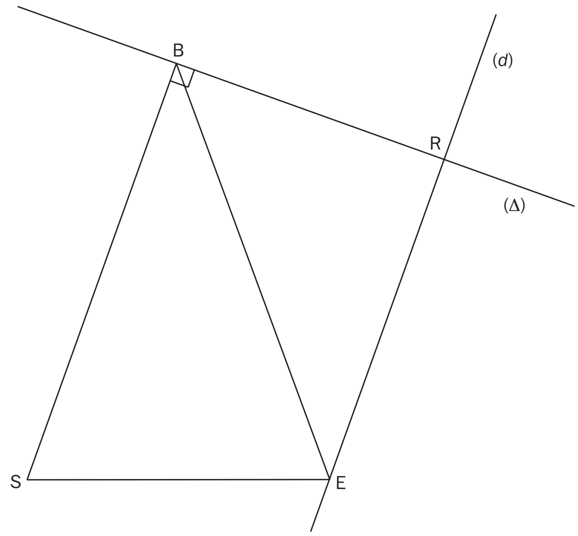
50 ① $\widehat{CBD} = 360° - (110° + 60° + 90°) = 100°$

$\widehat{DCB} = 180° - (100° + 35°)$ car la somme des angles du triangle CBD vaut 180°.
$\widehat{DCB} = 45°$
Échelle 1/2.



② **1.** $\widehat{ERO} = (180° - 42°) : 2 = 69°$ car le triangle ERO isocèle en O a deux angles égaux et la somme de ses angles est égale à 180°.
2. L est le symétrique de E par rapport à O donc OL = OE = 6 donc L est sur le cercle.
$\widehat{ROL} = 180° - 42° = 138°$ car l'angle $\widehat{EOL}$ est plat.
$\widehat{ORL} = (180° - 138°) : 2 = 21°$ car le triangle ORL isocèle en O a deux angles égaux et la somme de ses angles est égale à 180°.
$\widehat{ERL} = \widehat{ERO} + \widehat{ORL} = 69° + 21° = 90°$
Donc le triangle ERL est rectangle en R.

51 ① **1.**



2. On sait que : (BS) // (d) et (Δ) ⊥ (BS).
Or si deux droites sont parallèles et une troisième est perpendiculaire à l'une des deux alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (Δ) ⊥ (d).

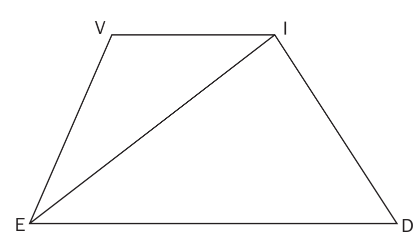
3. $\widehat{SBE} = 180° - (70° + 70°) = 40°$ car le triangle BSE isocèle en B a ses angles $\widehat{BSE}$ et $\widehat{BES}$ égaux et la somme de ses trois angles est égale à 180°.

$\widehat{BER} = \widehat{EBS} = 40°$ car les droites (BS) et (RE) parallèles forment avec la sécante (BE) des angles alternes-internes égaux.

② **1.** • Trace un segment [ID] de 6 cm.

• Trace une demi-droite [Ix) telle que $\widehat{DIx} = 85°$ et une demi-droite [Dy) telle que $\widehat{IDy} = 57°$.
Ces deux demi-droites se coupent en E.
• Trace un arc de cercle de centre E et de rayon 5,4 cm et une demi-droite [Iz) telle que $\widehat{EIz} = 37°$.
Cet arc et cette demi-droite se coupent en V.
• Trace le segment [EV].

2. Échelle 1/2.



3. $\widehat{DEI} = 180° - (85° + 57°) = 38°$ car la somme des trois angles du triangle VEI est égale à 180°.
Les droites (VI) et (ED) ne sont pas parallèles. Si elles avaient été parallèles, elles auraient formé des angles alternes-internes égaux.
Donc le quadrilatère VIDE n'est pas un trapèze.

52 **1.** Ératosthène était un astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec au III^e siècle avant J.-C.
2. Le Soleil étant très éloigné de la Terre, on peut supposer que ses rayons arrivent parallèlement.

3. $\widehat{AHH'} = \widehat{AOS}$ car les droites (HH′) et (SO) sont parallèles.

4. $\widehat{AOS} = 7{,}12°$ et AS = 5 000 stades.

Un angle de 7,12° correspond à une distance de 5 000 stades.
Donc un angle de 360° correspond à une distance de :
$\dfrac{5\,000}{7{,}12} \times 360 \approx 252\,800$ stades.
5. $2 \times r \times \pi = 252\,800$
donc $r \approx 252\,800 \div (2\pi) \approx 40\,230$ stades.
6. 40 230 × 157 = 6 316 110 m (ou encore 6 300 km)

Atelier maths

- AB = 2,5
- $\widehat{ABC} = 70°$
- BC = 2
- $\widehat{BCD} = 146°$
- CD = 1,7
- $\widehat{CDE} = 130°$
- DE = 2,3
- $\widehat{DCG} = 82°$
- CG = CD = GH = 1,7
- $\widehat{CGF} = 106°$
- GF = 1
- HI = 2,8
- $\widehat{GFJ} = 95°$
- FJ = 2,8
- $\widehat{FJK} = 105°$
- JK = 3,4